

Università degli Studi della Tuscia di Viterbo
Dipartimento di ecologia e sviluppo economico sostenibile
Facoltà di Agraria



**Università degli Studi
della Tuscia**

Dottorato di Ricerca in Scienze Ambientali
XIX Ciclo

**Determinazione dei parametri elettromagnetici di materiali compositi e loro
variazione in funzione del contenuto idrico e di inquinanti.**

FIS/07

Coordinatore: Prof. Enrico Mincione

Tutor esterno: Prof. Alberto De Santis

Tutor interno: Prof. Felice Grandinetti

Dottoranda: Dott.ssa Elisabetta Mattei

Università degli Studi della Tuscia di Viterbo
Dipartimento di ecologia e sviluppo economico sostenibile
Facoltà di Agraria



**Università degli Studi
della Tuscia**

Dottorato di Ricerca in Scienze Ambientali
XIX Ciclo

**Determinazione dei parametri elettromagnetici di materiali compositi e loro
variazione in funzione del contenuto idrico e di inquinanti.**

FIS/07

Coordinatore: Prof. Enrico Mincione

Tutor esterno: Prof. Alberto De Santis

Tutor interno: Prof. Felice Grandinetti

Dottoranda: Dott.ssa Elisabetta Mattei

INDICE

Introduzione	1
1. Onde elettromagnetiche e linee di trasmissione	5
1.1 Le equazioni di Maxwell e le onde elettromagnetiche	5
1.2 Velocità di propagazione e attenuazione	9
1.3 Onde in prossimità di conduttori	12
1.4 Linee di trasmissione	16
1.5 Adattamento di impedenza e coefficiente di riflessione	21
1.6 Circuito equivalente di una linea di trasmissione	24
2. La tecnica TDR	27
2.1 Metallic Cable Tester	27
2.2 Le sonde TDR	29
2.3 Principio di funzionamento	32
2.4 Misure di permittività elettrica	36
2.5 Misure di conducibilità elettrica e di attenuazione	40
2.5 Analisi TDR nel dominio della frequenza	44
3. Processi di polarizzazione	48
3.1 Polarizzazione di un dielettrico isotropo	49
3.2 Modello di Debye	54
3.3 Significato fisico della parte reale e immaginaria della permittività	57
4. Misure di calibrazione	61
4.1 Scelta del tipo di sonda	62
4.1.1 Sonde coassiali	62
4.1.2 Sonde trifilari	64
4.2 Misure di calibrazione nel dominio del tempo	66
4.3 Misure di calibrazione nel dominio della frequenza	69
4.4 Calibrazioni per la misura della conducibilità	77

5. Misure su campioni anidri	83
5.1 Materiali e metodi	83
5.2 Misure di velocità	84
5.3 Misure di attenuazione	90
5.4 Determinazione dello spettro di potenza del segnale TDR	94
6. Misure con le acque di vegetazione	102
6.1 Misure di monitoraggio delle acque di vegetazione	105
6.2 Conducibilità nei mezzi porosi	111
6.3 Modello di dispersione/avvezione	114
6.4 Interpretazione delle curve di dispersione	118
7. Misure del contenuto idrico	126
7.1 Cenni sul funzionamento del GPR	127
7.2 Costruzione del sito sperimentale	130
7.3 Modalità di raccolta dei dati	133
7.4 Analisi dei dati	136
Conclusioni	144

Introduzione

Le tecniche di indagine elettromagnetica hanno suscitato negli ultimi decenni grande interesse da parte della comunità scientifica internazionale grazie alle loro numerose potenzialità applicative in campi diversi quali l'ingegneria civile, le scienze della terra, le scienze ambientali, i beni culturali e l'archeologia.

Il successo che queste tecniche hanno riscosso negli ultimi anni è dovuto alla loro non distruttività, alla loro accuratezza in confronto ai costi relativamente bassi e al fatto che rappresentano un metodo veloce, sicuro e facilmente applicabile su larga scala. Lo svantaggio maggiore nell'utilizzo di tali tecniche risiede nei limiti di applicabilità in particolari condizioni (come per esempio in presenza di materiali altamente conduttivi che possono causare la completa attenuazione del segnale elettromagnetico) e nella necessità di disporre di operatori specializzati non tanto nell'acquisizione delle misure quanto nell'analisi e nell'interpretazione dei dati.

Questa tesi è stata focalizzata sullo studio di tecniche elettromagnetiche applicate a sistemi solidi compositi e sul loro possibile impiego in campo ambientale. La tecnica principalmente usata è la riflettometria nel dominio del tempo, in inglese Time Domain Reflectometry (TDR), che permette di ricavare informazioni sulle proprietà elettromagnetiche del materiale esaminato. Il principio di funzionamento della tecnica TDR è simile a quello più comunemente noto del RADAR con la differenza che, nel caso del TDR, l'impulso elettrico viene mandato lungo una linea di trasmissione e gli echi provenienti dalle discontinuità del mezzo incontrate dal segnale vengono registrati da un oscilloscopio. Dalla misura del tempo trascorso tra l'emissione dell'impulso e la ricezione del suo eco e dalla conoscenza della lunghezza della linea di trasmissione usata, è possibile ricavare la velocità di propagazione del segnale. Un'analisi più approfondita condotta anche nel dominio della frequenza permette di risalire ai parametri elettromagnetici e, quindi, alla caratterizzazione del mezzo esaminato. La tecnica TDR è stata sviluppata verso la fine degli anni 50 con lo scopo di localizzare i guasti lungo i cavi elettrici; negli anni 70 si è iniziato ad applicare tale tecnica alla determinazione dei parametri fisici del terreno e solo negli ultimi anni è stata applicata in campi diversi come l'analisi dielettrica dei materiali biologici (Lee e Bone, 1996) e dei cristalli (Kalogeras e

Vitoyianni, 1994) e nel monitoraggio dello stato di idratazione dei cementi (Hager e Dowszy, 2004). Oggi viene utilizzata in numerosi settori delle scienze agrarie ed ambientali, dell'ingegneria civile ed elettronica. Gli studi empirici pionieristici nelle applicazioni alle scienze del suolo sono maturati grazie ai numerosi lavori ora presenti in letteratura e sono stati accelerati anche grazie allo sviluppo di sensori e cavi sempre più precisi e di calcolatori ad elevate prestazioni.

Altre tecniche parzialmente utilizzate in questa tesi sono state la tecnica LCR-meter, la tecnica di misura conduttimetrica e quella GPR (Ground Penetrating Radar). Gli aspetti analizzati riguardano la risoluzione di problemi legati all'apparato sperimentale e all'applicazione della tecnica TDR nell'ambito delle scienze del suolo e di quelle ambientali.

La tesi è articolata in sette capitoli che vengono riassunti di seguito. Nel Capitolo 1 sono riportati i richiami di elettromagnetismo a partire dall'enunciazione delle equazioni di Maxwell fino ad arrivare alla determinazione delle equazioni delle onde elettromagnetiche. Viene mostrato, inoltre, il ruolo che i parametri elettromagnetici caratteristici del mezzo (permittività elettrica, permeabilità magnetica, conducibilità) svolgono quando un'onda vi si propaga, facendo riferimento ai fenomeni dissipativi e dispersivi che possono avere luogo nel caso di materiali in cui le perdite non siano trascurabili. Vengono descritti, inoltre, il comportamento dei campi in prossimità di un conduttore e le proprietà di cui godono nel caso in cui si propaghino lungo una linea di trasmissione ideale e non. Sono stati, in seguito, riportati e discussi in termini di onde di tensione e di corrente i principi base relativi alle riflessioni dei campi lungo una linea di trasmissione disadattata.

Il Capitolo 2, che rappresenta il capitolo introduttivo alla tecnica TDR, contiene la descrizione dell'apparato strumentale con particolare riferimento alle specifiche del 'metallic cable tester' adottato ai diversi tipi di sonda utilizzabili e alle loro proprietà fisiche e strutturali. In questo capitolo, vengono riportati, inoltre, i principi fondamentali di tale tecnica e le principali metodologie usate in letteratura per misurare i parametri elettromagnetici del mezzo indagato, sia nel dominio del tempo che della frequenza.

Nel Capitolo 3 vengono illustrati i vari processi di polarizzazione che possono avere luogo quando un mezzo è immerso in campo elettromagnetico con particolare

attenzione alla dipendenza che tali fenomeni mostrano nei confronti della frequenza del campo applicato. Viene riportato, inoltre, il modello di Debye che fornisce una soluzione analitica della permittività elettrica complessa in funzione della frequenza e delle caratteristiche del mezzo esaminato.

Il Capitolo 4 rappresenta il primo capitolo relativo alle misure sperimentali: è dedicato all'analisi dei diversi tipi di sonde TDR (coassiali e trifilari) progettate *ad hoc* per le misure eseguite in questa tesi e realizzate in laboratorio. In questo capitolo vengono riportate, inoltre, le misure di calibrazione al fine di determinare i parametri fisici caratteristici, come la lunghezza efficace o l'impedenza intrinseca. Il loro valore può essere anche significativamente diverso da quello geometrico per il fatto che le linee di trasmissione usate sono, ovviamente, reali e, quindi, possono discostarsi dai risultati aspettati nel caso di linee ideali.

Il Capitolo 5 è dedicato alla caratterizzazione di misture anidre costituite da palline di vetro e magnetite con lo scopo di determinare le proprietà elettromagnetiche di tali materiali. In particolare, sono state eseguite misure di velocità di propagazione del segnale e di attenuazione in funzione della dimensione dei grani del campione e del contenuto volumetrico di magnetite. Inoltre è stata analizzata la risposta di questi materiali nel dominio della frequenza per valutare il contenuto spettrale del segnale TDR e permettere il confronto con misure ottenute da tecniche operanti a frequenze diverse.

Nel Capitolo 6 sono riportate le misure relative alla dispersione delle acque di vegetazione provenienti dai frantoi al fine di valutare l'applicabilità della tecnica TDR al monitoraggio di questi tipi di refluo in terreni bagnati. Mentre, infatti, è ben nota la determinazione del contenuto idrico dei suoli tramite TDR, è molto meno studiata la possibilità di usare tale tecnica per monitorare la presenza di tipologie di inquinanti in acqua. Le misure sono state eseguite su tre mezzi diversi (palline di vetro, terreno agricolo e sabbia) al fine di studiare la risposta in relazione al tipo di mezzo poroso considerato.

Il Capitolo 7 descrive la progettazione e la costruzione di un sito sperimentale realizzato presso l'Azienda Agraria dell'Università degli Studi della Tuscia di Viterbo. Tale sito consiste in una vasca scavata nel terreno, completamente isolata dal suolo circostante in cui è stato inserito un sistema per l'afflusso ed il deflusso di

acqua in condizioni controllate. La vasca è stata riempita di sabbia per lo studio della distribuzione idrica verticale e la determinazione dei parametri elettromagnetici nella zona satura ed insatura.

Gli obiettivi principali della tesi sono pertanto riconducibili allo studio dei seguenti punti:

- 1) Dimostrare la possibilità di ricavare informazioni sui parametri elettromagnetici di suoli anidri attraverso la tecnica TDR;
- 2) Verificare l'applicabilità della tecnica nel monitoraggio di inquinanti nei suoli saturi;
- 3) Connettere le informazioni ottenute attraverso il TDR e quelle ottenute dalla tecnica GPR per determinare le potenziali applicazioni di quest'ultima su terreni sia umidi che anidri.

1. Onde elettromagnetiche e linee di trasmissione

1.1 Le equazioni di Maxwell e le onde elettromagnetiche

Le relazioni fondamentali della teoria elettrodinamica classica sono riassunte nelle equazioni di Maxwell che legano il campo elettrico e il campo magnetico alle caratteristiche delle sorgenti. Le equazioni di Maxwell in forma differenziale si scrivono:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (1.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.4)$$

dove $\vec{H}$ (A/m) è il campo magnetico, $\vec{E}$ (V/m) è il campo elettrico, $\vec{D}$ (C/m²) è il vettore spostamento elettrico, $\vec{B}$ (Wb/m²) è l'induzione magnetica, ρ (C/m³) è la densità di carica e $\vec{J}$ (A/m²) è la densità di corrente. Se si considera un mezzo omogeneo ed isotropo, le relazioni che legano $\vec{D}$ ed $\vec{E}$, $\vec{H}$ e $\vec{B}$ sono:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1.5)$$

dove

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 \epsilon_r \\ \mu &= \mu_0 \mu_r \end{aligned} \quad (1.6)$$

con ϵ_0 costante dielettrica del vuoto ($\epsilon_0 = 8.85418 F/m$), μ_0 permeabilità magnetica del vuoto ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$), ϵ_r e μ_r permittività elettrica e permeabilità magnetica relativa del materiale considerato. Sostituendo le (1.5) nelle (1.1-4) si ottiene:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1.7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon \quad (1.8)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \quad (1.9)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0. \quad (1.10)$$

Nel caso in cui il dielettrico sia elettricamente neutro (assenza di cariche localizzate: $\rho = 0$) e perfetto (assenza di correnti macroscopiche: $\vec{J} = 0$) la (1.8) e la (1.9) diventano:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1.11)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.12)$$

Nelle equazioni di Maxwell appaiono simultaneamente campo elettrico e magnetico; per disaccoppiarle si deve applicare l'operatore rotore alla (1.7) e alla (1.12) e confrontare con la derivata temporale della (1.12) e della (1.7) rispettivamente. Così facendo si ottiene:

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{H} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \end{cases} \quad (1.13)$$

Le (1.13) sono le equazioni delle onde elettromagnetiche. Se si considera il caso di un mezzo ideale privo di perdite, ε e μ sono due grandezze reali; nel caso più generico di un mezzo dissipativo è necessario introdurre la permittività elettrica e la permeabilità magnetica complesse ε^* e μ^* (Capitolo 3). In questo caso le (1.13) diventano:

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} = \varepsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{H} = \varepsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1.14)$$

dove

$$\begin{aligned} \varepsilon^* &= \varepsilon' - j\varepsilon'' \\ \mu^* &= \mu' - j\mu''. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Le equazioni (1.14) possono essere semplificate notevolmente ipotizzando che i vettori $\vec{E}$ e $\vec{H}$ dipendano solo da x e dal tempo t . Sotto questa ipotesi si ha:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{\partial \vec{H}}{\partial y} = \frac{\partial \vec{H}}{\partial z} = 0 \quad (1.16)$$

e le (1.14) diventano:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \epsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} = \epsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1.17)$$

Si può dimostrare che esistono due soluzioni particolari delle (1.17) corrispondenti a due onde che viaggiano in direzioni opposte. Una di queste è:

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\alpha x - \gamma t)} \\ \vec{H} = \vec{H}_0 e^{j(\alpha x - \gamma t)} \end{cases} \quad (1.18)$$

e rappresenta l'onda che oscilla con frequenza $\nu = \omega / 2\pi$ e si propaga nella direzione delle x positive con il fattore di propagazione complesso:

$$\gamma = j\omega \sqrt{\epsilon^* \mu^*} = \alpha + j\beta \quad (1.19)$$

in cui α è il fattore di attenuazione e β è il fattore di fase dell'onda.

Il periodo e la lunghezza d'onda sono dati da:

$$\begin{aligned} T &= 1/\nu \\ \lambda &= 2\pi / \beta. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Per comprendere come il campo elettrico e quello magnetico siano accoppiati, occorre ritornare alla condizione (1.16). Poiché né $\vec{E}$ né $\vec{H}$ dipendono dalle componenti y e z , solo le derivate rispetto alla variabile x sono diverse da zero, per cui dalla (1.12) si ha:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= \hat{i} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) - \hat{j} \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + \hat{k} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \hat{i} 0 - \hat{j} \frac{\partial H_z}{\partial x} + \hat{k} \frac{\partial H_y}{\partial x} = \\ &= \epsilon^* \left(\hat{i} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \hat{j} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \hat{k} \frac{\partial E_z}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

da cui si ottiene:

$$\begin{aligned} \epsilon^* \frac{\partial E_x}{\partial t} &= 0 \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} &= \epsilon^* \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \epsilon^* \frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Usando lo stesso procedimento per la (1.7) si ottiene:

$$\begin{aligned}
\mu^* \frac{\partial H_x}{\partial t} &= 0 \\
-\frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu^* \frac{\partial H_y}{\partial t} \\
\frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu^* \frac{\partial H_z}{\partial t}.
\end{aligned} \tag{1.22}$$

Inoltre, poiché le divergenze sono nulle si ha:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \text{ e } \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0. \tag{1.23}$$

Le condizioni (1.21-23) fanno in modo che campo elettrico e magnetico soddisfino le seguenti proprietà:

1) le componenti x dei vettori di campo, cioè le componenti longitudinale dell'onda elettromagnetica, sono indipendenti dal tempo e dallo spazio e di conseguenza si può assumere che siano nulle. Ciò comporta che l'onda risultante sia un'onda trasversale (TEM).

2) Le componenti di $\vec{E}$ e di $\vec{H}$ sono perpendicolari l'una all'altra e formano, insieme alla direzione di propagazione, un sistema di coordinate destrorso x, E_y, H_z (Figura 1.1). Infatti, introducendo le soluzioni (1.18) nelle equazioni delle componenti, per esempio nella seconda delle (1.21), si ottiene $\gamma H_z = j\omega\epsilon^* E_y$ che mostra come la componente del campo magnetico H_z e quella del campo elettrico E_y siano accoppiate.

3) Il rapporto tra campo elettrico e magnetico vale:

$$\frac{|E|}{|H|} = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon^*} = Z. \tag{1.24}$$

Questo rapporto è detto impedenza caratteristica del dielettrico e può essere riscritto considerando la (1.19) come:

$$Z = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon^*} = \sqrt{\frac{\mu^*}{\epsilon^*}} = Z_0 \sqrt{\frac{\mu_r^*}{\epsilon_r^*}} \tag{1.25}$$

dove

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cong 376.6\Omega \tag{1.26}$$

è l'impedenza caratteristica del vuoto.

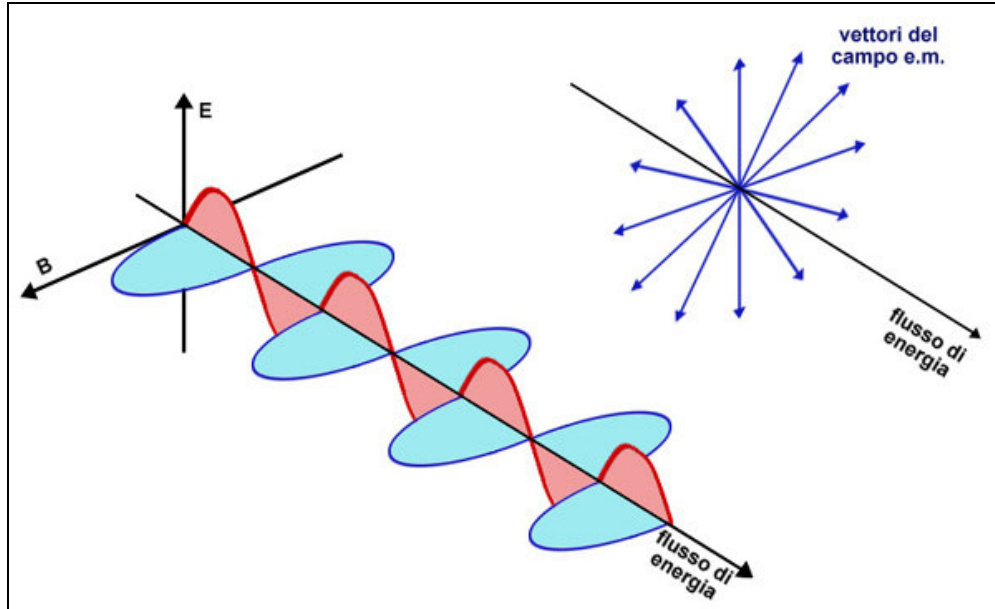


Figura 1.1 Onda elettromagnetica.

1.2 Velocità di propagazione e attenuazione

Nel paragrafo precedente è stato accennato al fatto che nei dielettrici privi di perdite la permittività elettrica e la permeabilità magnetica sono due grandezze reali. In questo caso, infatti, la costante di propagazione γ data dalla (1.19) è puramente immaginaria ($\alpha = 0$) e sostituita nelle soluzioni (1.18) fa in modo che la soluzione sia un'onda che si propaga lungo l'asse x con una velocità di fase data da:

$$\frac{dx}{dt} = v = v\lambda = \omega / \beta. \quad (1.27)$$

Nel caso più generico ($\alpha \neq 0$) la soluzione (1.18) diventa:

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\alpha x - \beta x)} e^{-\alpha x} \\ \vec{H} = \vec{H}_0 e^{j(\alpha x - \beta x)} e^{-\alpha x} \end{cases} \quad (1.28)$$

che rappresenta ancora un'onda elettromagnetica che si propaga lungo l'asse x con la velocità di fase (1.27), ma che decade secondo il fattore esponenziale $e^{-\alpha x}$.

La comparsa del fattore di attenuazione α dipende perciò dalle proprietà elettromagnetiche del materiale attraverso la permittività elettrica e la permeabilità magnetica date dalla (1.15). La presenza delle parti immaginarie ϵ'' e μ'' dà luogo a

fenomeni dissipativi che comportano una perdita nel flusso di energia e che attenuano l'ampiezza dell'onda che si propaga.

Se si escludono materiali particolari come gli ossidi di ferro, la permeabilità magnetica relativa si accosta all'unità ($\mu_r' \cong 1$, $\mu_r'' = 0$) e i fenomeni dissipativi legati alle proprietà magnetiche del mezzo possono essere trascurati. In questo caso la perdita di energia è data dalla somma di due contributi: uno associato alla permittività elettrica e l'altro alla conducibilità del materiale. Il primo è causato da fenomeni di rilassamento legati a processi di polarizzazione del dielettrico (Capitolo 3). Il secondo rappresenta la perdita di energia per effetto Joule nei dielettrici reali dovuta alla presenza di cariche che possono muoversi in presenza di un campo elettrico e che, quindi, conferiscono al mezzo una conducibilità diversa da zero. Per capire come la conducibilità entra nelle equazioni di Maxwell, è necessario aggiungere alle condizioni (1.5) la relazione $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ in modo che la (1.9) diventi:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon^* \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E}. \quad (1.29)$$

Considerando che $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \gamma x)}$ e quindi $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = j\omega \vec{E}$ si ottiene:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon_e^* \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.30)$$

dove la nuova costante

$$\epsilon_e^* = \epsilon^* + \frac{\sigma}{j\omega} \quad (1.31)$$

rappresenta sia la permittività elettrica che la conducibilità del materiale e può essere considerata come una permittività equivalente. La conducibilità introduce, quindi, un contributo alla dissipazione di energia di cui si può tener conto aggiungendo alla parte immaginaria della permittività elettrica il termine $\frac{\sigma}{\omega}$:

$$\epsilon_e'' = \epsilon'' + \frac{\sigma}{\omega}. \quad (1.32)$$

Per capire come le proprietà dell'onda dipendono dalle proprietà elettromagnetiche del mezzo, si deve separare la parte reale dalla parte immaginaria del coefficiente di propagazione. Dalla (1.19) si ha:

$$\gamma = j\omega\sqrt{\varepsilon^* \mu^*} = j\omega\sqrt{(\varepsilon' - j\varepsilon'')(\mu' - j\mu'')} = \alpha + j\beta \quad (1.33)$$

da cui:

$$\alpha = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} - \varepsilon'\mu' + \varepsilon''\mu'' \right]^{1/2} \quad (1.34)$$

$$\beta = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} + \varepsilon'\mu' - \varepsilon''\mu'' \right]^{1/2}. \quad (1.35)$$

Sostituendo la (1.35) nella (1.27) si ottiene che la velocità di fase può essere scritta in funzione dei parametri elettromagnetici come:

$$v = \frac{\sqrt{2}}{\left[\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} + \varepsilon'\mu' - \varepsilon''\mu'' \right]^{1/2}}. \quad (1.36)$$

Se si considerano materiali non ferromagnetici ($\mu_r' \cong 1$, $\mu_r'' = 0$) e si sostituiscono le relazioni (1.6) nella (1.34) e nella (1.36), si ottiene:

$$\alpha = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\omega}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\varepsilon_r'^2 + \varepsilon_r''^2} - \varepsilon_r' \right]^{1/2} \quad (1.37)$$

$$v = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \left[\sqrt{\varepsilon_r'^2 + \varepsilon_r''^2} + \varepsilon_r' \right]^{1/2}}. \quad (1.38)$$

Il fattore di attenuazione e la velocità di fase possono essere espresse in funzione della costante universale $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ che rappresenta la velocità di propagazione

delle onde elettromagnetiche nel vuoto. La (1.37) e la (1.38) diventano quindi:

$$\alpha = \frac{\omega}{c\sqrt{2}} \left[\sqrt{\varepsilon_r'^2 + \varepsilon_r''^2} - \varepsilon_r' \right]^{1/2} \quad (1.39)$$

$$v = \frac{c\sqrt{2}}{\left[\sqrt{\varepsilon_r'^2 + \varepsilon_r''^2} + \varepsilon_r' \right]^{1/2}}. \quad (1.40)$$

Raccogliendo ε_r' dalle precedenti relazioni si ottiene:

$$\alpha = \frac{\omega}{c\sqrt{2}} \sqrt{\varepsilon_r' \left[\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_r''^2}{\varepsilon_r'^2}} - 1 \right]} \quad (1.41)$$

$$v = \frac{c\sqrt{2}}{\sqrt{\epsilon'_r \left[\sqrt{1 + \frac{\epsilon''_{er}{}^2}{\epsilon_r'^2}} + 1 \right]}} \quad (1.42)$$

e, definendo la tangente di perdita elettrica:

$$\tan \delta_e = \frac{\epsilon''_{er}}{\epsilon'_r} \quad (1.43)$$

si ha:

$$\alpha = \frac{\omega}{c\sqrt{2}} \sqrt{\epsilon'_r \left[\sqrt{1 + \tan^2 \delta_e} - 1 \right]} \quad (1.44)$$

$$v = \frac{c\sqrt{2}}{\sqrt{\epsilon'_r \left[\sqrt{1 + \tan^2 \delta_e} + 1 \right]}}. \quad (1.45)$$

Per un mezzo con perdite trascurabili $\tan \delta_e \ll 1$ e la (1.44) e la (1.45) diventano:

$$\alpha \cong \frac{\omega \epsilon''_{er}}{2c\sqrt{\epsilon'_r}} \quad (1.46)$$

$$v \cong \frac{c}{\sqrt{\epsilon'_r}} \quad (1.47)$$

1.3 Onde in prossimità di conduttori

Nelle moderne comunicazioni un problema importante è il trasporto di energia da un punto all'altro. I due punti possono essere separati pochi metri o migliaia di chilometri. Per frequenze inferiori a pochi gigahertz il mezzo più usato è la linea di trasmissione a due fili (generalmente il cavo coassiale), mentre nella regione delle microonde è preferito un singolo conduttore (generalmente un tubo metallico). Una linea di trasmissione è, quindi, una guida d'onda che permette di trasmettere il segnale elettromagnetico lungo la direzione del sistema guidante.

Per capire come la radiazione elettromagnetica si propaga lungo una linea di trasmissione è necessario studiare il comportamento delle onde in prossimità dei conduttori. Se si considera la superficie di separazione tra un conduttore perfetto (avente conducibilità infinita) e il vuoto (che può essere sostituito anche da un

dielettrico ideale), le componenti tangenziali e normali del campo elettrico e magnetico sono rappresentate in Figura 1.2.

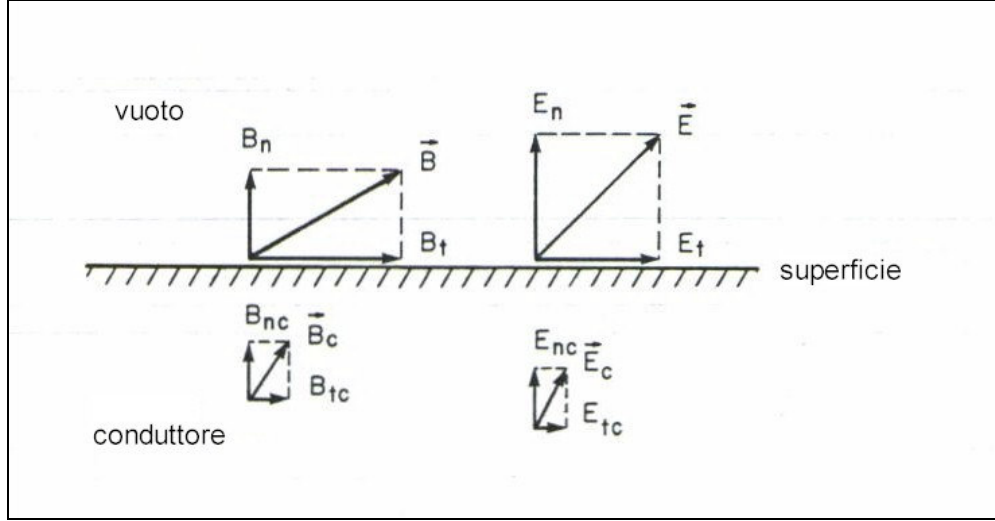


Figura 1.2 Regione intorno alla superficie di separazione tra il conduttore e il vuoto.

Applicando il teorema di Gauss al cilindretto di Figura 1.3 si ottiene:

$$\epsilon_0 E_n ds + \Phi_E^{lat} = \rho dl ds \quad (1.48)$$

dove Φ_E^{lat} è il flusso della componente tangenziale del campo elettrico attraverso la superficie laterale del cilindro; nel limite $dl \rightarrow 0$ si ha $\Phi_E^{lat} \rightarrow 0$ (il campo elettrico E_t è finito) e $\rho dl \rightarrow \rho_s$ densità di carica superficiale del conduttore. La (1.48) diventa:

$$E_n = \frac{\rho_s}{\epsilon_0}. \quad (1.49)$$

Analogamente si ottiene una condizione per la componente normale del campo magnetico:

$$B_n ds + \Phi_B^{lat} + \Phi_B^{inf} = 0 \quad (1.50)$$

dove Φ_B^{lat} è il flusso del campo magnetico attraverso la superficie laterale del cilindro (tende a zero quando $dl \rightarrow 0$) e Φ_B^{inf} è il flusso del campo magnetico attraverso la superficie inferiore. Visto che all'interno del conduttore $\vec{E} = 0$, il campo

magnetico variabile è nullo e, di conseguenza, deve essere $\Phi_B^{inf} = 0$. La (1.50) diventa allora:

$$B_n = 0 \quad (1.51)$$

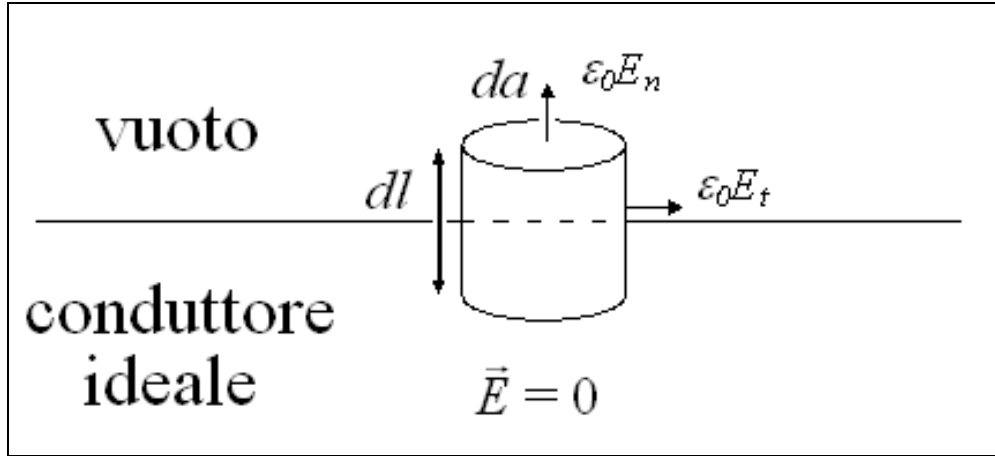


Figura 1.3 Cilindretto Gaussiano che include la superficie di separazione tra conduttore e vuoto.

Analogamente, se si considera un percorso chiuso che attraversa la superficie di separazione tra il conduttore e il vuoto (Figura 1.4), si ha:

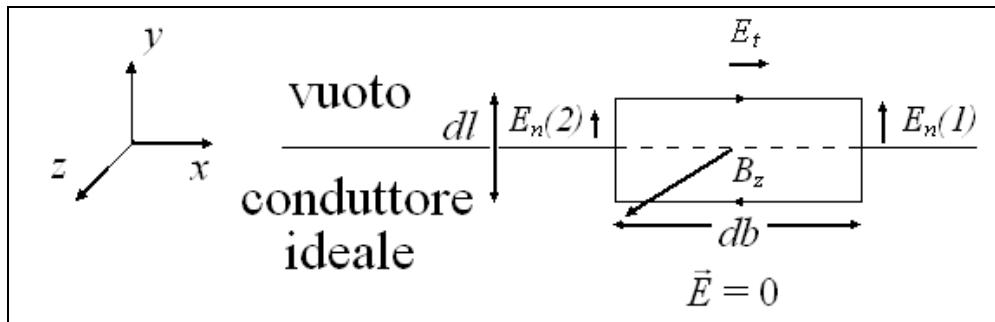


Figura 1.4 Percorso rettangolare chiuso che include la superficie di separazione tra conduttore e vuoto. $E_n(1)$ e $E_n(2)$ rappresentano le componenti normali del campo elettrico nei due punti della superficie.

$$E_n(1)\frac{dl}{2} - E_t db - E_n(2)\frac{dl}{2} = -\left(\frac{d}{dt} B_z\right) dl db \quad (1.52)$$

Come per il cilindro, per $dl \rightarrow 0$, essendo B_z ed E_n finiti, si ottiene che la componente tangenziale alla superficie del conduttore è nulla:

$$E_t = 0 \quad (1.53)$$

In modo analogo si procede per il campo magnetico, applicando la terza equazione di Maxwell al percorso di Figura 1.5:

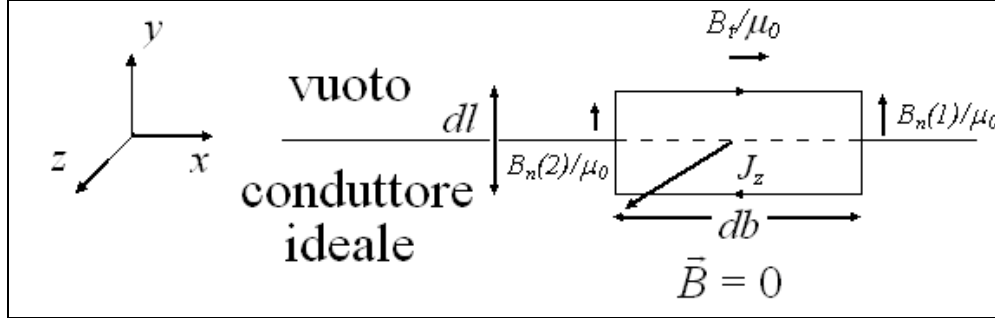


Figura 1.5 Percorso rettangolare chiuso comprendente una porzione di superficie del conduttore.

$$\frac{B_n(1)}{\mu_0} \frac{dl}{2} - \frac{B_t}{\mu_0} db - \frac{B_n(2)}{\mu_0} \frac{dl}{2} = \epsilon_0 \frac{dE_z}{dt} dl db + J_z dl db \quad (1.54)$$

Quando $dl \rightarrow 0$, $\vec{J}dl \rightarrow \vec{J}_s$ (in un buon conduttore la corrente è confinata sullo strato superficiale) e si ottiene:

$$B_t = -\mu_0 J_{sz} \quad (1.55)$$

cioè, la corrente per unità di lunghezza alla superficie del conduttore è proporzionale alla componente tangenziale del campo magnetico sopra la superficie. In un conduttore di conducibilità grande, ma finita, si trova che la corrente (così come il campo elettrico) è confinata ad un sottile strato situato all'interfaccia metallo/vuoto.

Lo spessore dello strato δ (e quindi la profondità di penetrazione) diminuisce man mano che aumenta la frequenza o la conducibilità del conduttore secondo la formula

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}}.$$

Questo comporta che la componente longitudinale del campo

elettrico non sia zero nei conduttori reali, ma tenda a zero allontanandosi dalla superficie stessa. Nel limite di conduttore perfetto ($\sigma \rightarrow \infty$) lo spessore interessato dalla corrente si annulla e la componente longitudinale E_t sarà zero.

L'equazione (1.55) e la Figura 1.5 mostrano che sia J_z che B_t sono paralleli all'interfaccia metallo/vuoto, ma sono perpendicolari l'uno all'altro. Allora la

relazione (1.55) si può esprimere come $\vec{n} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_s$. Più in generale le condizioni al contorno alla superficie di un conduttore ideale si possono riassumere come segue:

$$\begin{aligned}\vec{n} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \\ \vec{n} \times \vec{E} &= 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{n} \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J}_s.\end{aligned}\tag{1.56}$$

1.4 Linee di trasmissione

È possibile considerare la linea di trasmissione in termini di tensioni e correnti equivalenti nei conduttori. Tale approccio permette di descrivere il comportamento energetico della linea in modo semplice e di ottenere formalmente l'equazione differenziale delle onde di tensione e di corrente.

La linea di trasmissione più semplice può essere schematizzata come in Figura 1.6 da due conduttori piani e paralleli infinitamente estesi e posti ad una distanza fissa a (le considerazioni fatte per questo tipo di linea di trasmissione potranno essere generalizzate anche a geometrie più complicate).

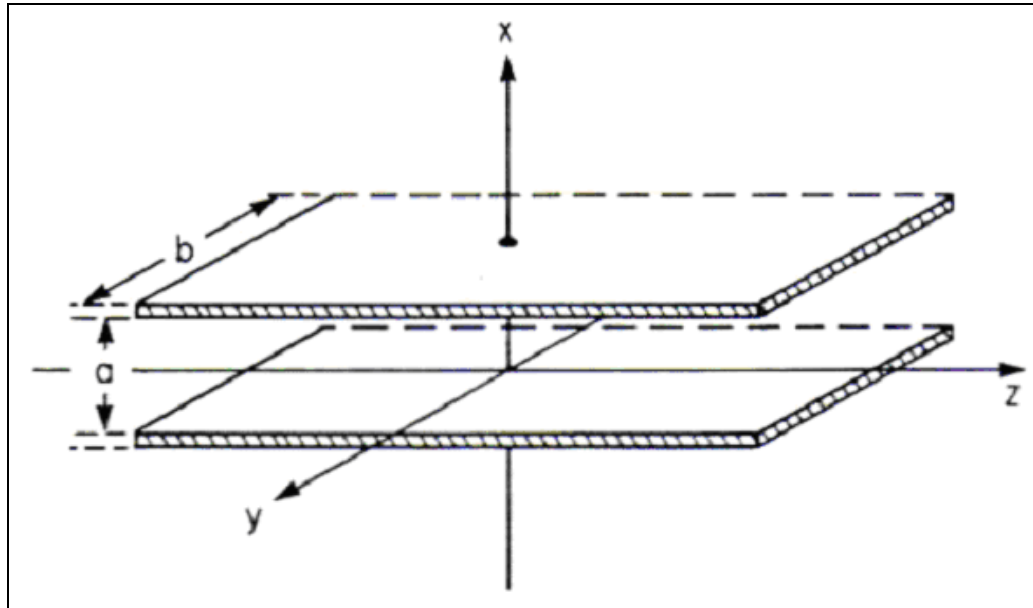


Figura 1.6 Linea di trasmissione a facce piane e parallele costituita da due fogli metallici posti ad una distanza pari ad a . I calcoli sono riferiti ad una striscia di larghezza b .

Se si considera il caso di un'onda elettromagnetica che si propaga lungo l'asse z con il campo elettrico diretto lungo x e magnetico lungo y , le condizioni al contorno (1.56) sono soddisfatte ($E_t = 0, B_n = 0$). Quindi, una volta che l'onda è stata prodotta, continuerà a propagarsi lungo il sistema. Poiché il campo elettrico e magnetico si assumono variabili solo lungo z , nel piano x - y avranno la distribuzione di Figura 1.7. Secondo tale figura ci sarà una carica positiva ρ_s nella superficie superiore del conduttore inferiore ed una negativa nella superficie inferiore del conduttore superiore; inoltre ci sarà un flusso di corrente $\vec{J}_s$ verso l'esterno della pagina nella piastra superiore e verso l'interno in quella inferiore.

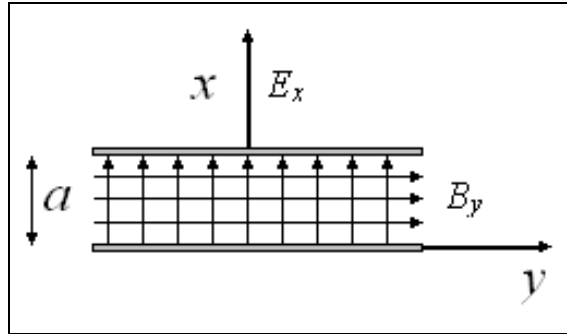


Figura 1.7 Rappresentazione del campo elettrico e magnetico su una linea di trasmissione piano parallela vista perpendicolarmente alla direzione di propagazione z .

Se si applica la legge di Faraday al cammino chiuso e rettangolare di Figura 1.8(a) si ha:

$$\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_2^3 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_3^4 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_4^1 \vec{E} \cdot d\vec{l} = -a \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (1.57)$$

Il primo integrale è uguale alla differenza di potenziale, cambiata di segno, fra i due conduttori nel punto z ($-V(z)$). Il secondo e il quarto sono nulli perché la componente tangenziale alla superficie del conduttore è nulla se il conduttore è perfetto. Il terzo è uguale alla differenza di potenziale tra i due conduttori nel punto $z+dz$ ($V(z+dz)$). Allora l'equazione (1.57) diventa:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -a \frac{\partial B_y}{\partial t}. \quad (1.58)$$

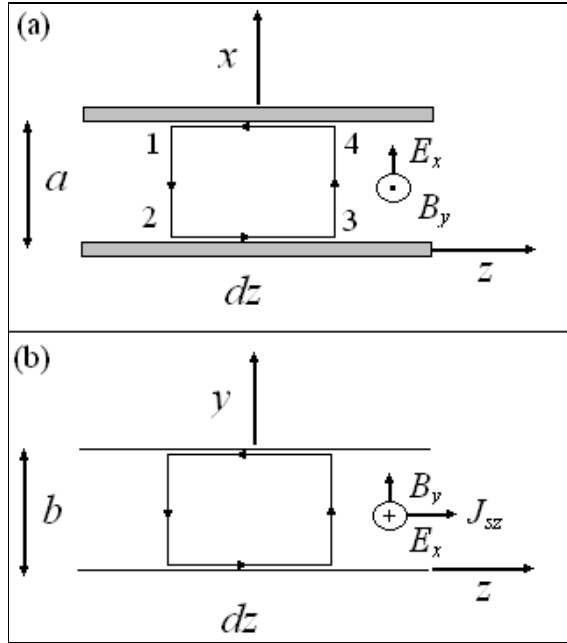


Figura 1.8 Sezione xz (a) e yz (b) della linea di trasmissione

La quarta delle condizioni al contorno (1.56) permette di scrivere:

$$B_y = \mu_0 J_{sz} = \mu_0 \frac{I}{b} \quad (1.59)$$

dove I è la corrente totale che fluisce lungo una porzione di linea di trasmissione larga b . Sostituendo la (1.59) nella (1.58) si ricava una relazione che lega il potenziale e la corrente:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\mu_0 \frac{a}{b} \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (1.60)$$

Un'altra relazione tra V e I può essere ottenuta applicando la legge di Ampère al percorso di Figura 1.8(b). Il risultato è

$$bB_y(z) - bB_y(z + dz) = \mu_0 \epsilon_0 b dz \left(\frac{\partial E_x}{\partial t} \right) \quad (1.61)$$

Sostituendo bB_y con $\mu_0 I$ e E_x con V/a si ottiene l'altra relazione tra V e I :

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\epsilon_0 \frac{b}{a} \frac{\partial V}{\partial t}. \quad (1.62)$$

La (1.60) e la (1.62) sono due equazioni alle derivate parziali nelle incognite V e I . Per disaccoppiarle si deriva la prima rispetto a z e poi si sostituisce la seconda, ottenendo un'equazione per il potenziale V :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (1.63)$$

Allo stesso modo si ottiene un'equazione per la corrente I :

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \quad (1.64)$$

Le (1.63-64) sono analoghe alle (1.17) e mostrano che le onde di tensione e di corrente si propagano lungo la linea di trasmissione con una velocità di fase che è pari alla velocità della luce nel vuoto e che è, quindi, indipendente dalla separazione fra le piastre conduttrici. Per capire quale sia il significato fisico dei fattori che moltiplicano le derivate temporali di V e di I nella (1.60) e nella (1.62) rispettivamente, il termine $\epsilon_0 b/a$ va moltiplicato per una lunghezza l misurata lungo la direzione di propagazione z . Si ottiene $\epsilon_0 b l/a$, che, considerando che bl è l'area dei conduttori, non è altro che la capacità di un condensatore piano che si otterrebbe in elettrostatica. Ne segue che $\epsilon_0 b/a$ è la capacità per unità di lunghezza della linea che può essere indicata con C_0 . Analogamente si trova che $\mu_0 a/b$ è l'induttanza per unità di lunghezza (L_0). Tenendo conto di queste considerazioni, le equazioni (1.60) e (1.62) possono essere riscritte:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z} &= -L_0 \frac{\partial I}{\partial t} \\ \frac{\partial I}{\partial z} &= -C_0 \frac{\partial V}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.65)$$

che rappresentano le equazioni fondamentali nella teoria delle linee di trasmissione. Dal confronto tra le equazioni (1.63-64) e le equazione delle onde (1.17) e, tenuto conto delle (1.65), si evince che è possibile trattare le onde elettromagnetiche sia in termini di campi che in termini di tensione e di corrente, semplicemente facendo le seguenti sostituzioni:

$$\begin{aligned}
\vec{E} &\leftrightarrow V \\
\vec{H} &\leftrightarrow I \\
\varepsilon_0 &\leftrightarrow C_0 \\
\mu_0 &\leftrightarrow L_0.
\end{aligned}
\tag{1.66}$$

L'impedenza caratteristica definita nella (1.24) come rapporto tra campo elettrico e magnetico può essere scritta, quindi, anche come rapporto tra tensione e corrente:

$$Z_0 = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = \frac{V}{I} . \tag{1.67}$$

Le onde di tensione e di corrente, soluzioni delle (1.63-64), sono del tutto analoghe a quelle trovate per il campo elettrico e magnetico e possono essere scritte come segue:

$$\begin{aligned}
V &= V_0 \exp j(\omega t - kz) \\
I &= I_0 \exp j(\omega t - kz)
\end{aligned}
\tag{1.68}$$

dove $k = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \omega = \sqrt{C_0 L_0} \omega$ è il numero d'onda e la velocità di fase vale

$$v = \omega / k = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = (C_0 L_0)^{-1/2}, \text{ mentre l'impedenza risulta essere } Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} .$$

Le (1.65) sono state derivate per la linea di trasmissione avente la geometria di Figura 1.6, ma sono valide per qualunque linea di trasmissione composta da due o più conduttori purché la sezione della linea rimanga costante lungo la direzione di propagazione.

Le caratteristiche principali delle linee di trasmissione ideali possono essere riassunte come segue:

- i) In una linea di trasmissione a due o più conduttori è sempre possibile trovare una configurazione in cui i campi elettrici e magnetici sono trasversali alla direzione di propagazione (onde TEM). Per questo modo detto “principale” si applicano le equazioni (1.65). Esistono modi di ordine più elevato caratterizzati dal fatto che il campo elettrico e magnetico possiedono una componente lungo la direzione di propagazione, ma non verranno analizzati in questo lavoro in quanto legati, prevalentemente, a sistemi con un unico conduttore.
- ii) Nel caso in cui le perdite dei conduttori siano trascurabili, la velocità di fase dell'onda è indipendente dalla frequenza (non c'è dispersione) e uguaglia la velocità della luce nel vuoto.

- iii) Le onde TEM possono essere studiate anche come onde di tensione e di corrente che si propagano lungo la linea di trasmissione.
- iv) L'impedenza caratteristica può essere espressa sia come rapporto tra tensione e corrente, sia come rapporto tra campo elettrico e campo magnetico.

1.5 Adattamento di impedenza e coefficiente di riflessione

Le equazioni (1.68) rappresentano onde di tensione e corrente progressive e quindi, in riferimento alla Figura 1.9, che si propagano da un generatore ad un carico. Più in generale, lungo la linea di trasmissione possono viaggiare anche onde riflesse e le (1.68) possono essere generalizzate come:

$$\begin{aligned} V &= V^+ \exp j(\omega t - kz) + V^- \exp j(\omega t + kz) \\ I &= I^+ \exp j(\omega t - kz) + I^- \exp j(\omega t + kz) \end{aligned} \quad (1.69)$$

dove gli indici positivi rappresentano le ampiezze delle onde progressive, mentre gli indici negativi rappresentano quelle delle onde regressive. L'ampiezza dell'onda dipende dall'impedenza del carico, Z_L : considerando che le (1.65) devono valere sia per l'onda progressiva che per quella regressiva si ottiene che $I^+ = V^+ / Z_0$ e che $I^- = -V^- / Z_0$. La (1.69) diventa quindi:

$$\begin{aligned} V &= V^+ \exp j(\omega t - kz) + V^- \exp j(\omega t + kz) \\ I &= \frac{V^+}{Z_0} \exp j(\omega t - kz) - \frac{V^-}{Z_0} \exp j(\omega t + kz) \end{aligned} \quad (1.70)$$

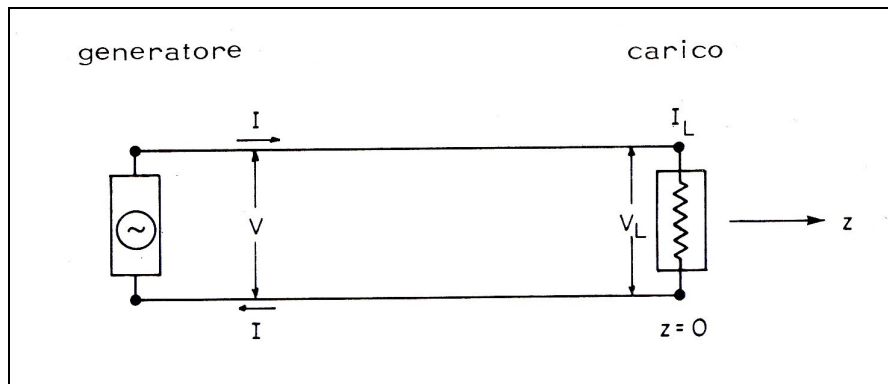


Figura 1.9 Linea di trasmissione chiusa sul carico Z_L .

Se si ipotizza che il carico si trovi a $z=0$ e che in quel punto la tensione e la corrente siano rispettivamente V_L e I_L , le (1.70) diventano:

$$\begin{aligned} V_L &= (V^+ + V^-) \exp j(\omega x) \\ I_L &= \left(\frac{V^+}{Z_0} - \frac{V^-}{Z_0} \right) \exp j(\omega x). \end{aligned} \quad (1.71)$$

L'impedenza di carico vale

$$Z_L = V_L / I_L = Z_0 \frac{(V^+ + V^-)}{(V^+ - V^-)}. \quad (1.72)$$

La (1.72) può essere risolta in termini del coefficiente di riflessione ρ definito come il rapporto tra ampiezza dell'onda riflessa e l'onda incidente:

$$\rho = \frac{V^-}{V^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}. \quad (1.73)$$

Allo stesso modo si può dedurre il coefficiente di riflessione per la corrente:

$$\rho_I = \frac{I^-}{I^+} = \frac{Z_0 - Z_L}{Z_L + Z_0}. \quad (1.74)$$

Quando l'impedenza di carico Z_L uguaglia l'impedenza caratteristica della linea Z_0 (cioè quando le due sono “adattate”), il coefficiente di riflessione è zero e non c'è nessuna onda che torna verso il generatore. Infatti per $Z_L = Z_0$, la linea di trasmissione pur di lunghezza finita, di fatto è come se nei riguardi della propagazione delle onde avesse lunghezza infinita. In tutti gli altri casi l'onda incidente verrà in parte riflessa ogni volta che incontra un contrasto di impedenza lungo la linea su cui viaggia. Il risultato della sovrapposizione dell'onda incidente e quella riflessa, la cui fase ed ampiezza dipendono dal carico Z_L , è un'onda stazionaria. Quando Z_L è zero o infinito, il valore del coefficiente di riflessione è unitario e l'onda incidente e riflessa hanno la stessa ampiezza; la forma delle onde stazionarie che si producono è, però, diversa nei due casi. Quando l'impedenza di carico è zero, le correnti si sommano e la tensione ai capi del carico deve essere nulla per cui la somma dell'onda riflessa e incidente deve essere zero in quel punto. Quando l'impedenza di carico è infinita, le onde di corrente si devono annullare su Z_L e le onde di tensione si sommano dando un campo elettrico doppio di quello incidente.

Se si considera un tratto di linea lungo l come in Figura 1.10, è possibile calcolare l'impedenza di entrata quando si guarda verso il carico. Per calcolare la tensione V_l e la corrente I_l in entrata basta sostituire $z = -l$ nelle (1.70). Le ampiezze V^+ e V^- possono essere sostituite con V_L e I_L tramite le (1.71) da cui si trova $2V^+ = (V_L + Z_0 I_L) \exp(-j\alpha l)$ e $2V^- = (V_L - Z_0 I_L) \exp(-j\alpha l)$. Facendo queste sostituzioni si ottiene:

$$\begin{aligned} V_l &= V_L \cos(kl) + jZ_0 I_L \sin(kl) \\ I_l &= I_L \cos(kl) + j \frac{V_L}{Z_0} \sin(kl) \end{aligned} \quad (1.75)$$

da cui è possibile ricavare sia il modulo che la fase di V_l e I_l per una lunghezza data l , purché siano noti Z_0 , V_L e I_L . L'impedenza di entrata è perciò data da:

$$Z_l = Z_0 \left[\frac{Z_L \cos(kl) + jZ_0 \sin(kl)}{Z_0 \cos(kl) + jZ_L \sin(kl)} \right] = Z_0 \frac{1 + \rho \exp(-2jkl)}{1 - \rho \exp(-2jkl)}. \quad (1.76)$$

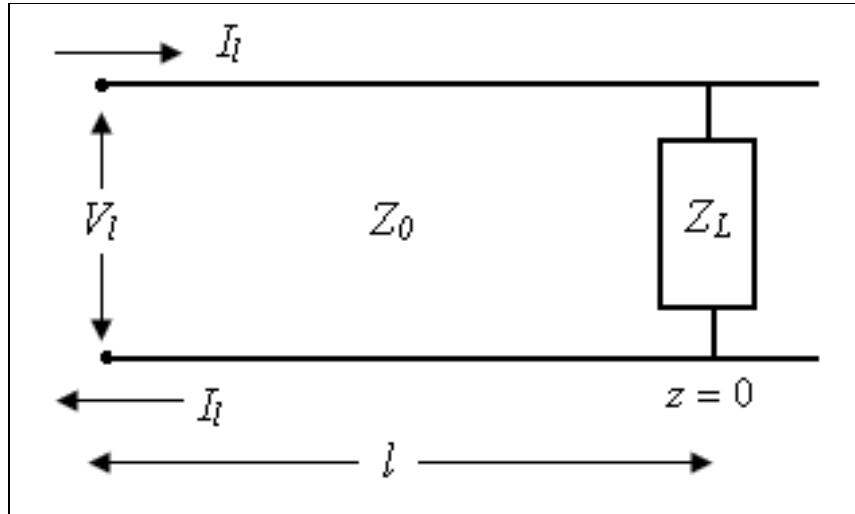


Figura 1.10 Tratto di linea di trasmissione di lunghezza l chiusa su un'impedenza Z_L .

La (1.76) dimostra che l'impedenza d'ingresso è diversa dall'impedenza caratteristica e che le due coincidono solo nel caso in cui la linea è adattata ($\rho = 0$).

Di interesse particolare sono i due casi limite in cui la linea è aperta ($Z_L = \infty$) o cortocircuitata ($Z_L = 0$): in entrambi i casi il coefficiente di riflessione è unitario e il

segnale viene riflesso totalmente. Nel primo caso la parte riflessa è in fase con quella incidente, nel secondo caso è in contro fase.

1.6 Circuito equivalente di una linea di trasmissione

Una linea di trasmissione ideale può essere schematizzata considerando segmenti di lunghezza infinitesima dz ed associando ad ogni segmento il circuito equivalente mostrato in Figura 1.11 dove C_0 e L_0 sono la capacità e l'induttanza per unità di lunghezza e sono considerate “grandezze distribuite” lungo la linea.

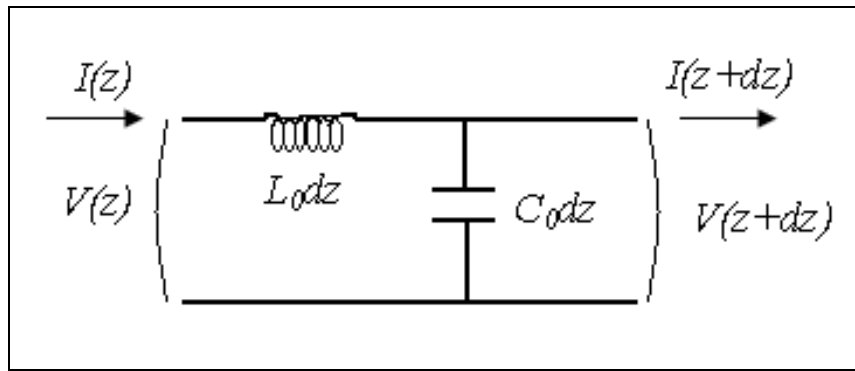


Figura 1.11 Circuito equivalente di una linea di trasmissione priva di perdite.

Applicando le leggi di Kirchhoff al circuito di Figura 1.11 si ha:

$$\begin{aligned} V(z,t) - L_0 dz \frac{\partial}{\partial t} I(z,t) &= V(z+dz,t) \\ I(z,t) &= C_0 dz \frac{\partial}{\partial t} V(z+dz,t) + I(z+dz,t) \end{aligned} \quad (1.77)$$

Dividendo per dz e passando al limite per $dz \rightarrow 0$, si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} V(z,t) + L_0 \frac{\partial}{\partial t} I(z,t) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} I(z,t) + C_0 \frac{\partial}{\partial t} V(z,t) &= 0 \end{aligned} \quad (1.78)$$

che sono formalmente analoghe alle (1.65) e che mostrano come il circuito equivalente di Figura 1.11 porti allo stesso risultato ottenuto dallo studio delle onde di tensione e di corrente.

Nel caso di linee reali, il dielettrico non è privo di perdite e i conduttori non sono perfetti. Il fatto che i conduttori non abbiano conducibilità infinita implica che la

componente longitudinale del campo elettrico sia diversa da zero e che, di conseguenza, le onde che si propagano lungo la linea non siano TEM. Generalmente, però, per buoni conduttori, le perdite sono talmente piccole da poter trascurare la componente longitudinale rispetto a quella trasversale e da poter considerare le onde come TEM. Per tener conto della non idealità della linea il circuito di Figura 1.11 deve essere, però, sostituito con quello di Figura 1.12.

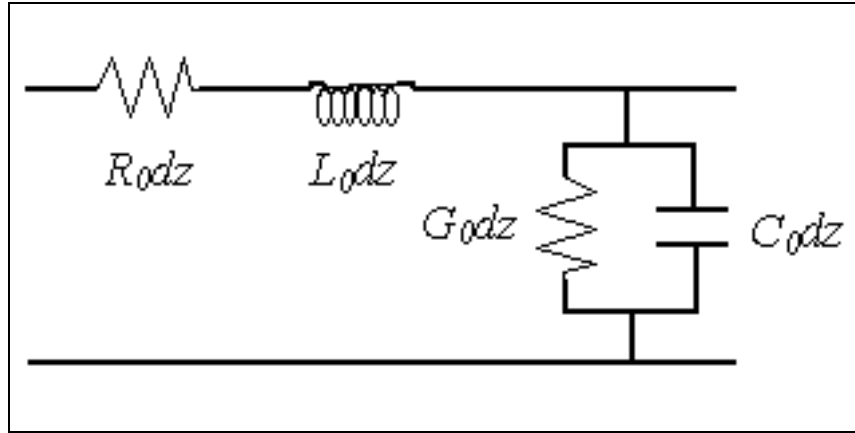


Figura 1.12 Circuito equivalente di una linea di trasmissione: la resistenza e la conduttanza per unità di lunghezza tengono in considerazione il fatto che i conduttori e il dielettrico non sono ideali.

La resistenza per unità di lunghezza, R_0 , tiene conto della dissipazione di potenza legata alla componente longitudinale del campo elettrico all'interno dei conduttori, mentre la conduttanza per unità di lunghezza, G_0 , rappresenta le perdite del dielettrico. Per questo circuito, le equazioni (1.78) si scrivono:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} V(z, t) + R_0 I(z, t) + L_0 \frac{\partial}{\partial t} I(z, t) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} I(z, t) + G_0 V(z, t) + C_0 \frac{\partial}{\partial t} V(z, t) = 0. \end{cases} \quad (1.79)$$

Le soluzioni sono sempre date dalle (1.68), ma questa volta il numero d'onda è pari a:

$$k = \omega \sqrt{\left(L_0 + \frac{R_0}{j\omega} \right) \left(C_0 + \frac{G_0}{j\omega} \right)} \quad (1.80)$$

(nel limite di linea senza perdite si ottiene nuovamente $k = \omega \sqrt{L_0 C_0}$). Di conseguenza, nel caso di linea di trasmissione reale in cui siano presenti fenomeni

dissipativi, per passare dalle equazione dei campi a quelle di tensione e di corrente è necessario eseguire le sostituzioni:

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &\leftrightarrow V \\
 \vec{H} &\leftrightarrow I \\
 \varepsilon' &\leftrightarrow C_0 \\
 \mu' &\leftrightarrow L_0 \\
 \varepsilon_e'' \omega &\leftrightarrow G_0 \\
 \mu'' \omega &\leftrightarrow R_0
 \end{aligned} \tag{1.81}$$

al posto delle (1.66).

Tenuto conto delle (1.81), l'impedenza della linea può essere espressa in termini dei parametri circuitali come:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu^*}{\varepsilon^*}} = \sqrt{\frac{\left(L_0 + \frac{R_0}{j\omega}\right)}{\left(C_0 + \frac{G_0}{j\omega}\right)}} = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}. \tag{1.82}$$

2. La tecnica TDR

La riflettometria nel dominio del tempo si basa sulla riflessione che subisce un'onda elettromagnetica quando si propaga su una linea di trasmissione. La riflessione avviene ogni qualvolta l'onda incontra un contrasto nell'impedenza del mezzo attraversato. Originariamente, questa tecnica veniva usata per trovare i guasti nelle linee telefoniche: quando il segnale elettromagnetico incontra un'interruzione o un difetto del cavo viene totalmente o parzialmente riflesso verso il trasmettitore e la posizione del guasto lungo la linea è calcolabile dal tempo di andata e ritorno del segnale e dalla velocità di propagazione. A partire dagli anni '70, la tecnica TDR è stata applicata alla determinazione della permittività elettrica (Fellner-Feldegg, 1969) nella fisica del suolo (Hoekstra and Delaney, 1974) e all'inizio degli anni '80 è stato legato alla misura del contenuto volumetrico di acqua (Topp et al., 1980). Nelle misure relative alla caratterizzazione dei materiali, il contrasto di impedenza viene creato artificialmente e l'effetto del materiale oggetto di studio viene misurato valutando le differenze di comportamento tra la sonda a vuoto e la sonda riempita con il materiale stesso.

In questo capitolo vengono descritti i principi su cui si basa il funzionamento della tecnica TDR e quelli che permettono di valutare le proprietà elettriche dei materiali. Con il termine TDR si intende un insieme di strumentazioni costituite da: generatore di impulsi e ricevitore degli stessi (Metallic Cable Tester), linea di trasmissione esterna e sonda di misura.

2.1 Metallic Cable Tester

Il metallic cable tester usato per questa tesi è il Tektronix 1502C (Tektronix, 1990). L'apparato è composto da un generatore di impulsi a gradino, un cavo coassiale, un campionatore ed un oscilloscopio. Questi elementi sono collegati tra loro come in Figura 2.1. L'impulso a gradino viene prodotto dal generatore attraverso un'onda quadra di periodo estremamente lungo rispetto ai tempi di misura (circa 50ns). Il tempo di risalita del gradino è non nullo a causa della velocità finita dell'elettronica del generatore. In termini di onda quadra ideale, ottenibile come sovrapposizione di onde sinusoidali date dalla serie di Fourier, ciò corrisponde al taglio delle alte

frequenze. Il Tektronix 1502C genera impulsi di ampiezza pari a 300 mV della durata di 60 μ s a intervalli di 200 μ s e con una costante di risalita pari a 200 ps (Figura 2.2). Il contenuto in frequenza del segnale è compreso nell'intervallo 5kHz÷1.75GHz in cui l'estremo inferiore è dato dall'inverso del periodo dell'onda quadra emessa, e quello superiore è calcolato dal tempo di salita, t_r , come $0.35/t_r$ (Robinson et al., 2005).

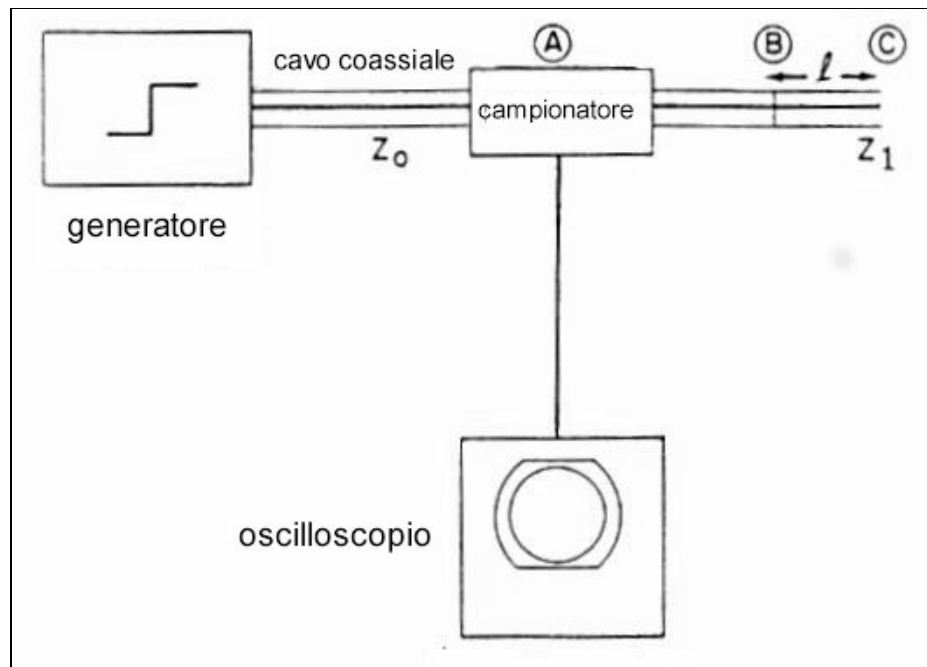


Figura 2.1 Schema di funzionamento del metallic cable tester.

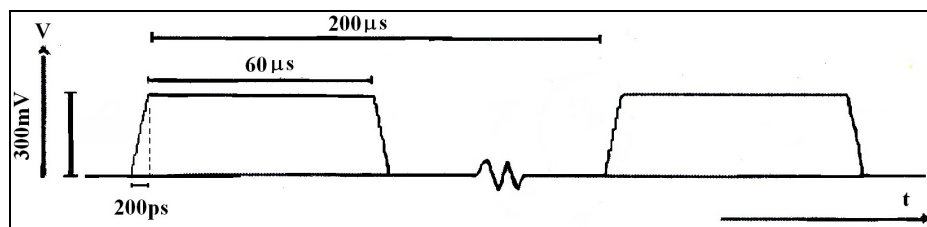


Figura 2.2 Segnale di input del Tektronix 1502C.

Il cavo coassiale connette il generatore d'impulsi al campionatore. Il segnale prodotto dal generatore viaggia verso il campionatore che è costituito da un

temporizzatore e da un voltmetro. Quando il segnale raggiunge il campionatore, questo registra la tensione ad intervalli regolari. La tensione in funzione del tempo fornisce la tipica curva di risposta TDR e viene visualizzata sullo schermo dell'oscilloscopio. L'interfacciamento dello strumento con il PC, reso possibile tramite collegamento alla porta seriale RS232, permette di scaricare i dati relativi alle misure direttamente sul calcolatore e di analizzarli.

L'uscita dello strumento può essere collegata direttamente ad una sonda immersa o riempita del materiale da investigare, ma generalmente (e in modo particolare nel caso di misure in situ), è preferibile collegare la sonda allo strumento tramite una linea di trasmissione. Il tipo di linea di trasmissione usata come collegamento dipende dal tipo di sonda: per le sonde bifilari si utilizzano linee bifilari, per quelle trifilari o coassiali, invece, si utilizza il cavo coassiale. Nel secondo caso, il conduttore esterno del cavo coassiale viene collegato a terra, mentre quello interno è collegato all'uscita dello strumento. Il cavo coassiale deve essere adattato all'uscita dello strumento in modo tale da non alterare il segnale con riflessioni spurie, non dovute al materiale da analizzare. Poiché l'uscita del Tektronix 1502C è a $50\ \Omega$ si usano cavi coassiali con la stessa impedenza. Il tipo di cavo più usato è il modello RG58, in cui il dielettrico che separa il conduttore interno da quello esterno è il teflon. Cavi coassiali eccessivamente lunghi possono, però, causare dispersione e attenuazione del segnale (Logsdon, 2000; Heimovaara, 1993; Robinson et al., 2003c). In questi casi è possibile usare cavi coassiali che minimizzano le perdite in cui il dielettrico di separazione tra i due conduttori è l'aria (come nel modello Aircomplus).

2.2 Le sonde TDR

Uno degli scopi principali di una sonda TDR è ottenere un volume di campionamento significativo, cercando di minimizzare eventuali perdite ed utilizzando una struttura robusta e pratica da usare. Non è, però, possibile trovare una sonda che soddisfi tutti questi requisiti e, quindi, è necessario individuare quella che permette di raggiungere un buon compromesso a seconda del tipo di misura che si intende effettuare.

Le tipologie di sonda sono essenzialmente due (Robinson et al., 2003a; Noborio, 2001; Heimovaara, 1993; Zegelin et al., 1989): quella coassiale e quella multifilare. In una linea coassiale, lo spazio tra il conduttore interno ed esterno è riempito dal materiale da analizzare. Il campo elettrico e magnetico sono rispettivamente puramente radiale e azimutale come mostrato in Figura 2.3.

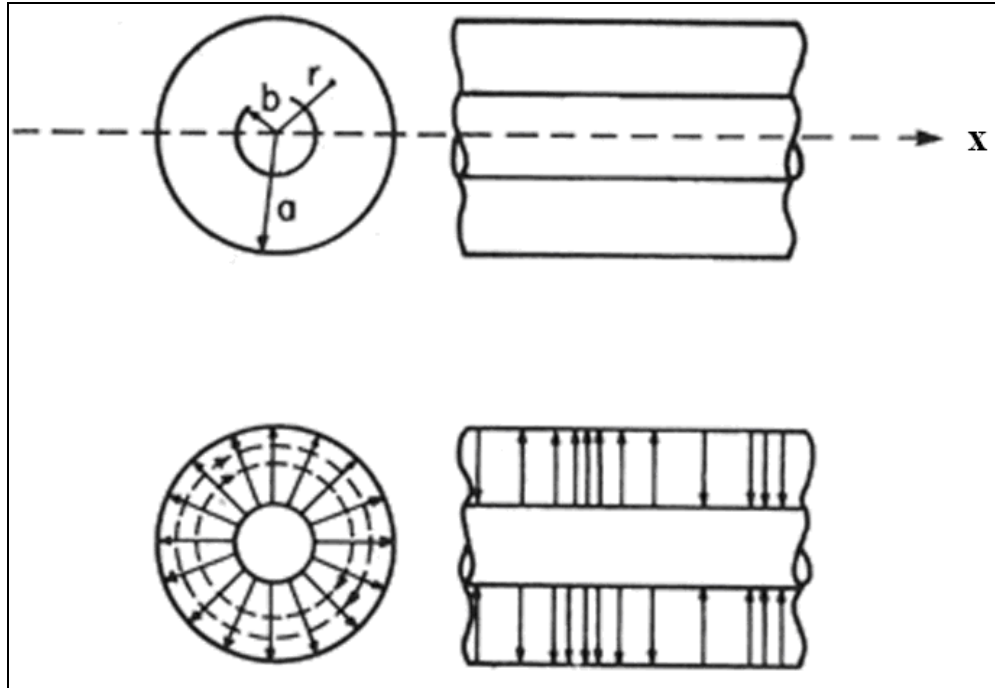


Figura 2.3 Distribuzione delle linee di forza del campo elettrico (linea continua) e magnetico (linea tratteggiata) lungo un cavo coassiale.

Il campo magnetico per un raggio generico r è dato dalla legge di Ampère e vale $\mu_0 I / 2\pi r$ con I corrente che fluisce in direzione x lungo il conduttore interno. Il flusso del campo magnetico relativo ad una lunghezza l di linea è:

$$\Phi_B = \frac{l\mu_0 I}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{l\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right). \quad (2.1)$$

L'induttanza per unità di lunghezza è definita come:

$$L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right). \quad (2.2)$$

Il campo elettrico radiale per un raggio generico r è dato dalla legge di Gauss e vale $E_r = Q/(2\pi\epsilon_0 l r)$ con Q carica istantanea sul conduttore interno nel punto x . La differenza di potenziale tra i due conduttori vale:

$$V = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln\left(\frac{a}{b}\right) \quad (2.3)$$

e la capacità per unità di lunghezza definita come $C_0 = Q/lV$ è:

$$C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}. \quad (2.4)$$

Sostituendo le (2.2) e (2.4) nella (1.82) si ottiene l'impedenza caratteristica per un cavo coassiale privo di perdite:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln\left(\frac{a}{b}\right) \quad (2.5)$$

Se lo spazio tra i due conduttori è riempito con un dielettrico di permittività relativa ϵ_r e permeabilità magnetica relativa μ_r , l'impedenza diventa:

$$Z_c = Z_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \quad (2.6)$$

La sonda coassiale ha il vantaggio di avere il conduttore esterno che funge da schermo, annullando le perdite radiative e di poter essere facilmente collegata al cavo coassiale, e quindi allo strumento, tramite un connettore BNC. L'utilizzo di questo tipo di sonda non è, però, consigliabile per misure in campo perché di difficile inserimento nel terreno e perché, per la sua configurazione, altererebbe la condizione fisica locale del suolo da analizzare.

Al contrario le sonde multifilari sono molto indicate per misure di questo tipo. In questo tipo di sonda, il conduttore esterno del cavo coassiale è sostituito da un numero $n \geq 1$ di bacchette metalliche (cilindriche o piane). Il caso più semplice è quello della linea bifilare costituita da due bacchette. L'unico problema di questa linea è che, essendo bilanciata (sulle due bacchette c'è una tensione uguale ed opposta), non può essere collegata al cavo coassiale dal momento che quest'ultimo è una linea non bilanciata (il conduttore interno è a tensione V_0 , quello esterno a terra); il collegamento deve essere effettuato tramite un dispositivo, il *balun*, che permette il

passaggio da una linea non bilanciata ad una bilanciata (Spaans e Baker, 1993). Questo problema non sussiste nel caso di sonde con più di due bacchette ($n > 1$), perché, in questo caso, la bacchetta centrale viene collegata al conduttore interno del cavo coassiale, e le laterali, disposte simmetricamente rispetto alla centrale, a quello esterno. Lo svantaggio principale della sonda multifilare è costituito dalle perdite radiative dovute al fatto che questo tipo di sonda non è schermata. Questo inconveniente può essere risolto incrementando il numero di bacchette laterali: all'aumentare di esse, la configurazione del campo diventa sempre più simile a quella del coassiale.

L'impedenza caratteristica di una linea bifilare costituita da due conduttori cilindrici di raggio r_1 e r_2 e distanti s , è (Ball, 2002):

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln[F + \sqrt{F^2 - 1}] \quad (2.7)$$

dove:

$$F = \frac{(s - r_2)(s + r_2) - r_1^2}{2r_1 r_2} \quad (2.8)$$

L'impedenza caratteristica di una linea multifilare a n conduttori è data da (Ball, 2002):

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi n} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln[H + \sqrt{H^2 - 1}] \quad (2.9)$$

con:

$$H = \frac{(s^2 - a_0^2)^n - a_i^{2n}}{a_i^n [(s + a_0)^n - (s - a_0)^n]} \quad (2.10)$$

dove a_i è il raggio del conduttore interno, a_0 quello dei conduttori esterni e s è la distanza tra i loro centri.

2.3 Principio di funzionamento

L'apparato strumentale è schematizzato in Figura 2.4(a) con il TDR collegato alla sonda tramite un cavo coassiale; i risultati di questo paragrafo possono essere estesi anche al caso della sonda bifilare, purché adattata all'uscita dello strumento tramite balun.

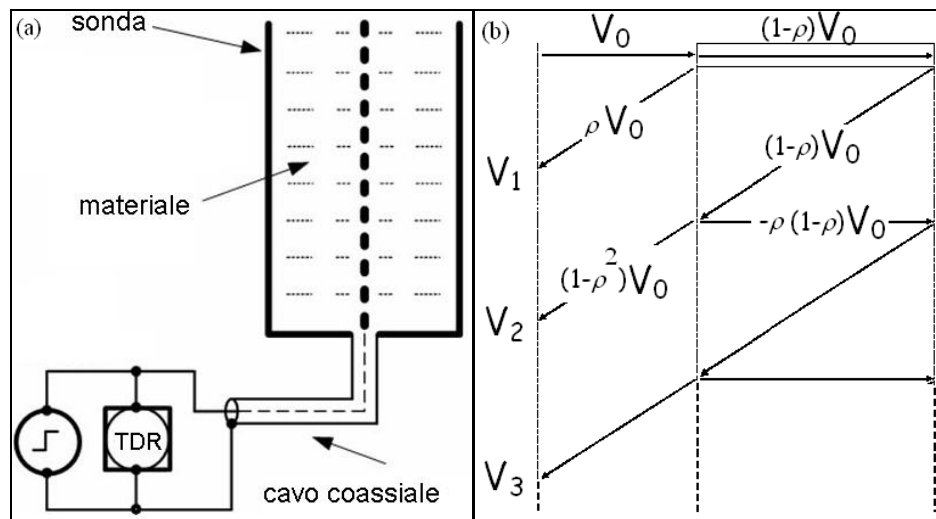


Figura 2.4 (a) Dispositivo sperimentale formato dal TDR, dal cavo coassiale e dalla sonda; (b) schematizzazioni delle riflessioni multiple all'interno della sonda.

Il gradino di tensione, V_0 , prodotto dal generatore viaggia lungo il cavo coassiale che, avendo un'impedenza di 50Ω uguale a quella in uscita dello strumento, non dà luogo a nessuna discontinuità. Il segnale raggiunge la sonda, realizzata in maniera da avere un'impedenza diversa da 50Ω , e, incontrando una discontinuità nel mezzo attraversato, viene parzialmente riflesso verso lo strumento (Figura 2.4(b)) e registrato dall'oscilloscopio. Se Z_c è l'impedenza del cavo coassiale e Z_p è l'impedenza della sonda, il coefficiente di riflessione, definito nel paragrafo §1.5, vale:

$$\rho = \frac{Z_p - Z_c}{Z_p + Z_c}. \quad (2.11)$$

Il segnale riflesso, V_r , si somma al potenziale incidente V_0 e, quindi, l'oscilloscopio registra la tensione V_1 data da:

$$V_1 = V_0 + V_r = V_0 + \rho V_0 \quad (2.12)$$

L'altra parte del segnale incidente pari a

$$V_t = (1 - \rho)V_0 \quad (2.13)$$

viene trasmessa e continua a propagarsi lungo la sonda fino a raggiungerne la fine. Se la terminazione della sonda è aperta, il segnale vede un'impedenza infinita e viene

totalmente riflesso in fase. All'interno della sonda, l'onda incontra un altro contrasto di impedenza all'interfaccia sonda/cavo coassiale e viene parzialmente riflessa con coefficiente di riflessione $-\rho$: la parte di segnale che viene riflessa nuovamente dentro la sonda è $-\rho(1-\rho)V_0$, quella che viene trasmessa verso l'oscilloscopio è $(1+\rho)(1-\rho)V_0$. La tensione visualizzata sullo schermo dell'oscilloscopio sarà:

$$V_2 = V_1 + (1+\rho)(1-\rho)V_0 = V_0 + \rho V_0 + (1-\rho^2)V_0. \quad (2.14)$$

La porzione di segnale che continua a viaggiare nella sonda viene nuovamente riflessa quando ne raggiunge la fine e viene ancora parzialmente riflessa all'interfaccia sonda/cavo coassiale. Si crea, perciò, una serie di riflessioni multiple (Figura 2.4(b)) in cui le tensioni registrate dal campionatore sono:

$$\begin{aligned} V_3 &= V_0 + \rho V_0 + (1-\rho^2)V_0 - \rho(1-\rho^2)V_0 \\ V_4 &= V_0 + \rho V_0 + (1-\rho^2)V_0 - \rho(1-\rho^2)V_0 + \rho^2(1-\rho^2)V_0 \\ &\dots \dots \end{aligned}$$

Generalizzando per l'ennesima riflessione si ha:

$$V_n = V_0 \left[(1+\rho) + (1-\rho^2) \sum_{k=0}^{n-2} (-\rho)^k \right] \quad (2.15)$$

che vale per $n \geq 2$ e nel caso in cui il materiale sia privo di perdite. Nel caso in cui il dielettrico sia dissipativo la (2.15) diventa:

$$V_n = V_0 \left[(1+\rho) + (1-\rho^2) \sum_{k=0}^{n-2} (-\rho)^k (f)^{k+1} \right] \quad (2.16)$$

dove f è il fattore di attenuazione dato dalla formula:

$$f = \exp(-2\alpha L) \quad (2.17)$$

con α coefficiente di attenuazione e L lunghezza della sonda. Il fattore 2 presente nella (2.17) tiene conto del fatto che il segnale compie un viaggio di andata e ritorno lungo la sonda. Dopo la fase transiente, la tensione raggiunge il valore asintotico:

$$V_f = V_0 \left[(1+\rho) + \frac{f^2(1-\rho^2)}{1+\rho f^2} \right] \quad (2.18)$$

che si ottiene facendo il limite per $n \rightarrow \infty$ nella (2.16) (Yanuka et al., 1988).

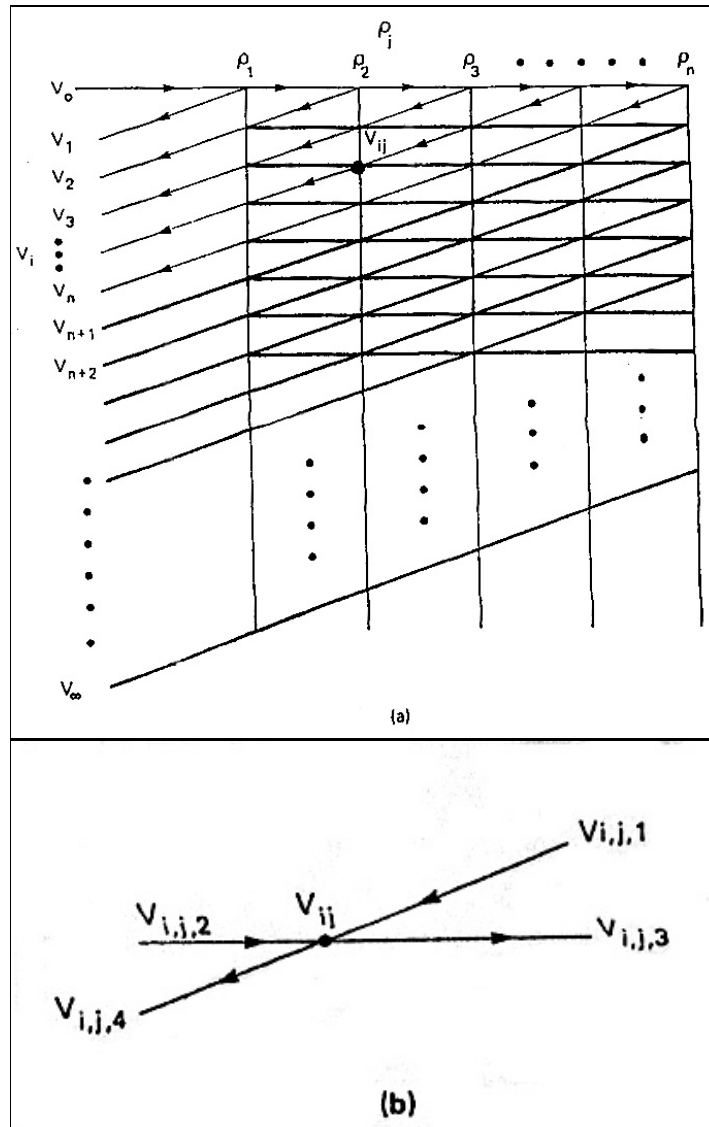


Figura 2.5 (a) Schematizzazione delle riflessioni multiple in una linea costituita da una successione di strati; (b) Segnali che convergono nel nodo ij .

Queste considerazioni possono essere estese al caso in cui il segnale viaggi su una linea costituita da una successione di strati come in Figura 2.5(a): ogni strato ha un'impedenza diversa e, quindi, all'interfaccia parte del segnale viene riflessa e parte trasmessa nello strato successivo secondo il coefficiente di riflessione dello strato i -esimo (ρ_i). In prima approssimazione, le tensioni V_i possono essere calcolate ignorando le riflessioni secondarie mostrate in Figura 2.5(a) dalle linee più spesse. Sotto questa ipotesi si ottiene:

$$\begin{aligned}
V_1 &= V_0(1 + \rho_1) \\
V_2 &= V_1 + V_0(1 + \rho_1)(1 - \rho_1)\rho_2 \\
V_3 &= V_2 + V_0(1 + \rho_1)(1 - \rho_1)(1 + \rho_2)(1 - \rho_2)\rho_3 \quad (2.19) \\
&\dots \\
V_i &= V_{i-1} + V_0\rho_i \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \rho_j^2)
\end{aligned}$$

dove $i = 1, 2, \dots, n$ e n è il numero degli strati. Nel caso in cui si voglia tener conto anche delle riflessioni secondarie, bisogna far riferimento alla Figura 2.5(b) in cui è rappresentato il nodo di intersezione V_{ij} e i quattro raggi, V_{ijk} , che vi convergono. L'indice i indica il tempo, l'indice j denota la posizione del nodo relativamente allo strato alla destra del nodo e l'indice k ($k = 1, 2, 3, 4$) denota i raggi convergenti nel nodo. Si può dimostrare (Topp et al., 1988; Yanuka et al., 1988) che la tensione registrata dall'oscilloscopio al tempo i -esimo è:

$$V_i = V_0 + \sum_{m=1}^i V_{m,1,4}. \quad (2.20)$$

Nel caso in cui il mezzo sia dissipativo, è necessario aggiungere il fattore di attenuazione f .

2.4 Misure di permittività elettrica

La Figura 2.6 mostra l'andamento della forma d'onda TDR visualizzata sull'oscilloscopio ottenuta in aria e in acqua demineralizzata. Dal grafico è possibile ricavare il tempo Δt di andata e ritorno del segnale all'interno della sonda e, conoscendone la lunghezza L , ricavare la velocità di propagazione nel mezzo come:

$$v = 2L / \Delta t. \quad (2.21)$$

Per un mezzo non magnetico privo di perdite vale la relazione (1.47) che, confrontata con la (2.21) permette di ricavare la permittività elettrica relativa:

$$\epsilon_r = \left(\frac{c\Delta t}{2L} \right)^2 \quad (2.22)$$

La (2.22) implica che il calcolo della permittività elettrica del mezzo si riduca a quello del tempo di transito all'interno della sonda. Le forme d'onda di Figura 2.6 mostrano che il tempo di andata (il metallic cable tester della Tektronix divide automaticamente il tempo a metà) è misurato dal punto A al punto B in aria e dal

punto A al punto C in acqua demineralizzata. e mostrano come aumenti all'aumentare della permittività del materiale (per l'aria $\epsilon_r = 1$, per l'acqua demineralizzata a temperatura ambiente $\epsilon_r \cong 80$).

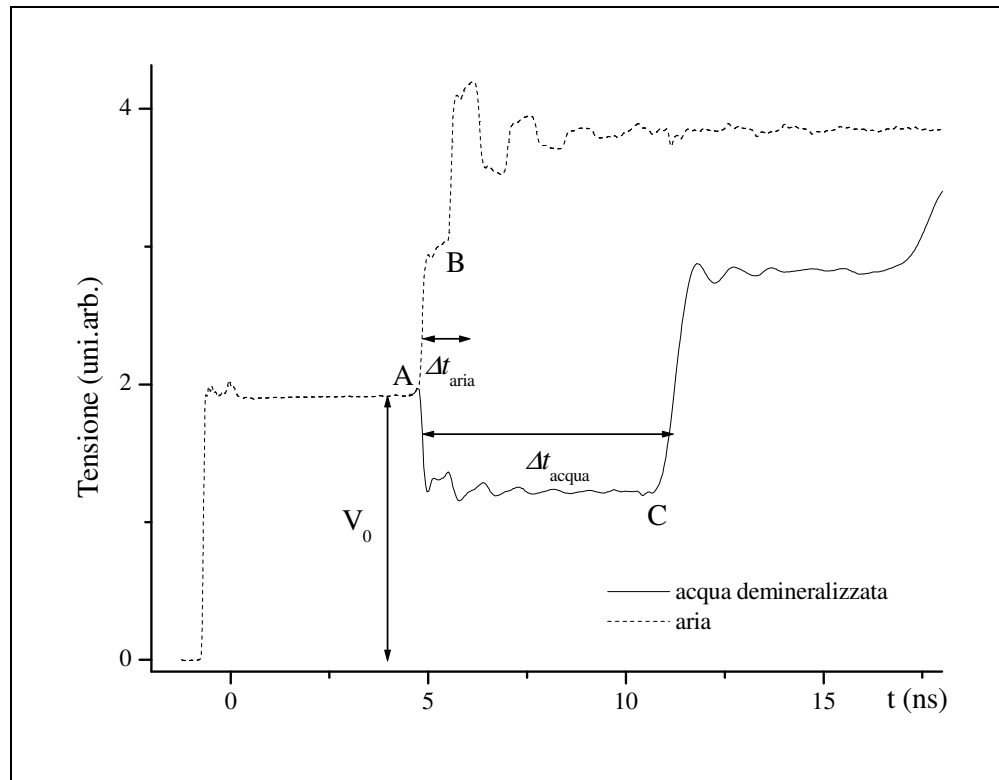


Figura 2.6 Curve di risposta in aria e in acqua demineralizzata e tempi di andata e ritorno nella sonda.

In letteratura esistono tre modi per determinare il tempo di transito. Il primo e il più utilizzato è il *metodo delle tangenti* (Topp et al., 1980; Baker e Allmaras, 1990; Heimovaara e Bouten, 1990; Robinson et al., 2003c) secondo il quale i punti t_1 e t_2 sono dati dall'intersezione tra le rette di Figura 2.7(b): la prima retta è il risultato di un fit lineare su un numero di punti (scelti dall'operatore) prima dell'entrata del segnale nella sonda, la seconda nell'intorno del primo punto di flesso, la terza prima dell'uscita del segnale dalla sonda, la quarta nell'intorno del secondo punto di flesso (Figura 2.7(a)).

Il secondo metodo (Mattei et al., 2006) consiste nel derivare rispetto al tempo il segnale TDR e di eseguire un fit tra la curva così ottenuta e quella teorica data da:

$$\dot{r}(t) = \sum_{j=0}^n A_j \exp[(t - \tau_j) / \sigma_j]^2. \quad (2.23)$$

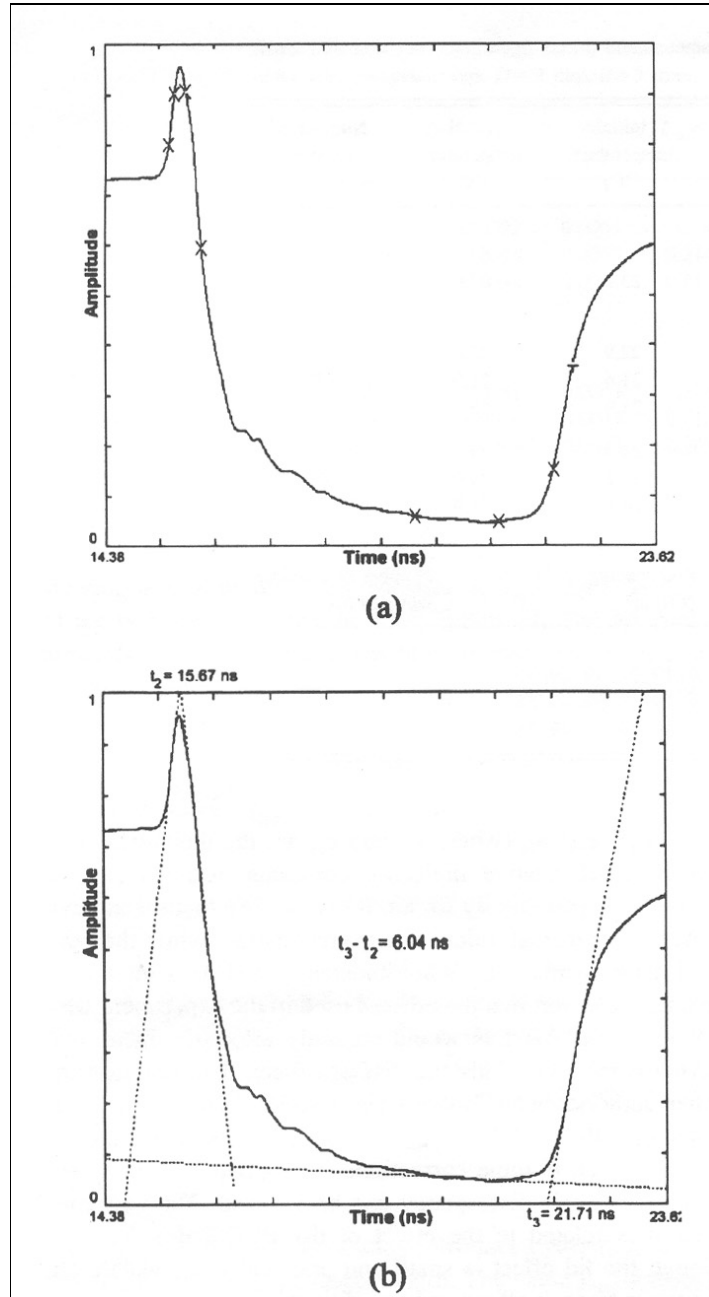


Figura 2.7 (a) Le otto croci indicano l'intervallo di punti su cui si effettua il fit delle quattro tangenti; (b) le linee tratteggiate rappresentano le quattro tangenti, le cui intersezioni forniscono i tempi di entrata e di uscita dalla sonda.

Il fit (Figura 2.8) fornisce le ascisse dei punti di massimo o di minimo (τ_j) della derivata del segnale e il tempo di transito Δt può essere ottenuto come differenza tra valori successivi:

$$\Delta t = \tau_j - \tau_{j-1} . \quad (2.24)$$

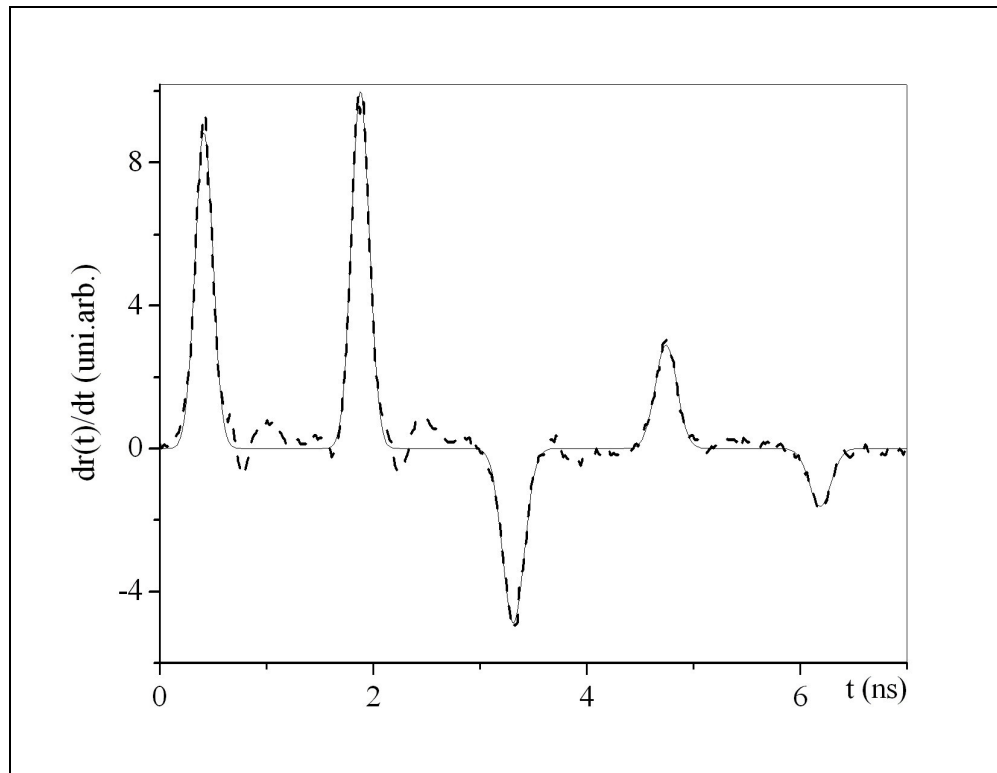


Figura 2.8 Confronto tra la derivata della funzione di risposta del segnale TDR (linea tratteggiata) e il fit eseguito secondo il metodo delle derivate (linea continua).

Il terzo metodo consiste nel valutare la funzione di trasferimento nel dominio della frequenza e di calcolare il tempo di transito eseguendo il fit con quella teorica (Heimovaara, 1994; Friel e Or., 1999). I principi su cui si basa questo metodo e la procedura di fit verranno spiegati in maniera più dettagliata nel paragrafo 2.6.

Il calcolo della permittività si complica se il mezzo è dissipativo. La velocità, in questo caso, è infatti data dalla (1.42) che, riscritta esplicitando il contributo della conducibilità, diventa:

$$v = \frac{c\sqrt{2}}{\sqrt{\epsilon'_r \left[\sqrt{1 + \frac{(\epsilon''_r + \sigma_{DC} / \omega \epsilon_0)^2}{\epsilon'^2_r}} + 1 \right]}} \quad (2.25)$$

dove il pedice *DC* sta per *Direct Corrent* e indica che la conducibilità è quella statica. Questo comporta che la permittività calcolata dal tempo di transito con la (2.22) non sia più uguale alla parte reale, ma coincida con una permittività apparente ϵ_a data da (Topp et al., 1980):

$$\epsilon_a = \frac{\epsilon'_r}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{(\epsilon''_r + \sigma_{DC} / \omega \epsilon_0)^2}{\epsilon'^2_r}} + 1 \right]. \quad (2.26)$$

La velocità data dall'equazione (2.25) dipende dalla frequenza sia esplicitamente che implicitamente attraverso i parametri ϵ'_r e ϵ''_r . La difficoltà nell'utilizzare la (2.25) è dovuta al fatto che questa relazione è stata formulata per un'onda piana monocromatica; poiché, invece, la forma d'onda TDR è composta da una banda di frequenze, nei casi in cui non sia possibile trascurare la parte immaginaria e la conducibilità, diventa necessario studiare il segnale nel dominio della frequenza. Per capire a quale frequenza corrisponde la misura della permittività calcolata con il tempo di transito è necessario stimare una *frequenza efficace* (Capitolo 5). La determinazione della frequenza efficace e l'analisi del segnale TDR nel dominio della frequenza consentono di tenere in considerazione eventuali effetti dissipativi del materiale e permettono di confrontare i risultati con quelli ottenuti con altre tecniche (come ad esempio il Network Analyser).

2.5 Misure di conducibilità elettrica e di attenuazione

Un impiego particolarmente interessante della tecnica TDR consiste nel misurare la conducibilità (Dalton et al., 1984; Topp et al., 1988; Yanuka et al., 1988; Nadler et al., 1991; Mojid et al., 2003; Robinson e Friedman, 2003) e il fattore di attenuazione (Mattei et al., 2005a; Mattei et al., 2007a; Pettinelli et al., 2006). Giese and Tiemann (1975) hanno effettuato le prime misure di conducibilità tramite TDR. Il loro metodo consiste nel misurare la resistenza, R , esistente tra le sonde una volta avvenute tutte le riflessioni e, quindi, dopo che il potenziale ha raggiunto il suo valore asintotico

finale. In condizioni stazionarie, l'impedenza della sonda è puramente resistiva ed è possibile scrivere il coefficiente di riflessione per tempi lunghi come:

$$\rho_{\infty} = \frac{R - Z_c}{R + Z_c}. \quad (2.27)$$

Inoltre, se il mezzo è conduttivo, il potenziale finale non sarà pari a $2V_0$, come in assenza di dissipazione, ma sarà dato da:

$$V_f = V_0 + \rho_{\infty} V_0. \quad (2.28)$$

Combinando la (2.27) e la (2.28) e ricavando R , si ottiene:

$$R = \frac{Z_c V_f}{2V_0 - V_f}. \quad (2.29)$$

La conducibilità elettrica del mezzo, ad una data temperatura dipenderà, dalla resistenza del materiale tramite il fattore geometrico g tipico della sonda e sarà data da (Robinson et al., 2003a):

$$\sigma_{DC} = \frac{1}{Rg}. \quad (2.30)$$

Introducendo la costante di cella $K_G = 1/g$, espressa nella forma (Kraus, 1984):

$$K_G = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{Z_0}{L} \quad (2.31)$$

dove Z_0 è l'impedenza caratteristica della sonda, la conducibilità statica del mezzo diventa:

$$\sigma_{GT} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{L} \frac{Z_0}{Z_c} \frac{2V_0 - V_f}{V_f}. \quad (2.32)$$

Questo metodo permette di ottenere una misura della conducibilità a bassa frequenza. Per considerare le perdite conduttive alle alte frequenze, Topp et al. (1988) hanno proposto un metodo alternativo per stimare la conducibilità. Questo metodo permette di ricavare una conducibilità efficace che tiene conto sia delle perdite elettriche conduttive (σ_{DC}) che di quelle causate dal rilassamento del dielettrico (ϵ_r''). Nel paragrafo 1.2 è stata ricavata l'attenuazione nel caso di perdite piccole:

$$\alpha \cong \frac{\omega \left(\epsilon_r'' + \frac{\sigma_{DC}}{\epsilon_0 \omega} \right)}{2c \sqrt{\epsilon_r'}}. \quad (2.33)$$

Definendo la conducibilità elettrica efficace come:

$$\sigma_{eff} = \omega \epsilon_0 \epsilon_r'' + \sigma_{DC} \quad (2.34)$$

la (2.33) può essere riscritta ricavando σ_{eff} :

$$\sigma_{eff} = 2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\epsilon_r'} \alpha \quad (2.35)$$

dalla quale si evince che nota l'attenuazione è possibile ricavare la conducibilità del materiale indagato. La formula (2.16) può essere usata per calcolare il fattore di attenuazione, f , e da esso il coefficiente di attenuazione, α . Se si tronca la serie per $i = 2$ si ottiene:

$$V_2 = V_0[(1 + \rho) + f^2(1 - \rho^2)] \quad (2.36)$$

da cui si ricava:

$$f^2 = \frac{V_2 - V_1}{V_0(1 - \rho^2)}. \quad (2.37)$$

Considerando che

$$\rho = \frac{V_r}{V_0} = \frac{V_2 - V_1}{V_0} \quad (2.38)$$

la (2.37) diventa:

$$f^2 = \frac{V_0(V_2 - V_1)}{V_1(2V_0 - V_1)}. \quad (2.39)$$

Sostituendo il fattore di attenuazione definito nella (2.17) e ricavando α , si ottiene:

$$\alpha = \frac{1}{2L} \ln \frac{V_1(2V_0 - V_1)}{V_0(V_2 - V_1)} \quad (2.40)$$

e dalla (2.35) si ricava la conducibilità elettrica efficace secondo il metodo di Topp (Topp et al., 1988; Topp et al., 2000):

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\sqrt{\epsilon_r'}}{L} \ln \frac{V_1(2V_0 - V_1)}{V_0(V_2 - V_1)}. \quad (2.41)$$

Se la serie (2.16) viene risolta per $i = \infty$, ponendo $V_i = V_f$, si ottiene:

$$f = \sqrt{\frac{A}{1 - A\rho}} \quad (2.42)$$

con:

$$A = \frac{\left[\frac{V_f}{V_0} - (1 + \rho) \right]}{(1 - \rho^2)}. \quad (2.43)$$

V_f rappresenta l'altezza del segnale TDR per tempi molto lunghi (circa 10 volte il tempo impiegato dal segnale per propagarsi lungo la sonda (Nadler et al., 1991)), quando non sono più apprezzabili le differenze tra due riflessioni successive e si può supporre che la tensione abbia raggiunto il suo valore asintotico. Combinando la (2.17), la (2.42) e la (2.43) si ricava:

$$\alpha = \frac{1}{2L} \ln \left[\frac{1 + \rho - \rho \frac{V_f}{V_0}}{\frac{V_f}{V_0} - (1 - \rho)} \right] \quad (2.44)$$

e da essa la formula di Yanuka (Topp et al., 1998):

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\sqrt{\epsilon'_r}}{L} \ln \frac{V_1 V_f - V_0 (V_1 + V_f)}{V_0 (V_1 - V_f)} \quad (2.45)$$

In Figura 2.9 sono indicati i livelli di potenziale che appaiono nella (2.32), nella (2.41) e nella (2.45).

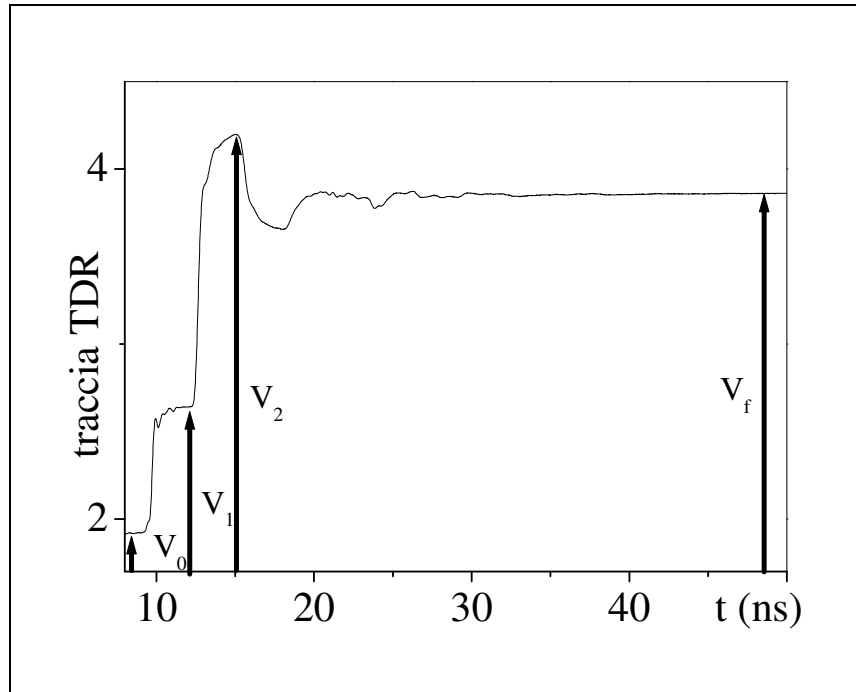


Figura 2.9 Livelli delle tensioni che appaiono nella formula (2.16).

2.6 Analisi TDR nel dominio della frequenza

Nei due paragrafi precedenti è stato discusso come usare il TDR per misurare la permittività apparente dal tempo di transito nella sonda e la conducibilità dall'analisi dell'ampiezza del segnale. Questi due tipi di misura sono i più usati in letteratura e, in alcuni casi, possono essere sufficienti a caratterizzare il mezzo sotto esame. Nel paragrafo 2.4 si è accennato, però, al fatto che la permittività è una grandezza che dipende dalla frequenza e che, nel caso di mezzi dispersivi, è necessario passare nel dominio della frequenza per analizzare adeguatamente il materiale indagato. In questo modo è possibile ottenere maggiori informazioni dalla forma d'onda TDR riguardo le proprietà del dielettrico.

La risposta $r(t)$ ad una funzione di input impulsiva (delta di Dirac, $\delta(t)$) è data dalla convoluzione tra $\delta(t)$ e la cosiddetta funzione di trasferimento (in inglese *scatter function*) $s(t)$. In regime lineare, un input generico $x(t)$ può essere idealmente rappresentato come una serie di $\delta(t)$ in modo che la risposta possa essere pensata come convoluzione tra $x(t)$ e $s(t)$. In formule (van Gemert, 1973):

$$r(t) = x(t) \otimes s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - \tau) s(\tau) d\tau . \quad (2.46)$$

Nel nostro caso $s(t)$ è la funzione di trasferimento della sonda riempita con il materiale da analizzare e $r(t)$ è la risposta TDR che contiene tutte le informazioni sul sistema e sulle proprietà elettromagnetiche del campione. La risposta nel dominio della frequenza può essere ottenuta applicando il teorema della convoluzione (Press et al., 1986) alla (2.46):

$$R(\nu) = X(\nu)S(\nu) \quad (2.47)$$

dove $R(\nu)$, $X(\nu)$ e $S(\nu)$ sono le trasformate di Fourier della risposta, dell'input e della funzione di trasferimento, rispettivamente. Nel caso ideale in cui l'input sia un gradino, la funzione di trasferimento è immediatamente ottenibile come $s(t) = \dot{r}(t)$.

In un sistema reale, invece, la $s(t)$ può essere ottenuta applicando la trasformata di Fourier inversa alla $S(\nu)$ data dalla (2.47). Poiché $x(t)$ non tende a zero per tempi lunghi, è opportuno usare la proprietà delle derivate secondo la quale:

$$\dot{F}(\nu) = i2\pi\nu F(\nu) \quad (2.48)$$

con $F(\nu)$ e $\dot{F}(\nu)$ trasformata di Fourier di $f(t)$ e di $\dot{f}(t)$, rispettivamente. In questo modo la (2.47) può essere riscritta come:

$$S(\nu) = \frac{\dot{R}(\nu)}{\dot{X}(\nu)} \quad (2.49)$$

dove $\dot{R}(\nu)$ e $\dot{X}(\nu)$ sono le trasformate di $\dot{r}(t)$ e $\dot{x}(t)$. La (2.49) permette di calcolare $S(\nu)$ note $x(t)$ e $r(t)$. Un esempio di funzioni $r(t)$ e $x(t)$, usate per fare prima la derivata e poi la trasformata, è riportato in Figura 2.10: le tracce TDR sono prese fino al raggiungimento del proprio valore asintotico.

Teoricamente la funzione di trasferimento è data dal rapporto tra l'onda incidente e l'onda riflessa e risulta essere:

$$S(\nu) = \frac{Z_i - Z_c}{Z_i + Z_c} \quad (2.50)$$

dove Z_i è l'impedenza vista all'ingresso della sonda TDR e Z_c è quella del cavo coassiale (Ramo et al., 1990). Per materiali non magnetici, l'impedenza Z_i può essere scritta come (eq.(1.76)):

$$Z_i = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r^*}} \frac{1 + \rho \exp(-2\gamma L)}{1 - \rho \exp(-2\gamma L)} \quad (2.51)$$

dove Z_0 è l'impedenza della sonda in aria e ϵ_r^* è la permittività del materiale da analizzare. Sostituendo la (2.51) nella (2.50), dopo qualche semplificazione si ottiene (Clarkson et al., 1977):

$$S(\nu) = \frac{\rho^* + \exp(-2\gamma L)}{1 + \rho^* \exp(-2\gamma L)} \quad (2.52)$$

dove, nel caso di materiali non magnetici:

$$\rho^* = \frac{1 - z\sqrt{\epsilon^*}}{1 + z\sqrt{\epsilon^*}} \quad (2.53)$$

con

$$z = Z_c / Z_0. \quad (2.54)$$

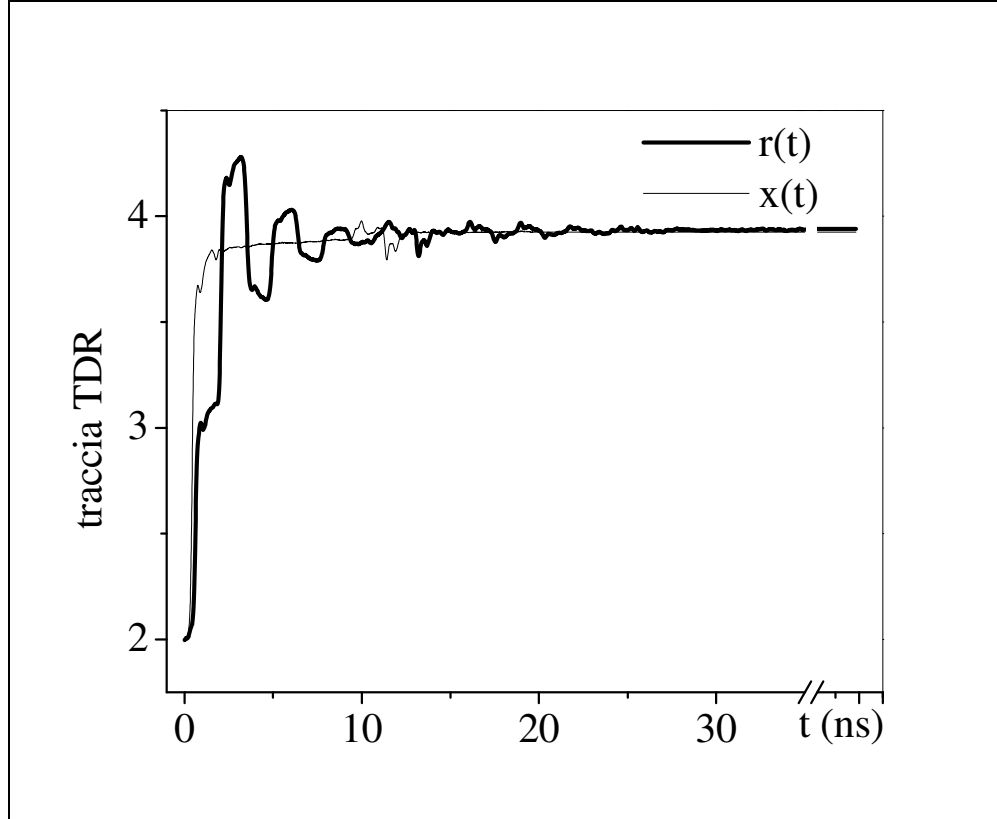


Figura 2.10 Esempio di input, $x(t)$, e di funzione risposta, $r(t)$, usati per il calcolo della $S(\nu)$. Le funzioni sono troncate nel tempo una volta raggiunto il proprio livello asintotico. La tensione è espressa in unità arbitrarie.

Se è nota la relazione funzionale che lega la permittività alla frequenza, è possibile effettuare il fit della funzione di trasferimento sperimentale, calcolata dalla (2.49), con quella teorica, data dalla (2.52). Per molti materiali, questa relazione funzionale è fornita dalla curva di rilassamento di Debye (Capitolo 3):

$$\epsilon^*(f) = \left[\epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + i(f / f_{rel})} \right] - i \frac{\sigma_{DC}}{2\pi f \epsilon_0}. \quad (2.55)$$

Il fit permette di stimare i parametri elettromagnetici, $\epsilon_\infty, \epsilon_s, f_{rel}, \sigma_{DC}$, il cui significato verrà chiarito nel capitolo successivo, che compaiono nella (2.55) e di trovare l'andamento della permittività in funzione della frequenza. Inoltre, il fit consente la determinazione del tempo di andata e ritorno all'interno della sonda: le frequenze a cui corrispondono i minimi della parte reale della funzione di trasferimento sono date da (Heimovaara et al., 1996; de Winter et al., 1996):

$$f_n = \frac{(2n-1)c}{4\sqrt{\varepsilon^*(f)}L} \quad \text{con } n = 1, \dots, \infty \quad (2.56)$$

e il tempo di andata e ritorno è legato alle frequenze dalla relazione:

$$\Delta t = \frac{1}{f_{n+1} - f_n} . \quad (2.57)$$

La Figura 2.11 riporta gli andamenti della parte reale ed immaginaria della funzione di trasferimento al variare della frequenza di rilassamento e della permittività.

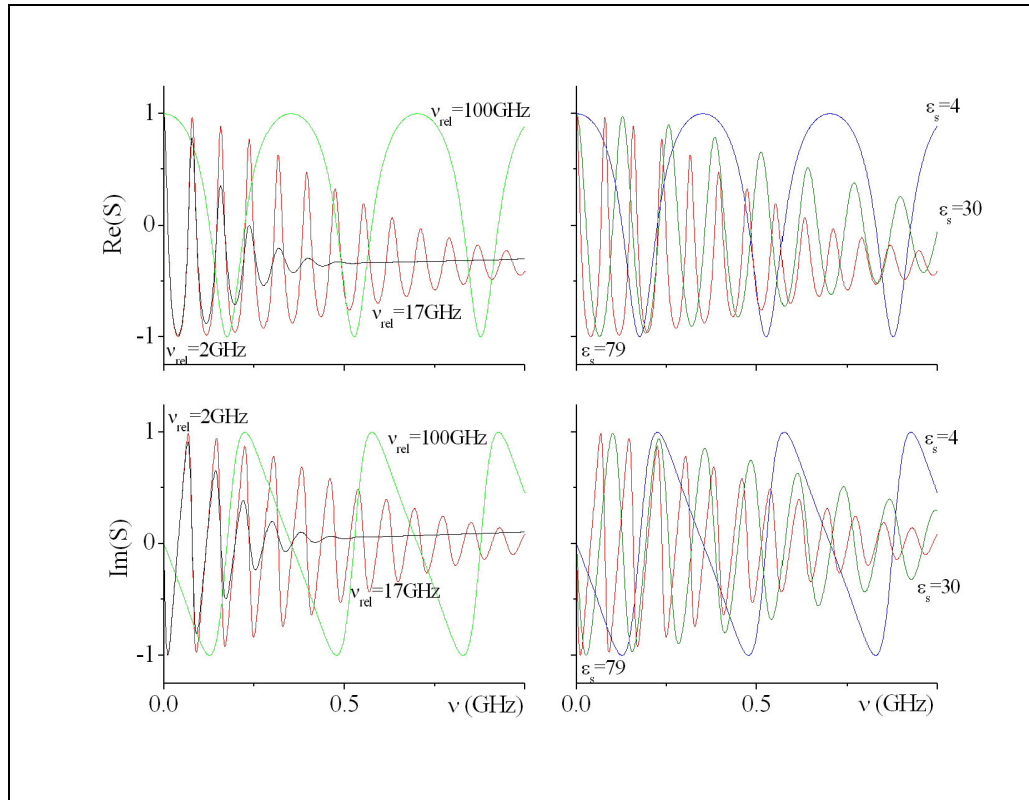


Figura 2.11 Andamento della parte reale e immaginaria della funzione di trasferimento al variare della frequenza di rilassamento (sinistra) e della permittività elettrica statica (destra).

3. Processi di polarizzazione

Un dielettrico è costituito da molecole elettricamente neutre; tuttavia ogni molecola i-esima o ogni elemento di volume dV , anche se elettricamente neutri, possono presentare un dipolo elettrico. Il momento di dipolo elettrico di una qualunque distribuzione di cariche è definito come:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n q_i \vec{r}_i \quad (3.1)$$

dove n è il numero di cariche q_i e $\vec{r}_i$ è il vettore posizione della carica i-esima. Questa grandezza è diversa da zero e indipendente dall'origine delle coordinate se non esiste un centro di simmetria di carica o se $\sum_{i=1}^n q_i \neq 0$. Generalmente il dipolo

viene schematizzato come due cariche, una negativa e una positiva, poste, rispettivamente, nei due baricentri di carica come mostrato in Figura 3.1; allora il momento di dipolo può essere scritto come:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n^+} q_i \vec{r}_i + \sum_{i=1}^{n^-} q_i \vec{r}_i = q^+ \vec{r}_{+q} - q^- \vec{r}_{-q} \quad (3.2)$$

avendo tenuto conto che i vettori posizione dei baricentri delle cariche positive e negative possono essere scritti come:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{+q} &= \frac{\sum_{i=1}^{n^+} q_i \vec{r}_i}{q^+} \\ \vec{r}_{-q} &= \frac{\sum_{i=1}^{n^-} q_i \vec{r}_i}{q^-} \end{aligned} \quad (3.3)$$

con q^+ e q^- carica totale positiva e negativa, rispettivamente.

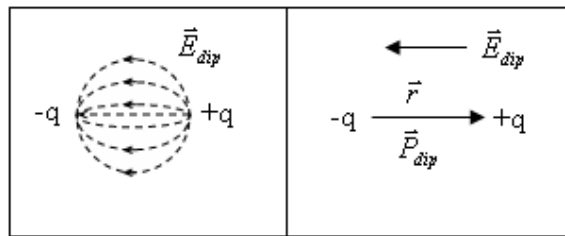


Figura 3.1 Schematizzazione del dipolo elettrico.

Da un punto di vista macroscopico, è conveniente sostituire il momento di dipolo con il vettore polarizzazione elettrica $\vec{P}$ che rappresenta il momento di dipolo elettrico per unità di volume ed è dato da:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_i}{V} \quad (3.4)$$

dove $\vec{p}_i$ è il momento del dipolo i -esimo, N è il numero totale di dipoli e V è il volume.

3.1 Polarizzazione di un dielettrico isotropo

Esistono due categorie di dielettrici a seconda che sia presente o meno un momento di dipolo intrinseco. Nei dielettrici *apolari* le molecole non possiedono un momento di dipolo permanente ($\vec{p}_i = 0$). In questi dielettrici, però, la presenza di un campo elettrico esterno può indurre un momento di dipolo diverso da zero separando i baricentri delle cariche positive e negative e dando origine a dei dipoli indotti. Nei dielettrici *polari* come per esempio l'acqua le molecole possiedono un dipolo intrinseco diverso da zero, ma il loro orientamento casuale fa in modo che il vettore polarizzazione sia nullo.

Quando un dielettrico isotropo, sia esso polare o apolare, è sottoposto ad un campo elettrico esterno, acquista una polarizzazione: i dipoli, permanenti o indotti, si orientano in direzione del campo elettrico applicato. Il processo di polarizzazione può essere considerato come la somma di quattro contributi: la polarizzazione elettronica, atomica, dipolare e ionica. La *polarizzazione elettronica* (o per deformazione) è dovuta allo spostamento della nube elettronica rispetto al nucleo: il campo elettrico $\vec{E}$ applicato induce infatti una forza proporzionale al campo elettrico locale pari a $\vec{f} = Ze\vec{E}_l$ sul nucleo e $-\vec{f} = Ze\vec{E}_l$ sul baricentro della nube elettronica (Figura 3.2). Di conseguenza il nucleo e il baricentro della carica negativa si spostano l'uno rispetto all'altro e, avendo carica opposta, si attraggono con una forza elettrostatica $\vec{f}_{attr}$: l'equilibrio si ha quando $\vec{f} = \vec{f}_{attr}$. Lo spostamento dei baricentri

produce un momento di dipolo indotto che, almeno per campi non troppo intensi, è proporzionale al campo elettrico applicato:

$$\vec{p} = \alpha_e \vec{E}_l \quad (3.5)$$

dove il coefficiente α_e prende il nome di polarizzabilità elettronica.

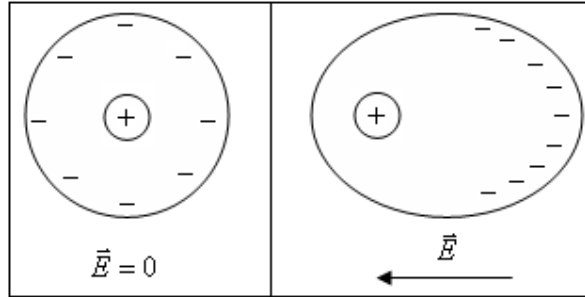


Figura 3.2 Polarizzazione per deformazione elettronica.

La *polarizzazione atomica* è analoga a quella elettronica con la differenza che il campo elettrico distorce la posizione relativa tra gli atomi all'interno di una molecola (Figura 3.3), invece di quella tra baricentro delle cariche positive e negative all'interno dello stesso atomo ed è un processo che può avvenire ad esempio nei cristalli ionici.

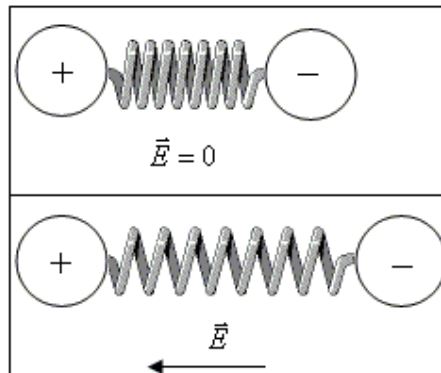


Figura 3.3 Polarizzazione per deformazione atomica.

La *polarizzazione dipolare* (o per orientamento) si verifica nei materiali costituiti da molecole polari (HCl , H_2O ,...) ed è dovuta all'allineamento dei dipoli permanenti ad opera del campo elettrico applicato (Figura 3.4). In presenza di un campo elettrico locale $\vec{E}_l$, infatti, ogni dipolo $\vec{p}_i$ è soggetto al momento meccanico $\vec{M} = \vec{p}_i \times \vec{E}_l$ che tende ad orientarlo come $\vec{E}_l$, mentre l'agitazione termica favorisce l'orientamento a

caso. Secondo la statistica di Boltzmann la probabilità che il dipolo sia orientato entro l'angolo solido $d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$ è data da:

$$dP = A \exp\left(-\frac{U}{KT}\right) d\Omega \quad (3.6)$$

dove A è una costante di normalizzazione ottenuta imponendo che la probabilità integrata sull'angolo solido sia uno, K è la costante di Boltzmann, T è la temperatura assoluta del dielettrico e U è l'energia potenziale del dipolo che vale:

$$U = -\vec{p}_i \cdot \vec{E}_l = -p_i E_l \cos \vartheta. \quad (3.7)$$

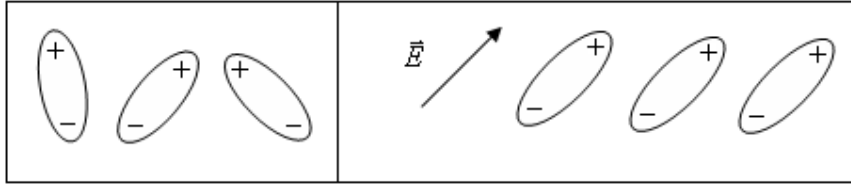


Figura 3.4 Polarizzazione per orientamento.

Sostituendo la (3.7) nella (3.6) si ottiene:

$$dP = A \exp\left(\frac{p_i E_l \cos \vartheta}{KT}\right) d\Omega. \quad (3.8)$$

Nel caso in cui la temperatura sia lontana dallo zero assoluto, l'esponenziale può essere sviluppato in serie e la relazione precedente diventa:

$$dP = 2\pi A \left(1 + \frac{p_i E_l \cos \vartheta}{KT}\right) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (3.9)$$

L'orientamento dei momenti di dipolo deve avere simmetria cilindrica intorno ad $\vec{E}_l$ e, quindi, la componente ortogonale di $\vec{p}_i$ sarà in media nulla. Il valor medio del momento di dipolo sarà allora orientato come $\vec{E}_l$ e può essere scritto come:

$$\langle p \rangle_{E_l} = \int_0^\pi p_i \cos \vartheta dP. \quad (3.10)$$

Eseguendo l'integrale si ottiene:

$$\langle p \rangle_{E_l} = \frac{p_i^2 E_l}{3KT} = \alpha_o E_l \quad (3.11)$$

avendo posto

$$\alpha_o = \frac{p_i^2}{3KT}. \quad (3.12)$$

La relazione (3.12) è del tutto analoga alla (3.5) con la differenza che nel caso della polarizzazione elettronica è il momento di dipolo ad essere proporzionale ad $\vec{E}_l$, mentre in quella per orientamento è il valor medio $\langle p \rangle_{E_l}$. All'aumentare di $\vec{E}_l$ la proporzionalità tra $\langle p \rangle_{E_l}$ e il campo locale cessa perché viene a cadere l'ipotesi $U/KT \ll 1$: tutte le molecole si disporranno parallelamente al campo locale, realizzando una situazione di saturazione, e il momento di dipolo medio tenderà a quello intrinseco $\vec{p}_i$.

La *polarizzazione ionica* si manifesta nei materiali che non sono dielettrici ideali, ma che contengono ioni al loro interno. Per azione del campo elettrico esterno anioni e cationi migrano in direzioni opposte, generando la separazione di carica che dà luogo alla polarizzazione del materiale.

La polarizzabilità totale è il risultato di questi quattro contributi, ma il peso con cui ciascun contributo interviene dipende dalla frequenza del campo elettrico applicato. I quattro tipi di polarizzazione, infatti, avvengono su scale temporali differenti perché i dipoli impiegano intervalli di tempo diversi per allinearsi con il campo. Se il campo elettrico applicato è a bassa frequenza, ogni tipo di polarizzazione riesce a seguire le variazioni del campo, mentre, nel caso di campo elettrico ad alta frequenza, può succedere che i processi di polarizzazione più lenti non riescano a seguire le variazioni del campo elettrico. La polarizzazione elettronica avviene in tempi molto piccoli e può essere attivata per frequenze superiori alla luce visibile (10^6 GHz). La polarizzazione atomica si manifesta, invece, a frequenze inferiori dal momento che i nuclei hanno una massa molto più grande di quella elettronica e rispondono più lentamente alle variazioni del campo applicato. Le frequenze possono andare da 10^2 a 10^5 GHz, partendo dagli atomi più leggeri, fino ad arrivare a qualche megahertz, per gli atomi più pesanti. La polarizzazione dipolare si manifesta nell'intervallo di frequenze che va da qualche kilohertz fino al gigahertz, ma a causa della dipendenza dalla temperatura questo processo potrebbe interessare anche frequenze al di fuori di questo intervallo. Il tipo di polarizzazione più lenta è quella ionica in cui la separazione delle cariche può richiedere anche qualche minuto. Qualunque sia il

processo di polarizzazione, il dielettrico alla fine acquista un momento di dipolo per unità di volume; il vettore spostamento elettrico può essere scritto come:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (3.13)$$

che nel caso di un mezzo omogeneo ed isotropo diventa:

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_s \vec{E} \quad (3.14)$$

dove χ è detta suscettività elettrica e ϵ_s è una grandezza reale detta costante dielettrica statica. La (3.14) vale nel caso in cui il tempo necessario per la polarizzazione sia piccolo rispetto alle variazioni del campo applicato. Nel caso più generale l'applicazione di un campo elettrico a gradino al tempo $t=0$ farà aumentare in modo graduale la polarizzazione del materiale dal valore di polarizzazione istantanea, $\vec{P}_\infty$, fino a quello asintotico di polarizzazione statica, $\vec{P}_s$. Analogamente la permittività passerà dal valore istantaneo, ϵ_∞ , a quello statico, ϵ_s ; in questo caso l'equazione (3.14) deve essere sostituita con una che tenga conto dell'eventuale presenza di ritardo legata al processo di polarizzazione.

In Figura 3.5 sono riassunti tutti i meccanismi di polarizzazione e i relativi intervalli di frequenze di attivazione attraverso l'andamento della permittività con la frequenza nel caso di un mezzo che ammetta tutti i processi di polarizzazione descritti. Se il campo applicato è a bassa frequenza (da qualche kilohertz fino al megahertz) le variazioni del campo sono sufficientemente lente da innescare tutti i processi di polarizzazione descritti: in questo caso la permittività è elevata dal momento che ciascuna polarizzazione contribuisce al suo valore e il mezzo può essere considerato come “completamente” polarizzato. Per frequenze maggiori, la prima polarizzazione che non riesce a seguire le variazioni del campo è quella ionica: il valore della permittività diminuisce perché viene meno il contributo proveniente da questo processo. Per frequenze ancora più grandi, anche la polarizzazione per orientamento non si manifesta e la permittività diminuisce ulteriormente. Lo stesso accade per la polarizzazione atomica ed infine per quella elettronica. Ogni volta che la frequenza del campo applicato scavalca quella tipica di un determinato processo di polarizzazione, la permittività tende al valore ϵ_∞ relativo a quell'intervallo di frequenze. Ad esempio, nel caso dell'acqua che, a temperatura ambiente, rilassa ad una frequenza pari a 17 GHz, per frequenze fino a qualche centinaio di megahertz, la

permittività è pari a 80 e diminuisce all'aumentare della frequenza fino ad assumere il valore $\epsilon_{\infty} = 5.6$ nell'infrarosso (Kaatze e Uhlendorf, 1981). A frequenze superiori al visibile il valore ϵ_{∞} è pari 1, cioè uguale a quello dell'aria. Tale valore è il limite verso cui tendono tutti i materiali dal momento che a frequenze così elevate non ha luogo nessuno dei processi di polarizzazione descritti e il materiale si comporta come l'aria.

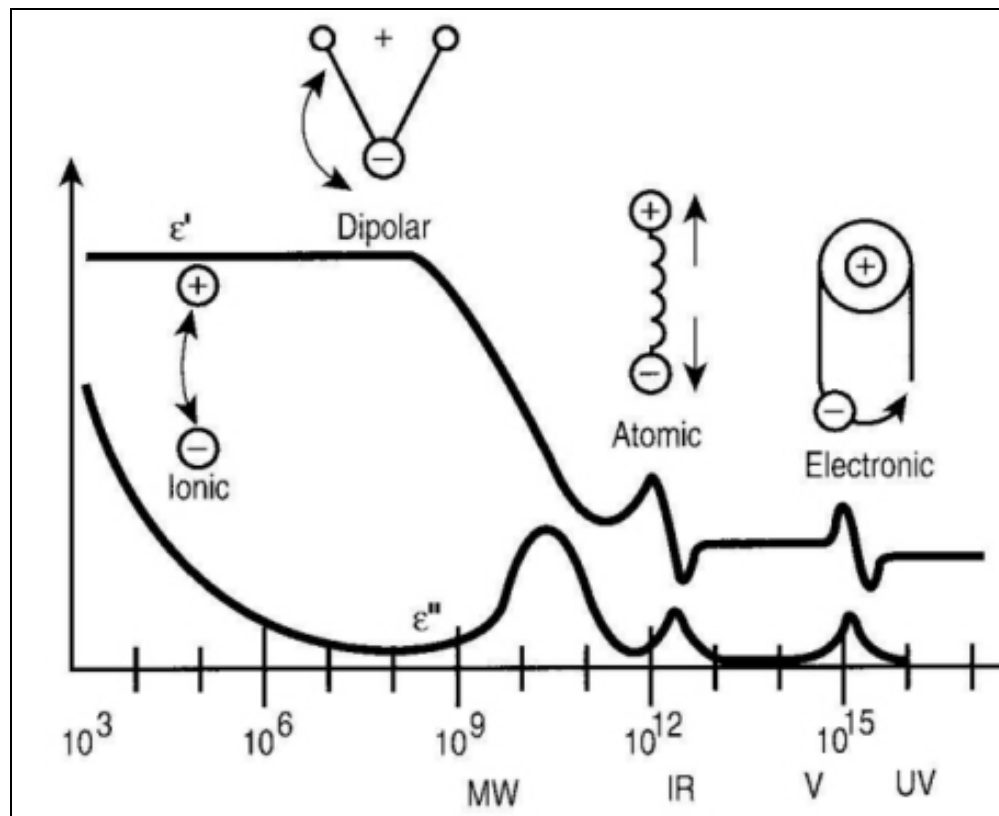


Figura 3.5 Schema riassuntivo della dipendenza dei meccanismi di polarizzazione dalla frequenza; in ascissa è riportata la frequenza in Hz, in ordinata sono riportati la parte reale e la parte immaginaria della permittività elettrica.

3.2 Modello di Debye

Nel paragrafo precedente è stato accennato al fatto che, nel caso in cui il processo di polarizzazione non sia istantaneo, la relazione (3.14) deve essere sostituita con un'altra che tenga conto degli eventuali rilassamenti del dielettrico. Il vettore spostamento elettrico può essere scritto come somma di due contributi aventi costanti di tempo diverse (Landau e Lifchitz, 1969):

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_\infty \vec{E}(t) + \int_0^\infty f(u) \vec{E}(t-u) du . \quad (3.15)$$

Il primo contributo è quello istantaneo proveniente dalla polarizzazione per deformazione, il secondo è quello lento dovuto all'orientamento dei dipoli. La (3.15) implica che il vettore spostamento al tempo t dipenda non soltanto dal valore di $\vec{E}$ al tempo t , ma anche da tutti i valori che il campo elettrico ha assunto prima di t attraverso le funzioni peso $f(u)$. Nel modello di Debye si assume che queste funzioni siano esponenziali del tipo:

$$f(t) = f(0) \exp(-t/\tau) \quad (3.16)$$

dove τ rappresenta la *tempo di rilassamento* che dipende dal materiale e dalla temperatura. Se si considerano campi sinusoidali:

$$\begin{aligned} \vec{D}(t) &= \vec{D}_0 \exp(j\omega t) \\ \vec{E}(t) &= \vec{E}_0 \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (3.17)$$

e si sostituiscono le (3.17) e la (3.16) nella (3.15) si ottiene:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_\infty \vec{E} + \frac{\vec{E} f(0)}{\frac{1}{\tau} + j\omega} \quad (3.18)$$

da cui si ricava:

$$\vec{D} = \left(\epsilon_0 \epsilon_\infty + \frac{f(0)}{\frac{1}{\tau} + j\omega} \right) \vec{E} \quad (3.19)$$

Imponendo che a $\omega = 0$ valga la (3.14) si può ricavare il valore $f(0)$ come:

$$f(0) = \epsilon_0 \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{\tau} \quad (3.20)$$

in modo che la (3.19) si possa scrivere:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \left(\epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \right) \vec{E} . \quad (3.21)$$

Dalla (3.21) è possibile definire la costante dielettrica complessa relativa:

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \quad (3.22)$$

le cui parti reale e immaginaria sono rispettivamente:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r'(\omega) &= \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2} \\ \varepsilon_r''(\omega) &= \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}\end{aligned}\quad (3.23)$$

Le relazioni (3.23) rappresentano le formule di Debye e descrivono l'andamento della permittività complessa in funzione della frequenza. La Figura 3.7 mostra che la parte immaginaria ha un massimo e la parte reale ha un punto di flesso in corrispondenza della frequenza angolare:

$$\omega_{rel} = \frac{1}{\tau} \quad (3.24)$$

detta frequenza di rilassamento.

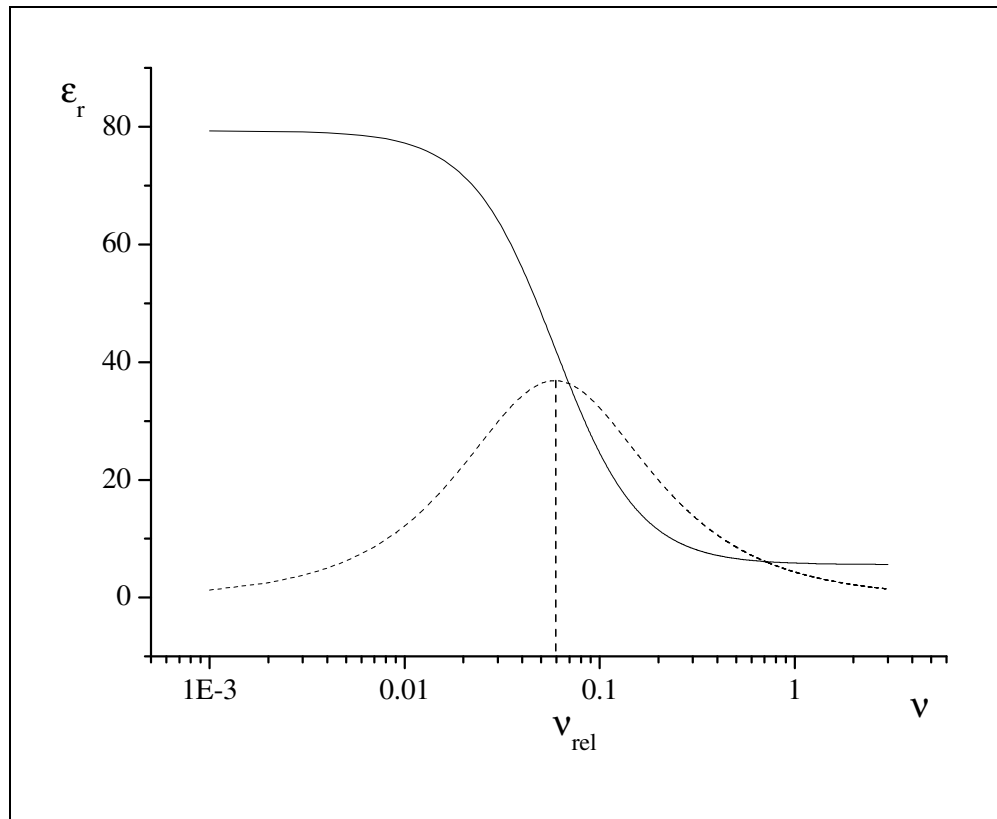


Figura 3.7 Andamento della parte reale (linea continua) e immaginaria (linea tratteggiata) della permittività elettrica in funzione della frequenza (espressa in unità arbitrarie). La frequenza di rilassamento vale $\nu_{rel} = \omega_{rel}/2\pi$.

3.3 Significato fisico della parte reale ed immaginaria della permittività

Per capire cosa rappresentano ε_r' e ε_r'' occorre considerare il circuito di Figura 3.8. La tensione alternata è applicata ad un condensatore piano le cui armature, di area A , sono poste ad una distanza d .

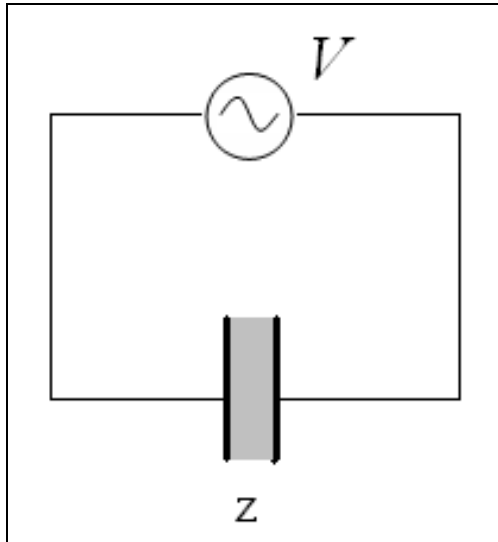


Figura 3.8 Condensatore piano sottoposto a tensione alternata.

Se il condensatore viene riempito da un dielettrico avente permittività ε_r^* , la capacità sarà data da:

$$C^*(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega) C_0 \quad (3.24)$$

dove

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad (3.25)$$

è la capacità del condensatore avente come dielettrico il vuoto. La tensione e la corrente possono essere scritte come:

$$V(\omega, t) = V_0 \exp(j\omega t) \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned}
I(\omega, t) &= \frac{V(\omega, t)}{\frac{1}{j\omega C^*(\omega)}} = j\omega C^*(\omega)V(\omega, t) = \\
&= j\omega \epsilon_r^*(\omega)C_0 V(\omega, t) = \\
&= \omega C_0 \epsilon_r''(\omega)V(\omega, t) + j\omega C_0 \epsilon_r'(\omega)V(\omega, t).
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Se si considera il circuito equivalente mostrato in Figura 3.9, si trova che la corrente è data dalla somma di quella che passa nella resistenza e nel condensatore:

$$I(\omega, t) = I_R(\omega, t) + I_C(\omega, t) \tag{3.28}$$

dove I_R e I_C sono date da:

$$\begin{aligned}
I_R(\omega, t) &= \frac{1}{R}V(\omega, t) \\
I_C(\omega, t) &= j\omega CV(\omega, t).
\end{aligned} \tag{3.29}$$

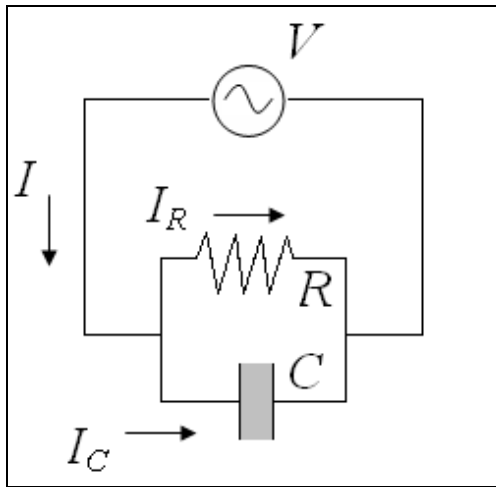


Figura 3.9 Circuito equivalente ad un condensatore riempito da dielettrico con perdite per rilassamento.

Dal confronto delle (3.29) con la (3.27) si ottiene:

$$\begin{aligned}
I_R(\omega, t) &= \omega C_0 \epsilon_r''(\omega)V(\omega, t) \\
I_C(\omega, t) &= j\omega C_0 \epsilon_r'(\omega)V(\omega, t)
\end{aligned} \tag{3.30}$$

da cui è possibile ricavare la resistenza, la conducibilità e la capacità equivalente come:

$$\text{Resistenza equivalente} \rightarrow R(\omega) = \frac{1}{\omega C_0 \epsilon_r''(\omega)} \tag{3.31}$$

$$\text{Conducibilità equivalente} \rightarrow \sigma(\omega) = \frac{1}{R(\omega)} \frac{d}{A} = \frac{1}{R(\omega)} \frac{\epsilon_0}{C_0} \quad (3.32)$$

$$\text{Capacità equivalente} \rightarrow C(\omega) = C_0 \epsilon_r'(\omega) \quad (3.33)$$

La corrente $I_R(\omega, t)$ rappresenta la componente che dissipa energia nel dielettrico ed è legata alla parte immaginaria della permittività; $I_C(\omega, t)$ rappresenta, invece, la componente che accumula energia nel dielettrico ed è legata alla parte reale della permittività.

L'applicazione di un campo elettrico alternato

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(j\omega t) \quad (3.34)$$

ad un dielettrico in cui le perdite per rilassamento non siano trascurabili, produce uno sfasamento, dovuto al ritardo subito dall'orientamento dei dipoli, tra il vettore spostamento e il campo. Allora $\vec{D}$ può essere scritto come:

$$\vec{D} = \vec{D}_0 \exp(j(\omega t - \delta(\omega))) \quad (3.35)$$

Dal momento che

$$\vec{D}(\omega, t) = \epsilon_0 \epsilon_r^*(\omega) \vec{E}(\omega, t) \quad (3.36)$$

si ha:

$$\begin{aligned} \epsilon_r'(\omega) &= \frac{D_0 \cos(\delta(\omega))}{\epsilon_0 E_0} \\ \epsilon_r''(\omega) &= \frac{D_0 \sin(\delta(\omega))}{\epsilon_0 E_0} \end{aligned} \quad (3.37)$$

da cui è possibile ricavare la tangente di perdita, già definita nel paragrafo 1.2:

$$\tan \delta(\omega) = \frac{\epsilon_r''(\omega)}{\epsilon_r'(\omega)} \quad (3.38)$$

Le relazioni (3.30) e (3.37) mostrano che la componente di $\vec{D}$ in fase con il campo elettrico è responsabile dell'immagazzinamento di energia nel dielettrico e che la componente in quadratura è la causa della dissipazione di energia elettromagnetica.

Nel caso più generale in cui il dielettrico oltre a perdite per rilassamento abbia anche perdite ohmiche, va aggiunta un'ulteriore resistenza (R_0), indipendente dalla

frequenza, alla capacità del circuito di Figura 3.9. In questo caso si trova che la parte immaginaria può essere scritta attraverso una permittività efficace:

$$\varepsilon_{re}''(\omega) = \frac{1}{\omega C_0} \left(\frac{1}{R(\omega)} + \frac{1}{R_0} \right) \rightarrow \varepsilon_{re}''(\omega) = \varepsilon_r''(\omega) + \frac{\sigma_{DC}}{\omega \varepsilon_0} \quad (3.39)$$

che è lo stesso risultato trovato nel paragrafo §1.2.

4. Misure di calibrazione

Le misure di calibrazione vengono eseguite su materiali dalle proprietà elettriche note e hanno come scopo la determinazione dei parametri fisici caratteristici della sonda come la lunghezza efficace o la sua impedenza intrinseca. La lunghezza efficace rappresenta la lunghezza effettivamente ‘vista’ dal campo che, a causa di effetti di bordo, può non coincidere con la lunghezza geometrica (Green e Cashman, 1986; Pettinelli et al., 2002). Infatti, le linee di forza del campo si chiudono oltre la fine della sonda facendo sì che parte dell’energia sia immagazzinata al di fuori. È, però, possibile tenere in considerazione questo fenomeno utilizzando una lunghezza efficace. Analogamente, l’impedenza intrinseca della sonda può non essere uguale a quella calcolata tramite le formule (2.5) e (2.9); i motivi di questa diversità risiedono nelle approssimazioni implicite negli studi di apparati ideali. Nello specifico, presenza di saldature e giunzioni (responsabili di un’induttanza aggiuntiva, Time Domain Reflectometry Theory Application Note 1304-2, Hewlett Packard), disadattamenti di impedenza non voluti e conduttori non perfettamente coassiali (o paralleli nel caso di sonde multifilari).

Senza un’accurata calibrazione, l’uso di valori di lunghezza e di impedenza valutati teoricamente su modelli di sonda ideali, introdurrebbero errori sistematici nella stima dei parametri elettromagnetici del mezzo da investigare. In letteratura sono proposti due metodi per calibrare le sonde TDR entrambi descritti nel Capitolo 2: il primo è quello delle tangenti e il secondo consiste nell’analisi della funzione di trasferimento nel dominio della frequenza. Il successo del metodo delle tangenti è dovuto alla sua semplicità d’uso dal momento che opera direttamente nel dominio del tempo. Tuttavia, alcuni materiali come l’acqua, i suoli umidi o contenenti argille sono caratterizzati da una permittività dipendente dalla frequenza e possono produrre forti distorsioni sulla forma d’onda TDR: lo studio nel dominio del tempo tramite il metodo delle tangenti fornisce, in questi casi, delle grandezze efficaci affette da errori sistematici non trascurabili.

Il presente capitolo è dedicato allo studio della validità e applicabilità di questi metodi al fine di: (1) mostrare che il metodo delle tangenti non può essere usato nel caso di materiali dispersivi, (2) dimostrare che un nuovo metodo, detto delle derivate,

descritto brevemente nel Capitolo 2, fornisce risultati in accordo con quelli provenienti dalla calibrazione nel dominio della frequenza, (3) mostrare che il metodo delle derivate fornisce una valida alternativa, per semplicità d'uso, al metodo delle tangenti, (4) usare le sonde calibrate per verificare l'affidabilità in misure di conducibilità.

Il capitolo è strutturato come segue. Nel paragrafo 4.1 sono illustrate le varie tipologie di sonda progettate e usate in questa tesi; nel paragrafo 4.2 vengono riportate le calibrazioni nel dominio del tempo; nel paragrafo 4.3 viene discussa la scelta della funzione di input da utilizzare nell'analisi nel dominio della frequenza e vengono riportate le calibrazioni tramite la funzione di trasferimento $S(\nu)$; nel paragrafo 4.4 vengono riportate le misure di conducibilità in materiali campione e i risultati confrontati con misure effettuate tramite conduttimetro.

4.1 Scelta del tipo di sonda

Sono state realizzate sonde coassiali e sonde trifilari: le prime sono utili per lo studio dei simulanti dei suoli anidri e ricchi di ossidi di ferro (Capitolo 5), le seconde nell'analisi della dispersione di inquinanti in colonna e in situ (Capitolo 6 e 7), per le quali non sarebbe possibile usare una sonda di tipo coassiale.

4.1.1 Sonde coassiali

Nelle misure sui suoli anidri, sono stati utilizzati tre differenti tipi di sonde coassiali. La sonda coassiale COAX1 (Figura 4.1) è costituita da un tubo di rame e da un filo d'acciaio collegati rispettivamente al conduttore esterno e interno di un connettore BNC. Il filo interno è coassiale rispetto al conduttore di rame ed è mantenuto teso e in asse attraverso un tappo di plexiglas posto alla fine del conduttore esterno. Sono stati praticati dei fori sul tappo di plexiglas in modo da minimizzare il disturbo sui campi elettromagnetici dovuto alla sua presenza e per permettere di riempire facilmente la sonda. Le dimensioni e l'impedenza, calcolata tramite la formula (2.5), sono riportate in Tabella 4.1.

La struttura delle sonde coassiali COAX2 e COAX3 (Figura 4.2) è la stessa e l'unica caratteristica che le distingue è la lunghezza. Sono entrambe costituite da un tubo di rame esterno e da una barretta di castolin interna collegati rispettivamente al conduttore esterno ed interno di un BNC. A differenza della sonda COAX1, il

conduttore centrale si autosostiene e non è stato, quindi necessario apporre il tappo di plexiglas alla fine della sonda. Le dimensioni e le impedenze caratteristiche di queste sonde sono riportate in Tabella 4.1.



Figura 4.1 Sonda COAX1.



Figura 4.2 Sonde COAX2 e COAX3.

Tabella 4.1 Dimensioni geometriche e impedenza caratteristica delle sonde coassiali (L e D indicano la lunghezza e il diametro, rispettivamente, mentre i ed e si riferiscono al conduttore interno ed esterno, rispettivamente). L'impedenza caratteristica Z_0 di ogni sonda è stata calcolata tramite la formula (2.5).

SONDA	COAX1	COAX2	COAX3
L (cm)	50.6 ± 0.1	10.6 ± 0.1	20.6 ± 0.1
D_i (cm)	0.03 ± 0.01	0.27 ± 0.01	0.27 ± 0.01
D_e (cm)	1.40 ± 0.01	5.45 ± 0.01	5.45 ± 0.01
Z_0 (Ω)	≈ 230	≈ 180	≈ 180

4.1.2 Sonde trifilari

Al contrario della sonda coassiale, per la quale la struttura è standard e variano solamente le dimensioni radiali e longitudinali, la sonda trifilare ha comportato un'analisi più dettagliata per la presenza di distorsioni dovute alla sua configurazione. Sono stati realizzati due prototipi (Figura 4.3): il primo con supporto in PVC di spessore pari a 29 mm in cui il conduttore centrale è collegato al centrale del BNC e i due conduttori laterali alla calza del BNC tramite una piattina di rame posizionata sulla parte superiore del supporto stesso. In questo modo, lo spazio compreso tra il conduttore interno e quelli esterni è riempito da PVC per uno strato pari a 2.5 cm. La Figura 4.4 mostra le curve di risposta TDR in aria nel caso in cui il PVC sia presente o meno. Come si può vedere le due curve coincidono fino alla piccola 'gobba' (Poggino Effect, Mattei et al., 2006) dovuta al disadattamento della giunzione cavo coassiale/sonda, dopodiché le due curve si discostano l'una dall'altra. Quella relativa alla sonda con il PVC, è caratterizzata da un ritardo temporale positivo e da un arrotondamento più accentuato dei gradini. Il ritardo temporale è causato dalla presenza del PVC che ha una permittività che è due o tre volte più grande di quella dell'aria. Quando il segnale attraversa lo strato di PVC viaggia ad una velocità più bassa rispetto a quella che avrebbe in aria secondo la relazione (2.21), subendo, quindi, un certo ritardo. Questo ritardo è responsabile di un'indeterminazione sull'istante di entrata del segnale nel mezzo in quanto non è possibile distinguere il passaggio PVC/aria dalla curva. L'arrotondamento dei gradini

è, invece, causato dall'effetto combinato della dispersione e dell'attenuazione. La dispersione, e cioè il fatto che la permittività dipenda dalla frequenza, comporta che le velocità con cui viaggiano le diverse componenti spettrali siano diverse. Ciò produce un aumento del tempo di risalita del gradino e la conseguente diminuzione di pendenza. L'attenuazione produce una diminuzione dell'ampiezza del segnale e, il PVC si comporta come filtro passa-basso tendendo a tagliare le alte frequenze con un effetto di arrotondamento sui gradini. Ciò comporta una maggiore difficoltà a distinguere le riflessioni successive.



Figura 4.3 Prototipo della sonda trifilare con supporto in PVC (sinistra) e metallico (destra).

Tabella 4.2 Dimensioni geometriche della sonda trifilare con supporto metallico: a ciascuna configurazione della sonda è stata associata una sigla identificativa.

		Distanza tra i conduttori centrali (mm)				
		24	32	48	60	88
Lunghezza (cm)	10	a10	b10	c10	d10	e10
	15	a15	b15	c15	d15	e15
	20	a20	b20	c20	d20	e20

Gli inconvenienti dovuti all'uso di questo tipo di sonda sono stati superati con la realizzazione del secondo prototipo (Figura 4.3) in cui il supporto è metallico. Il BNC si avvita direttamente sul supporto e garantisce il collegamento a massa dei conduttori esterni e quello tra i due centrali. Sul supporto metallico sono stati realizzati diversi fori per variare la distanza relativa tra i conduttori esterni e il centrale e, quindi, per studiare la risposta in funzione dell'impedenza della sonda. Inoltre, sono stati realizzati conduttori (del diametro di 4 mm) di diversa lunghezza

(10, 15 e 20 cm) in modo da poter scegliere tra le 15 configurazioni possibili riportate in Tabella 4.2.

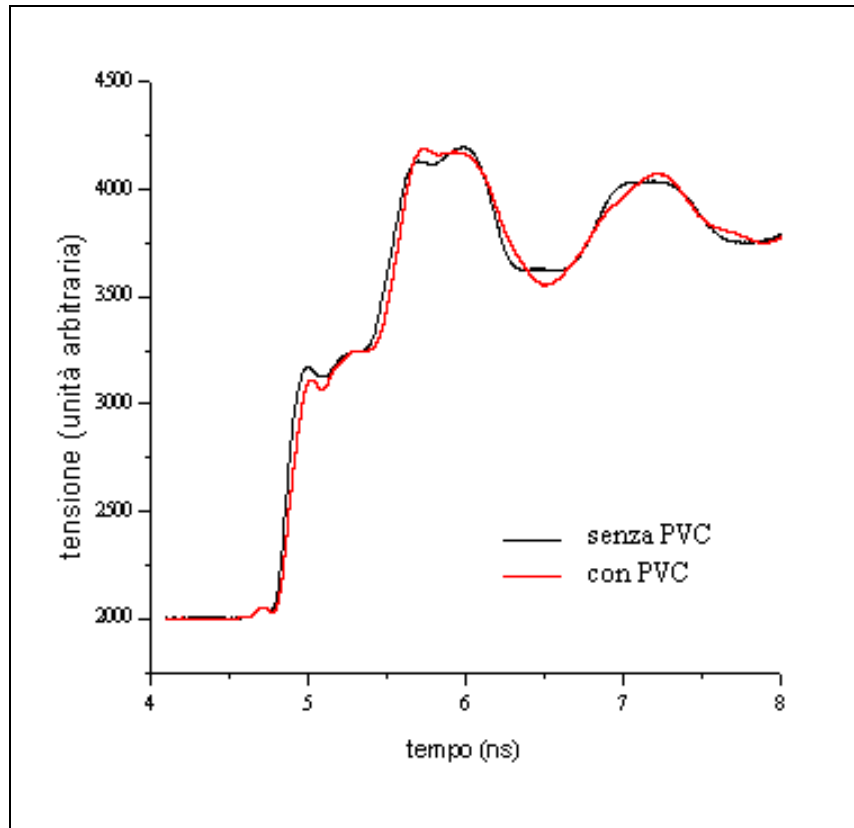


Figura 4.4 Confronto tra le risposte TDR in aria per il primo prototipo della sonda trifilare in presenza o meno del supporto in PVC.

4.2 Misure di calibrazione nel dominio del tempo

La procedura di calibrazione è stata effettuata per ogni tipo di sonda, ma per brevità in questo paragrafo e nel successivo verranno riportati i risultati relativi al tipo COAX3. Le misure di calibrazione sono state eseguite su aria e su acqua demineralizzata dal momento che le loro proprietà elettriche sono note.

Le Figure 4.5 e 4.6 (a) e (b) mostrano l'applicazione del metodo delle tangenti e delle derivate in aria e in acqua demineralizzata. In Tabella 4.3 sono riportati i risultati delle misure di calibrazione: tutte le lunghezze elettriche ottenute con entrambi i metodi di calibrazione in aria e in acqua sono più grandi di quella geometrica, a

testimonianza del fatto che le linee del campo si chiudono aldilà del confine della sonda. Tuttavia, la lunghezza elettrica calcolata con il metodo delle tangenti in acqua è significativamente più piccola rispetto a quella calcolata con il metodo delle derivate in aria e in acqua e con quello delle tangenti in aria. Questa discrepanza potrebbe essere causata dalle proprietà dispersive dell'acqua che, producendo una forte distorsione del gradino, non consentono di stimare in modo accurato l'istante di uscita del segnale dalla sonda. Ciò è supportato anche dall'aumento della larghezza della Gaussiana (σ_j) ottenuta dal fit e visibile anche ad occhio in Figura 4.6(b). Questa discrepanza nei risultati di calibrazione provenienti dall'analisi nel dominio del tempo rende necessario lo studio nel dominio della frequenza.

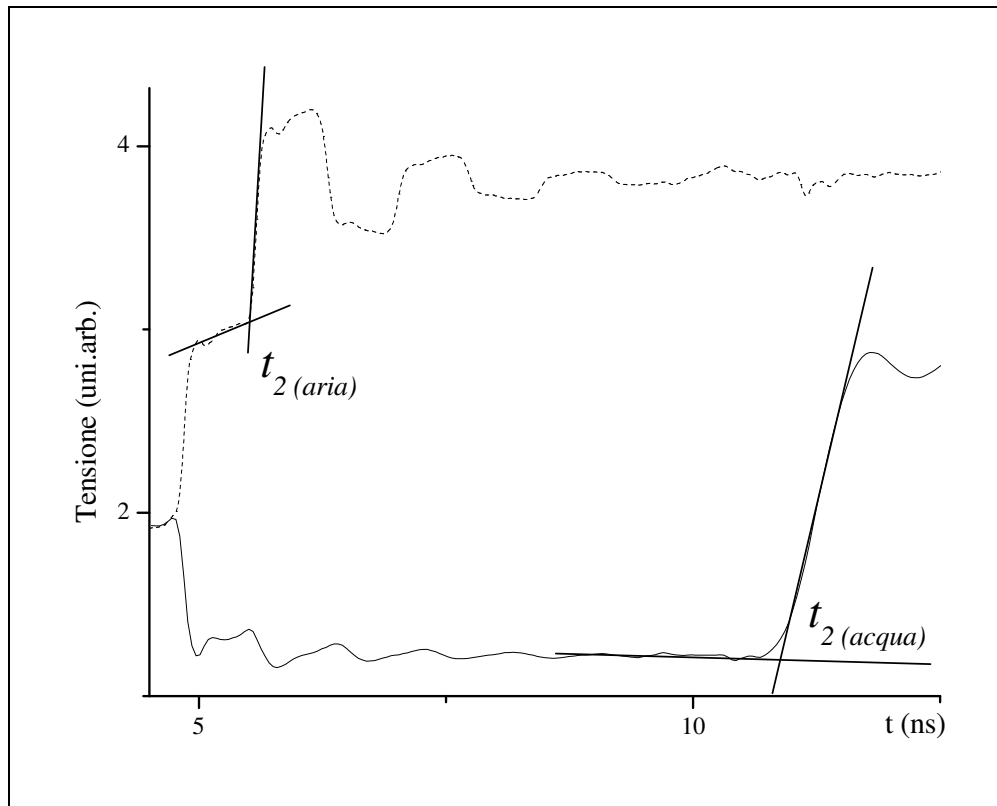


Figura 4.5 Metodo delle tangenti in aria (linea tratteggiata) e in acqua (linea continua); per chiarezza sono mostrate solo le tangenti sulla seconda riflessione.

Tabella 4.3 Risultati delle calibrazioni nel dominio del tempo e della frequenza.

	Tangenti	Derivate	Dominio di ν	
	L(cm)	L(cm)	L(cm)	z
ARIA	21.6	21.5	21.6	0.24
ACQUA	20.7	21.6	21.4	0.24

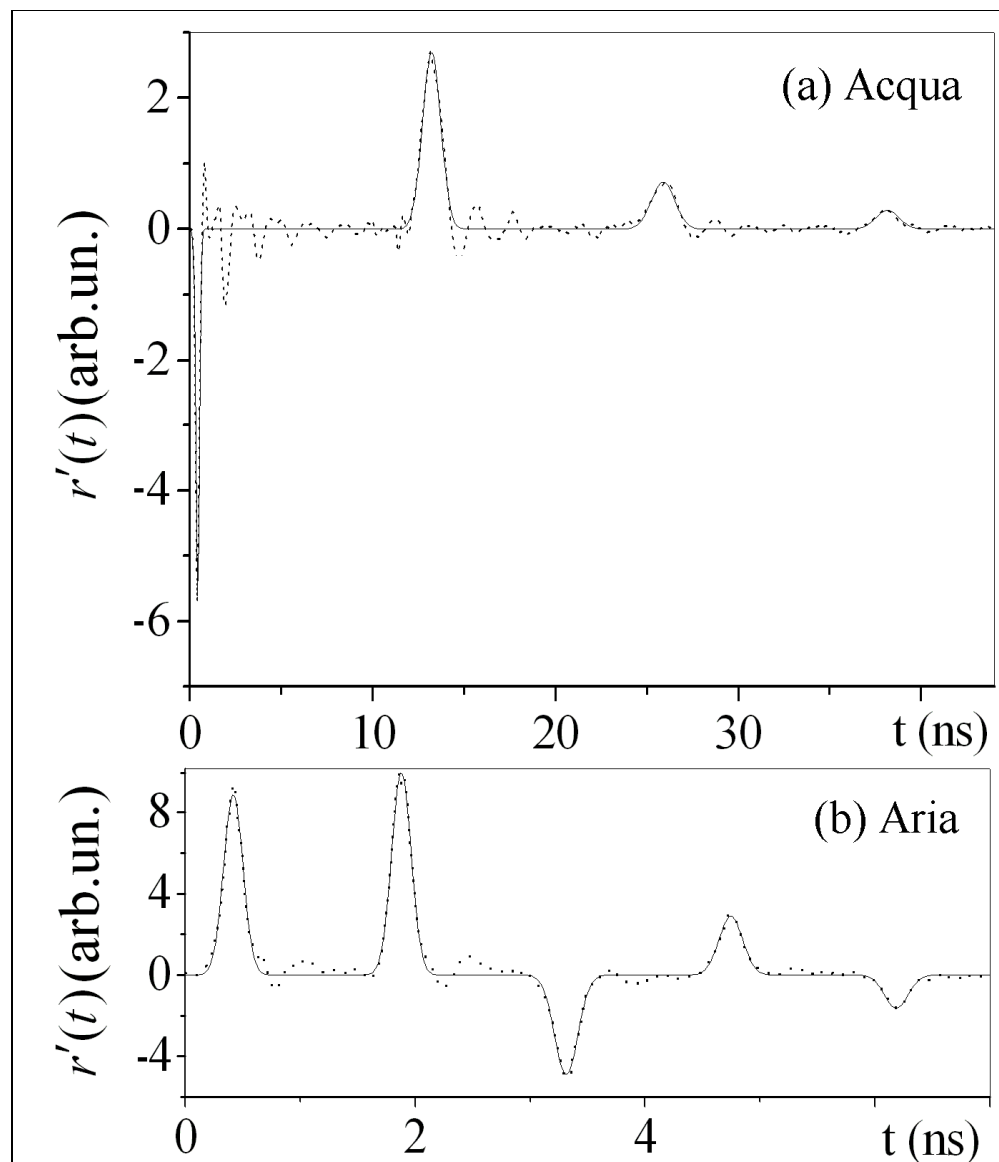


Figura 4.6 Metodo delle derivate in acqua (a) e in aria (b); le linea tratteggiata indica la derivata della funzione di risposta sperimentale, la linea continua è il risultato del fit eseguito secondo la (2.23)

4.3 Misure di calibrazione nel dominio della frequenza

L'analisi nel dominio della frequenza è spesso usata per calcolare la permittività dai minimi della funzione di trasferimento (de Winter et al., 1996). L'equazione (2.49) mostra che la conoscenza della funzione di input è cruciale nel calcolo della funzione di trasferimento. In letteratura sono stati proposti quattro metodi per stimare l'input. Nel primo, si prende come input la funzione di risposta TDR dopo aver rimosso il conduttore centrale dalla sonda (Heimovaara, 1994). Questa procedura permette di considerare il contributo del materiale da analizzare all'interfaccia cavo coassiale/sonda coassiale. Il secondo (Heimovaara, 2001) esprime la funzione di input in forma empirica come $V_0(t) = (1 + \text{erf}(\alpha(t-t_0))/2)$ dove i parametri t_0 e α sono legati all'inizio della risalita e alla costante di tempo del segnale, rispettivamente. Entrambi i parametri sono stimati eseguendo il fit dell'espressione di $V_0(t)$ con l'input sperimentale, ottenuto adattando l'uscita dello strumento a 50 Ω . Nel terzo (Weerts et al., 2001), vengono misurati i due segnali in uscita V_{open} e V_{short} ottenuti lasciando il cavo coassiale aperto e cortocircuitato, rispettivamente. Dopo aver normalizzato V_{open} a 1 e V_{short} a -1, il segnale di input è calcolato come $V_{input}(t) = (V_{open} - V_{short})/2$. Il quarto metodo (Feng et al., 1999) è basato sul modello teorico della linea multisezione in cui ogni elemento (cavo coassiale, connettori, sonda) è considerato come una sezione di strati successivi. Questi quattro metodi non sono sempre praticabili. Infatti, la facilità con cui si può rimuovere il conduttore centrale dipende dal tipo di sonda e dal materiale che la riempie; la scelta dell'input come fit della funzione errore implica l'ipotesi che la derivata prima sia una gaussiana centrata intorno a t_0 ; il terzo metodo suggerisce di eseguire la differenza tra V_{open} e V_{short} in modo da eliminare il rumore, ma in seguito verrà mostrato come questa eliminazione sia inutile al fine di determinare la funzione di trasferimento. Il quarto metodo richiede l'uso di molti parametri nel fit e di funzioni di trasferimento che diventano tanto più complicate quanto più la linea è complessa. Per questo motivo, in questo lavoro, è stato introdotto un nuovo metodo per la determinazione dell'input in cui questa funzione è presa come il segnale riflesso alla fine del cavo coassiale una volta che sia stato disconnesso dalla sonda TDR (Mattei et al., 2006). La Figura 4.7 mostra l'andamento della funzione di input e della risposta in aria; nel

riquadro è riportato un ingrandimento in cui si vede come la risalita dell'input inizi prima e sia più ripida che in aria. Infatti, nella forma d'onda $r(t)$ c'è una riflessione ulteriore (Poggino Effect) che produce un ritardo temporale e un piccolo contributo alla tensione registrata dall'oscilloscopio. Questo effetto è causato dal connettore BNC che unisce il cavo coassiale alla sonda, visto che il ritardo temporale corrisponde ad una lunghezza di qualche centimetro.

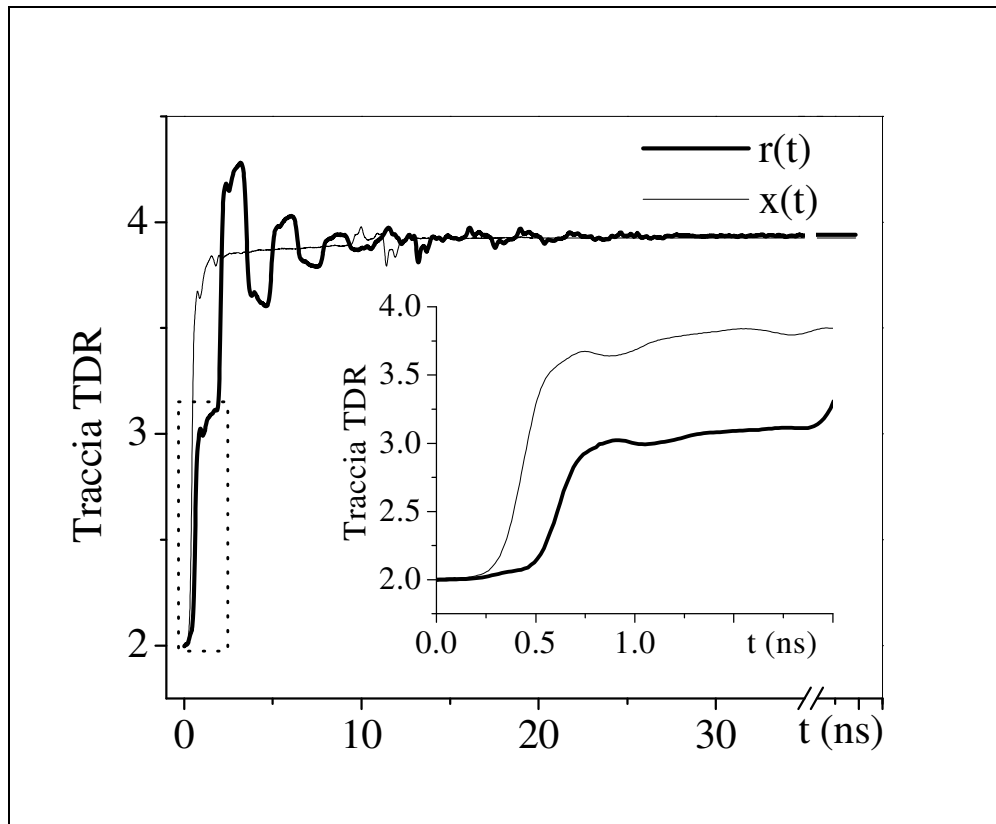


Figura 4.7 Esempio di funzione di input e funzione di risposta; il riquadro rappresenta l'ingrandimento della zona tratteggiata e mostra l'esistenza 'dell'effetto Poggino'.

Per ottenere la $S(\nu)$ sono state calcolate le $\dot{R}(\nu)$ e $\dot{X}(\nu)$ dalle derivate prime $\dot{r}(t)$ e $\dot{x}(t)$; la $S(\nu)$ teorica è stata calcolata dall'equazione (2.52) imponendo $\epsilon^* = 1$, $Z_0 = 204\Omega$, e $L = 21.6\text{cm}$ (il valore dell'impedenza è stato misurato sperimentalmente come descritto alla fine di questo paragrafo). I risultati sono riportati in Figura 4.8(a) e (b): come si può vedere esiste un profondo disaccordo sia

nella forma che nella posizione dei minimi tra la $S(\nu)$ sperimentale e quella teorica. Queste differenze potrebbero essere causate o dall'effetto Poggino o dai disturbi di natura elettronica presenti nell'input e nella funzione di risposta e mostrati in Figura 4.9. Se si corregge l'effetto Poggino eliminando il ritardo e si ricalcola la funzione di trasferimento, si ottengono i risultati di Figura 4.8(c) e (d). In questo modo, l'accordo tra la funzione sperimentale e teorica è molto buono se non fosse per la presenza di un rumore che si sovrappone al segnale principale e che cresce al crescere della frequenza. Questo rumore potrebbe essere dovuto ai disturbi elettronici presenti nell'input contrassegnati dai punti A e B in Figura 4.9(a), ma se si eliminano, come suggerito da Weerts et al. (2001) e Heimovaara et al. (1996), la funzione di trasferimento non migliora in modo rilevante. Se, però, si elimina anche il rumore dalla funzione di risposta $r(t)$ effettuando un'interpolazione polinomiale, il rumore presente nella $S(\nu)$ si riduce drasticamente (Figura 4.9(b)).

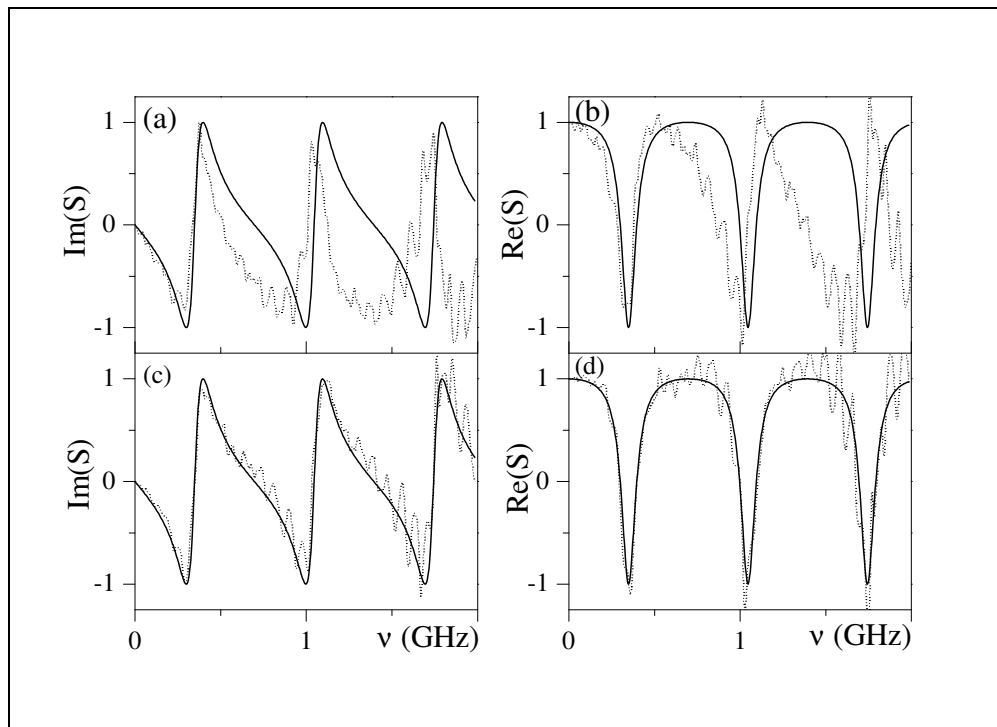


Figura 4.8 Andamento della parte reale ((b) e (d)) e immaginaria ((a) e (c)) della funzione di trasferimento in aria; la linea tratteggiata rappresenta la funzione di trasferimento sperimentale, quella continua il risultato del fit. Le figure (a) e (b) si riferiscono alla funzione di trasferimento calcolata senza togliere il contributo dell'effetto poggino, mentre la (c) e la (d) a quella in cui è stato tolto.

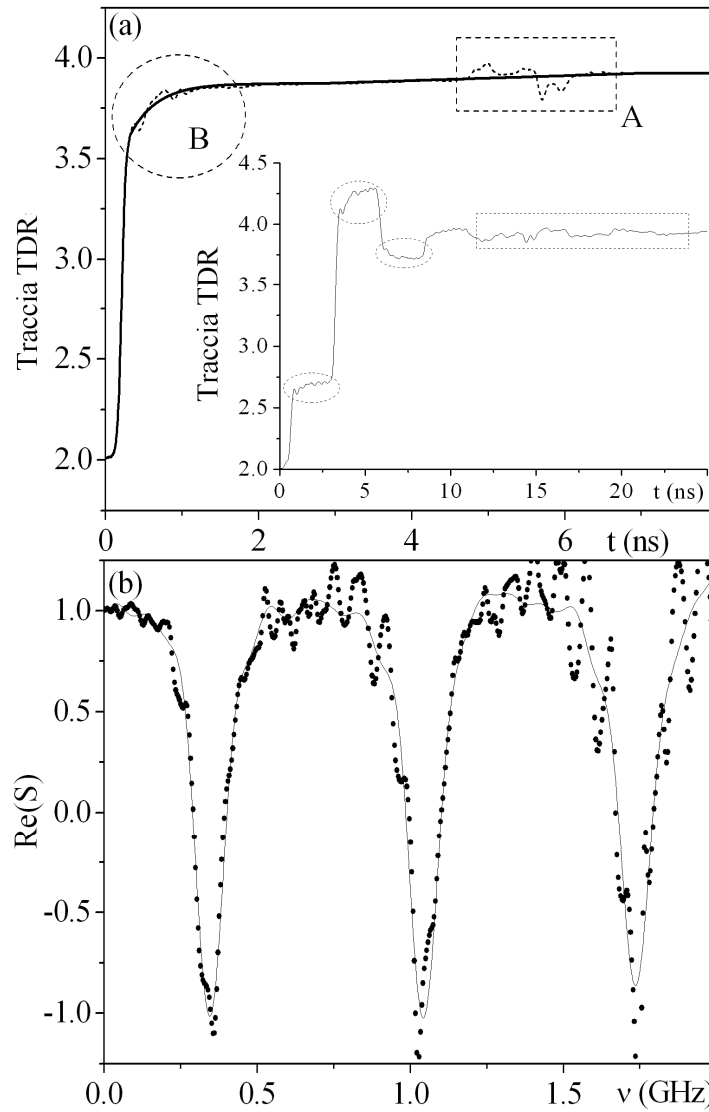


Figura 4.9 (a) Input sperimentale: nelle zone A e B la linea tratteggiata rappresenta il disturbo causato dall'elettronica dello strumento, mentre la linea continua rappresenta il segnale di input corretto a cui è stato tolto tale disturbo. Il riquadro mostra la risposta: le zone cerchiato indicano il rumore. (b) Parte reale della $S(\nu)$ sperimentale nel caso in cui non si elimini il rumore (puntini) e nel caso in cui si elimini sia nell'input che nella risposta (linea continua).

Eliminato il rumore è stato possibile procedere con il fit. Nel caso dell'aria si assume che non esistano fenomeni di rilassamento e che le perdite siano trascurabili in modo che la permittività sia indipendente dalla frequenza e coincida praticamente con la sua parte reale. La parte reale e immaginaria della funzione di trasferimento teorica sono state calcolate tramite il software Waterloo Maple Inc. Advancing Mathematics

e inserite nella procedura di minimizzazione (Minuit, Function Minimization and Error Analysis, CERN program Library, CERN, Geneva, Switzerland). Nel fit, la permittività relativa dell'aria è stata posta uguale ad 1 e z e L sono stati lasciati come parametri liberi. Nel caso in cui il rumore non venga eliminato dalla $S(\nu)$, il fit fornisce $L = 21.6\text{cm}$ e $z = 0.22$, altrimenti $L = 21.6\text{cm}$ e $z = 0.24$. La lunghezza efficace coincide, quindi, con quella ottenuta nel dominio del tempo ed è poco dipendente dal rumore; al contrario il rumore influenza apprezzabilmente il calcolo di z .

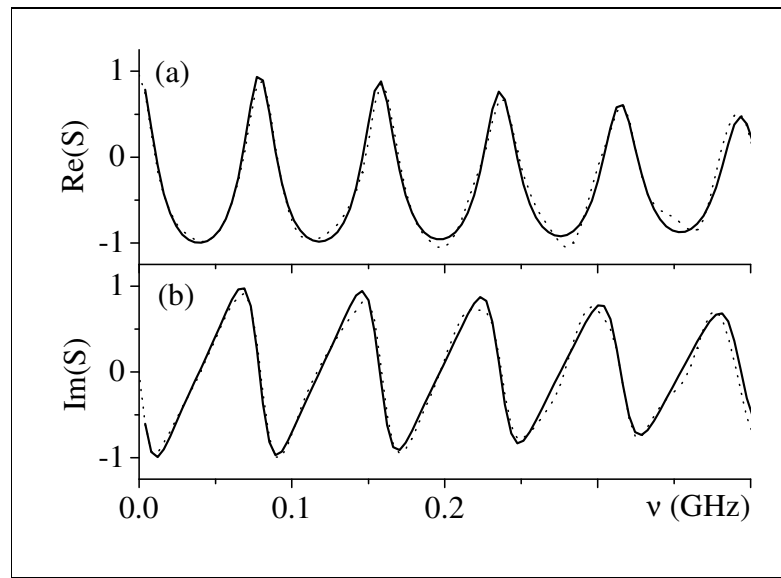


Figura 4.10 Andamento della parte reale (a) e immaginaria (b) della funzione di trasferimento in acqua; la linea tratteggiata rappresenta la funzione di trasferimento sperimentale, quella continua il risultato del fit.

Nel caso dell'acqua, è stata introdotta la permittività dipendente dalla frequenza data dalle formule di Debye (2.55): la conducibilità, σ_{DC} , è stata posta uguale a $1.91 \cdot 10^{-4} \text{S/m}$ valore fornito dal conduttimetro GPL32, la permittività statica, ϵ_s , uguale a 79.3 e quella all'infinito, ϵ_∞ , uguale a 5.6 e la frequenza di rilassamento, ν_{rel} , pari a 17 GHz (Kaatze eand Uhendorff, 1981). A differenza dell'aria, non c'è stato bisogno di eliminare il rumore, perché in acqua occupa nella traccia TDR un intervallo temporale trascurabile rispetto al tempo di andata e ritorno all'interno della sonda. Conseguentemente, i disturbi della $S(\nu)$ dell'aria non appaiono nella $S(\nu)$

dell'acqua, come si può vedere dalla Figura 4.10. La Figura 4.10 mostra, inoltre, la $S(\nu)$ sperimentale e quella teorica: il confronto tra le due è abbastanza buono e la procedura di minimizzazione fornisce i valori $L = 21.4\text{cm}$ e $z = 0.24$.

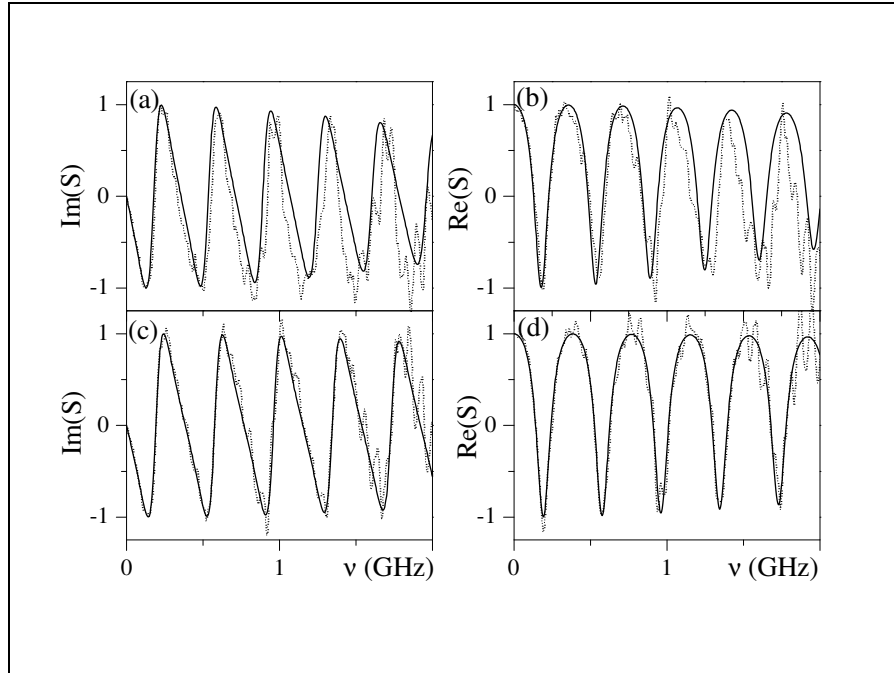


Figura 4.11 Andamento della parte reale ((b) e (d)) e immaginaria ((a) e (c)) della funzione di trasferimento nelle palline di vetro; la linea tratteggiata rappresenta la funzione di trasferimento sperimentale, quella continua il risultato del fit. Le figure (a) e (b) si riferiscono alla funzione di trasferimento calcolata senza togliere il contributo dell'effetto Poggino; mentre la (c) e la (d) a quella in cui è stato tolto.

Tutte i valori di L ottenuti dalle calibrazioni nel dominio del tempo e della frequenza sono riportati in Tabella 4.3. L'incertezza sulle misure nel dominio del tempo con il metodo della derivata è pari a $\pm 0.2\text{ cm}$: i valori riportati in tabella sono le medie tra gli intervalli di tempo τ_j tra due massimi consecutivi e l'errore è dato dalla semidispersione. Nel dominio della frequenza, l'incertezza è influenzata dal rumore e può essere stimata facendo il fit su intervalli di frequenze diverse: nel caso dell'aria l'errore è minore di 0.1cm , nel caso dell'acqua vale 0.2cm . I valori di lunghezza riportati in tabella, coincidono tutti all'interno dell'errore all'infuori del valore calcolato con il metodo delle tangenti in acqua. Poiché, come detto nel Capitolo 2, l'analisi nel dominio della frequenza permette di eliminare i disturbi presenti nella

funzione di input e di tenere in considerazione i fenomeni dispersivi, si può concludere che il metodo delle tangenti produca errori sistematici. Ciò è supportato dal fatto che la distorsione del gradino è molto più alta in acqua che in aria, come mostrato in Figura 4.5: questo comporta che le tangenti selezionino un punto che si trova prima dell'inizio della risalita del gradino.

Tabella 4.4 Valori delle impedenze caratteristiche (sperimentali e teoriche) e delle lunghezze (geometriche e elettriche) per ciascuna sonda. Sper.= Sperimentale; Ball= valore ottenuto applicando la formula di Ball (2002) per le sonde multifilari; Coass.= valore ottenuto applicando la formula (2.5); Geom.= Geometrica.

Sonda	Impedenza caratteristica (Ω)			Lunghezza (cm^{-1})				
	Sper.	Ball	Coass.	Geom.	Tangenti		Derivate	
					aria	acqua	aria	acqua
a10	151	139	108	10.0	10.7	10.3	10.6	10.7
b10	175	165	125	10.0	10.8	10.4	10.6	10.6
c10	214	202	149	10.0	10.9	10.5	10.7	10.8
d10	235	222	162	10.0	10.9	10.5	10.7	10.7
e10	276	257	185	10.0	10.8	10.6	10.8	10.9
a15	151	139	108	15.0	16.1	15.3	16.0	15.9
b15	175	165	125	15.0	16.2	15.4	16.0	16.0
c15	214	202	149	15.0	16.2	15.5	16.1	16.0
d15	235	223	162	15.0	16.3	15.6	16.1	16.1
e15	277	257	185	15.0	16.4	15.6	16.2	16.2
a20	151	139	108	20.0	21.3	20.2	21.1	21.2
b20	175	165	125	20.0	21.3	20.2	21.2	21.2
c20	213	202	149	20.0	21.6	20.3	21.5	21.4
d20	234	223	162	20.0	21.6	20.3	21.5	21.4
e20	276	257	185	20.0	21.8	20.3	21.6	21.6
COAX1	300	-	230.	50.6	52.5	51.3	52.5	52.8
COAX2	204	-	180.	10.6	11.1	10.7	11.7	11.5
COAX3	204	-	180.	20.6	21.6	20.7	21.5	21.6

L'accordo tra i risultati ottenuti nel dominio della frequenza e tramite il metodo delle derivate, convalida l'ipotesi secondo la quale il segnale TDR può essere visto come un pacchetto d'onde che si muove con una velocità di gruppo data dal massimo della derivata prima (Robinson et al., 2005). In questo approccio, il valore di lunghezza più corto calcolato con il metodo delle tangenti, è dovuto alle diverse velocità di fase con cui viaggiano le componenti cromatiche del pacchetto d'onda.

Per confermare la validità del metodo delle derivate, i risultati ottenuti dalle calibrazioni sono stato usati per la determinazione della permittività nelle palline di vetro che costituiscono una situazione intermedia tra aria e acqua e che sono spesso

utilizzate come simulanti del suolo (Topp et al., 1980; Pettinelli et al., 2006; Mattei et al., 2005a). La funzione $S(\nu)$ teorica è stata calcolata imponendo $\sigma_{DC} = 0$ e $\varepsilon_{\infty} = 1$, mentre i parametri ν_{rel} e ε_s sono stati lasciati liberi. Il valori di z e L sono stati posti uguale a 0.24 e 21.6cm, come risultato delle calibrazioni. Il contributo dell'Effetto Poggino è rilevante, come mostrato in Figura 4.11(a) e (b), e non permette di calcolare una funzione $S(\nu)$ che sia in accordo con quella teorica. La correzione dell'Effetto Poggino consente di migliorare la funzione di trasferimento e di ottenere un buon fit (Figura 4.11(c) e (d)) che fornisce un valore della frequenza di rilassamento pari a 300GHz e della permittività statica pari a 3.3 (Mattei et al., 2006). L'elevato valore di ν_{rel} , che cade a frequenze ben maggiori delle microonde e il buon accordo del valore ε_s con quello aspettato per suoli sabbiosi e anidri, confermano la correttezza delle calibrazioni della sonda.

I risultati ottenuti per le calibrazioni su tutte le sonde descritte in questo capitolo sono riportati in Tabella 4.4. L'impedenza caratteristica delle sonde è stata determinata sperimentalmente riempiendo la sonda di acqua demineralizzata (Spaans e Baker, 1993; Jones et al., 2002) ed utilizzando la relazione:

$$Z_0 = Z_c \sqrt{\varepsilon_M} \left(\frac{1+\rho}{1-\rho} \right)_M \quad (4.1)$$

dove ε_M è la costante dielettrica del mezzo (acqua demineralizzata) e ρ è il coefficiente di riflessione calcolato come:

$$\rho = \frac{V_1 - V_0}{V_0} . \quad (4.2)$$

I potenziali V_1 e V_0 sono riportati in Figura 4.12. I risultati riportati in Tabella 4.4 mostrano come le impedenze calcolate sperimentalmente siano diverse da quelle teoriche. Nel caso delle sonde trifilari sono state riportate le impedenze calcolate anche con la formula di Ball (2002): il miglior accordo con i valori sperimentali rispetto a quella calcolata con la formula relativa alla sonda coassiale suggerisce l'utilizzo della formula di Ball contrariamente a quanto normalmente succede in letteratura.

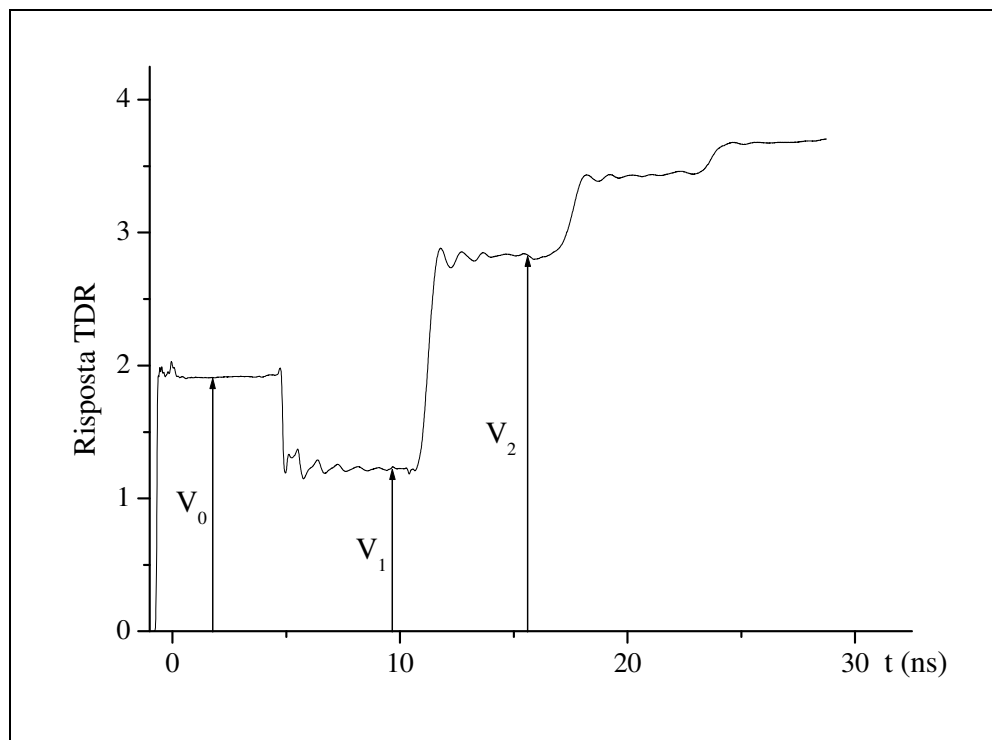


Figura 4.12 Risposta TDR per la sonda riempita con acqua demineralizzata: sono riportati i tre livelli di tensione da inserire nella (4.2) per il calcolo sperimentale dell'impedenza intrinseca.

4.4 Calibrazioni per la misura della conducibilità

Queste misure di calibrazione hanno lo scopo di indagare la possibilità di ottenere informazioni sulle proprietà elettromagnetiche dall'analisi della componente verticale del TDR, sia essa legata alla misura della conducibilità o dell'attenuazione. Nel caso in cui si vogliano fare misure su materiali conduttivi, è necessario garantire l'isolamento della parte del supporto che entra in contatto con il mezzo tramite, per esempio, un sottile strato di silicone. Se non si usasse questa accortezza, si misurerebbe una conducibilità maggiore di quella effettiva: la Figura 4.13 mostra tre curve TDR acquisite con o senza isolamento e da essa si può vedere come, a parità di conducibilità, il livello asintotico del potenziale venga più basso in assenza di isolamento o in caso di isolamento parziale intorno al centrale. La causa di ciò può essere ricercata nelle linee di campo che, in prossimità del supporto metallico, deviano dalla direzione teorica TEM e si dirigono dal centrale verso il supporto. Quindi, la conducibilità in assenza di isolamento sembra maggiore perché le cariche

viaggiano verso il supporto; se quest'ultimo viene isolato, le cariche sono costrette a dirigersi verso i conduttori esterni, garantendo una misura adeguata della conducibilità.

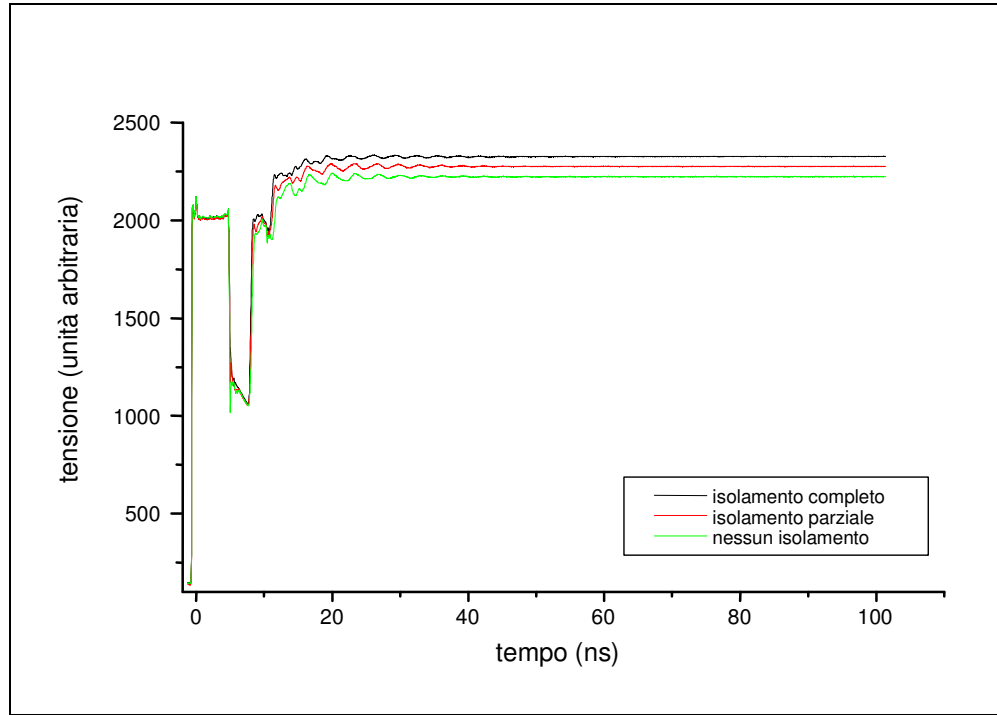


Figura 4.13 Confronto tra le risposte TDR su un soluzione avente stessa conducibilità, ma in diverse condizioni di isolamento della sonda.

Le misure di calibrazione relative alla conducibilità sono state eseguite su cinque soluzioni di acqua demineralizzata e Cloruro di Potassio (KCl), avente molarità pari a 0.005M, 0.01M, 0.015M, 0.02M e 0.025M. La conducibilità è stata misurata tramite il metodo di Giese e Tiemann la cui formula viene riportata di seguito:

$$\sigma_{GT} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{L} \frac{Z_0}{Z_c} \frac{2V_0 - V_f}{V_f} \quad (4.3)$$

Tale valore è stato confrontato con il valore di conducibilità elettrica statica misurata tramite un conduttimetro (GPL32) con lo scopo di stabilire i limiti e le problematiche associate all'analisi della componente verticale del segnale TDR e la dipendenza dal tipo di sonda utilizzata. Aumentando la lunghezza della sonda diminuisce il valore massimo di conducibilità misurabile a causa dell'attenuazione che subisce il segnale

TDR. Ciò comporta che, nel caso in cui la lunghezza della sonda sia sufficientemente grande, anche per piccoli valori di attenuazione, il segnale risulti completamente attenuato prima di essere giunto alla fine della sonda. Per tale motivo non è stato possibile effettuare misure di conducibilità con la sonda COAX1 in quanto il segnale risulta completamente attenuato anche per piccole concentrazioni di KCl (dell'ordine di 0.003M).

In letteratura (Persson e Haridy, 2003) sono presenti lavori eseguiti utilizzando sonde TDR molto corte (fino a 2cm) per avere la possibilità di misurare materiali anche fortemente conduttivi. È, però, possibile che, nel caso di sonde così corte, venga meno l'ipotesi di linea di trasmissione ideale e che, quindi, non sia possibile stimare con buona approssimazione i parametri elettromagnetici del materiale.

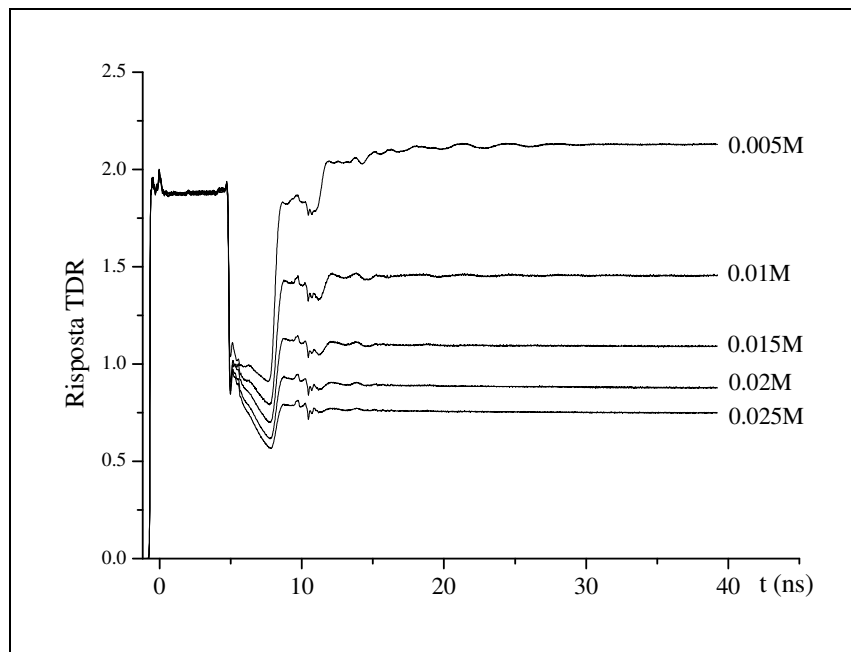


Figura 4.14 Risposta TDR della sonda b10 immersa nelle cinque diverse soluzioni di cloruro di potassio.

La Figura 4.14 mostra le tracce TDR nel caso della sonda b10 per le diverse concentrazioni di KCl: come si può vedere la forma è molto diversa da quella ideale. Infatti, il fondo invece di essere piatto mostra una decrescita in funzione del tempo. Nel caso di materiali conduttivi, il valore di tensione non si assesta intorno ad un valore limite, ma continua a decrescere fino alla riflessione successiva (Fellner

Feldegg, 1969). A questo fenomeno, si aggiunge, inoltre, la non idealità della linea di trasmissione che distorce ulteriormente il gradino, impedendo di determinare in modo certo i livelli di tensione. Il valore da assegnare a V_I è stato preso considerando il valore minimo del potenziale (Topp et al., 1988), il valore asintotico del potenziale è stato preso ad un tempo superiore a dieci volte il tempo di andata e ritorno nella sonda come indicato in letteratura (Zegelin et al., 1989; Nadler et al., 1991), in modo da poter considerare terminati tutti i transienti e i processi di riflessione.

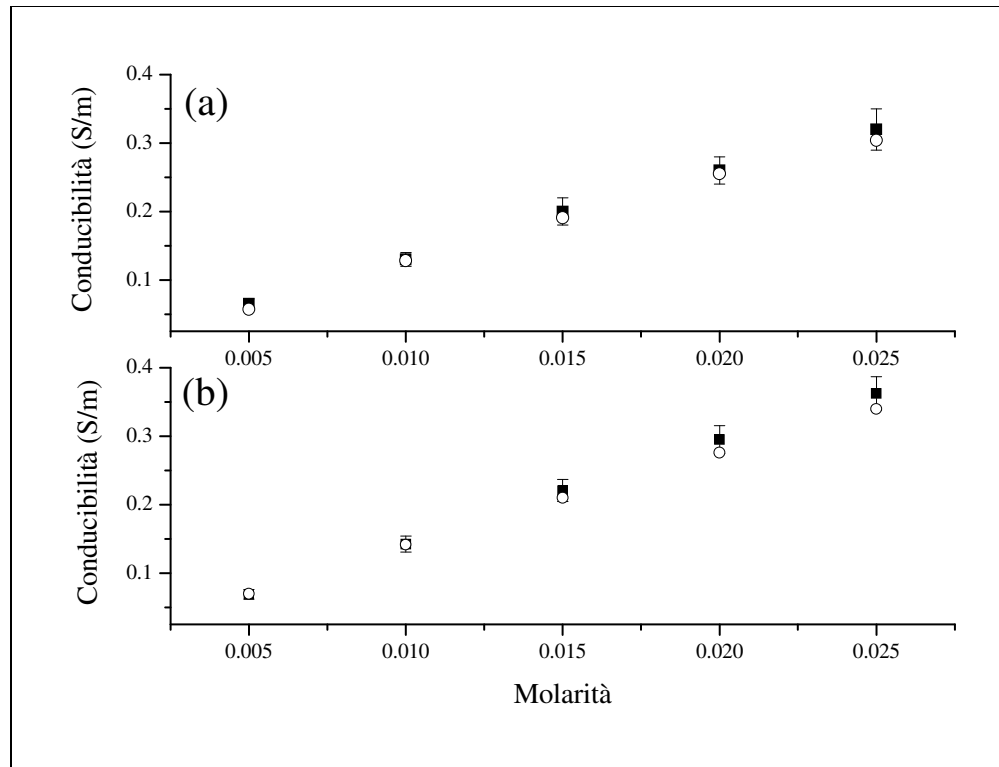


Figura 4.15 Coducibilità ottenuta da TDR tramite la formula (5.1) (■) e misurata con il conduttimetro (○) per la sonda coassiale COAX2 (a) e per la sonda trifilare (b10).

Come si può vedere dalla Figura 4.15, i valori di σ_{GT} sono molto vicini a quelli misurati con il conduttimetro e hanno un'incertezza abbastanza piccola (pari circa all'8%) sia nel caso della sonda coassiale che in quello della trifilare e sembra, quindi, ragionevole misurare la conducibilità tramite la formula di Giese e Tieman. L'errore associato alla conducibilità è stato calcolato attraverso la formula di

propagazione secondo la quale per una grandezza $G(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dipendente da n variabili indipendenti l'errore è dato dalla seguente relazione:

$$\Delta G = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial G}{\partial x_i} \right| \Delta x_i. \quad (4.4)$$

dove Δx_i rappresenta l'errore sulla i -esima grandezza.

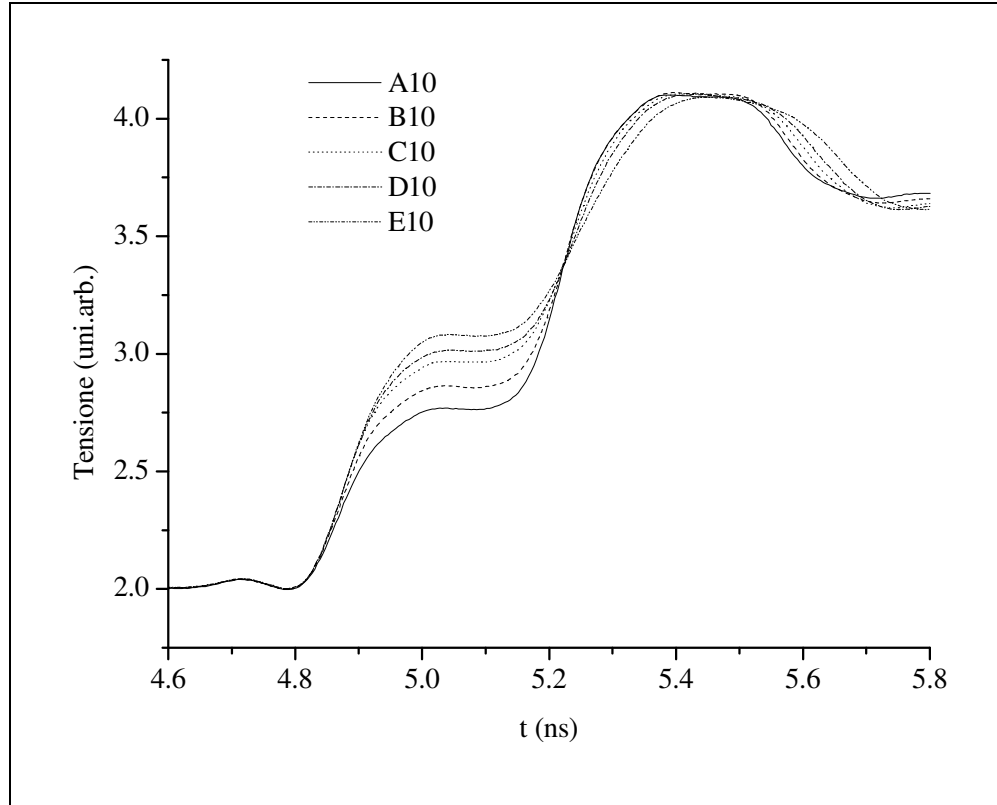


Figura 4.16 Andamento della risposta TDR in aria per il secondo prototipo di sonda trifilare al variare della distanza relativa tra i conduttori.

Nelle misure in laboratorio sulle acque di vegetazione, data l'elevata conducibilità elettrica di questo mezzo, è stata utilizzata la sonda trifilare avente lunghezza geometrica pari a 10 cm in modo da riuscire a misurare anche conducibilità elevate. La scelta della configurazione migliore tra le cinque possibili è stata guidata da due aspetti: evitare distorsioni della forma d'onda dovute alla non idealità della linea e considerare un volume di campionamento significativo per la misura dei parametri elettromagnetici. Il primo aspetto è regolato dalla distanza tra i conduttori esterni: all'aumentare di tale distanza aumentano le distorsioni e i disturbi sui gradini di

tensione (Figura 4.16). Il secondo aspetto è influenzato dalle dimensioni del mezzo e, tenendo presente che il diametro dei conduttori è pari a 4mm, è stata scelta una distanza che non fosse inferiore al centimetro. La combinazione di queste due considerazioni ha portato a scegliere la sonda b10 per le misure di dispersione delle acque reflue in laboratorio.

5. Misure su campioni anidri

In questo capitolo sono riportate le misure TDR su misture anidre costituite da ossidi di ferro e palline di vetro di diversa granulometria. In letteratura non sono presenti molti lavori inerenti lo studio di questi materiali ad eccezione di quelli svolti da Robinson et al. (1994) e Van Dam et al. (2002) che hanno studiato gli effetti della presenza di ossidi di ferro nel suolo e nelle rocce. Lo scopo di questo capitolo è quello di misurare i parametri elettromagnetici di questi materiali con particolare attenzione alla misura della velocità di propagazione e dell'attenuazione del segnale e di studiare la risposta del TDR nelle diverse condizioni sperimentali. Sono stati scelti questi campioni con lo scopo di simulare suoli aventi elevato contenuto di materiali magnetici e di ricavarne le proprietà elettromagnetiche. Questi materiali destano interesse sia nel campo delle scienze ambientali che in quello relativo alle missioni spaziali su Marte. In particolare, è stata eseguita l'analisi dell'attenuazione del segnale elettromagnetico causata da questi tipi di materiali al fine di determinare le prestazioni dei Ground Penetrating Radar (GPR) utilizzati durante le missioni spaziali su questo pianeta.

5.1 Materiali e metodi

Per preparare le misture sono stati scelti tre intervalli granulometrici: 1–50 μ m, 40–150 μ m e 250–500 μ m. I campioni sono stati preparati mischiando grani di magnetite (Fe₃O₄), precedentemente lavati e asciugati in stufa a 105°C, con palline di vetro (glass beads). Sono stati preparati sei differenti campioni per l'intervallo di granulometria 250–500 μ m, aventi una frazione volumetrica di magnetite rispettivamente dello 0%, 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, e cinque differenti campioni per gli intervalli di granulometria 1–50 μ m e 40–150 μ m, aventi lo 0%, 5%, 15%, 25%, 30% di contenuto volumetrico di magnetite. La magnetite utilizzata per i campioni è stata estratta dalle miniere Malmberget in Svezia, ed è caratterizzata da grani a spigoli vivi prodotti dalla macinazione del minerale. Per ogni campione a disposizione le misure sono state ripetute per le tre differenti sonde coassiali descritte nel capitolo precedente. Le sonde coassiali sono state completamente riempite, facendo attenzione affinché il materiale non si stratificasse. Il materiale è stato

distribuito in modo da coprire totalmente l'estremità aperta delle sonde affinché i campi elettromagnetici ricadessero il più possibile all'interno del materiale stesso anche al di là della fine delle superfici conduttrici. Le varie sonde sono state riempite utilizzando sempre la stessa procedura per ottenere gradi di compattazione del campione circa uguali. Tutti i campioni utilizzati, una volta effettuate le misure, sono stati pesati, al fine di determinarne la densità caratteristica.

Per ogni campione sono state ripetute le misure di velocità, attenuazione e densità cinque volte, riempiendo e svuotando di volta in volta le sonde e il valor medio è stato preso come valore caratterizzante la grandezza indagata. L'errore associato alla grandezza misurata è stato ottenuto attraverso l'utilizzo della formula di propagazione dell'errore (4.4).

5.2 Misure di velocità

Nel caso di materiali magnetici, le sole misure TDR nel dominio del tempo non permettono di valutare la permittività elettrica e la permeabilità magnetica separatamente. Informazioni su tali grandezze sono tuttavia ricavabili dai valori di velocità ed attenuazione. Sono state eseguite misure di velocità al variare del contenuto volumetrico di magnetite per le tre diverse granulometrie: la Figura 5.1 riporta i risultati ottenuti con le diverse sonde e per le tre granulometrie. Nella stessa figura sono riportate anche le densità in funzione della percentuale di magnetite. I grafici di velocità mostrano come, per tutte e tre le granulometrie e per ogni tipo di sonda impiegata, la velocità di propagazione del segnale a gradino decresca monotonamente al crescere del contenuto di magnetite. Nelle misure effettuate con le sonde COAX1 e COAX3, i valori di velocità ottenuti per la granulometria più piccola, 1–50 μm , sono sistematicamente maggiori di quelli ottenuti per le granulometrie 40–150 μm e 250–500 μm . I grafici relativi alle densità, mostrano il prevedibile aumento di densità con la concentrazione di magnetite per tutte le granulometrie. Si noti che la densità della granulometria 1–50 μm risulta essere sistematicamente e significativamente inferiore rispetto a quella delle granulometrie più grandi. Ciò è dovuto alla difficoltà di manipolazione del materiale che, date le dimensioni piccolissime dei grani, assume le caratteristiche di aggregazione tipiche delle polveri sottili, con conseguente difficoltà nel produrre campioni che abbiano lo

stesso grado di compattazione. Perciò i più bassi valori di densità sono verosimilmente da attribuire all'intercalarsi di aggregati più o meno densi. Dall'analisi combinata degli andamenti delle velocità e delle densità, è ragionevole dedurre che il valore maggiore di velocità, a parità di concentrazione di magnetite, che caratterizza la granulometria 1–50µm sia dovuto ad una minore compattazione del materiale all'interno della sonda.

La Figura 5.2 riporta le velocità in funzione del contenuto volumetrico di magnetite rappresentate per ciascuna granulometria al variare della sonda utilizzata. Come si può vedere, i valori di velocità dello stesso campione misurati con sonde diverse sono in buon accordo per tutte le granulometrie. Nuovamente, l'accordo peggiore si ha nel caso delle misure relative alla granulometria 1–50µm con la sonda COAX1.

I valori ottenuti dalla tecnica TDR sono stati confrontati con quelli provenienti da misure effettuate a 1MHz (Pettinelli et al., 2004; Pettinelli et al., 2006) tramite un ponte LCR (HP4284A). Il valore di velocità misurato con questa tecnica è stato calcolato attraverso la (1.36) che viene riscritta di seguito:

$$v = \frac{\sqrt{2}}{\left[\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} + \epsilon'\mu' - \epsilon''\mu'' \right]^{1/2}} \quad (5.1)$$

misurando separatamente la permittività elettrica e la permeabilità magnetica complesse. Il valore della permittività complessa è stato ricavato misurando l'ampiezza e la fase dell'impedenza elettrica di una cella capacitiva riempita con il materiale in esame, mentre la permeabilità magnetica complessa è stata ricavata misurando l'impedenza di un solenoide completamente immerso nel materiale (Pettinelli et al., 2004; Pettinelli et al., 2006). I parametri elettromagnetici così ottenuti sono stati sostituiti nella formula (5.1) in modo da poter valutare la velocità.

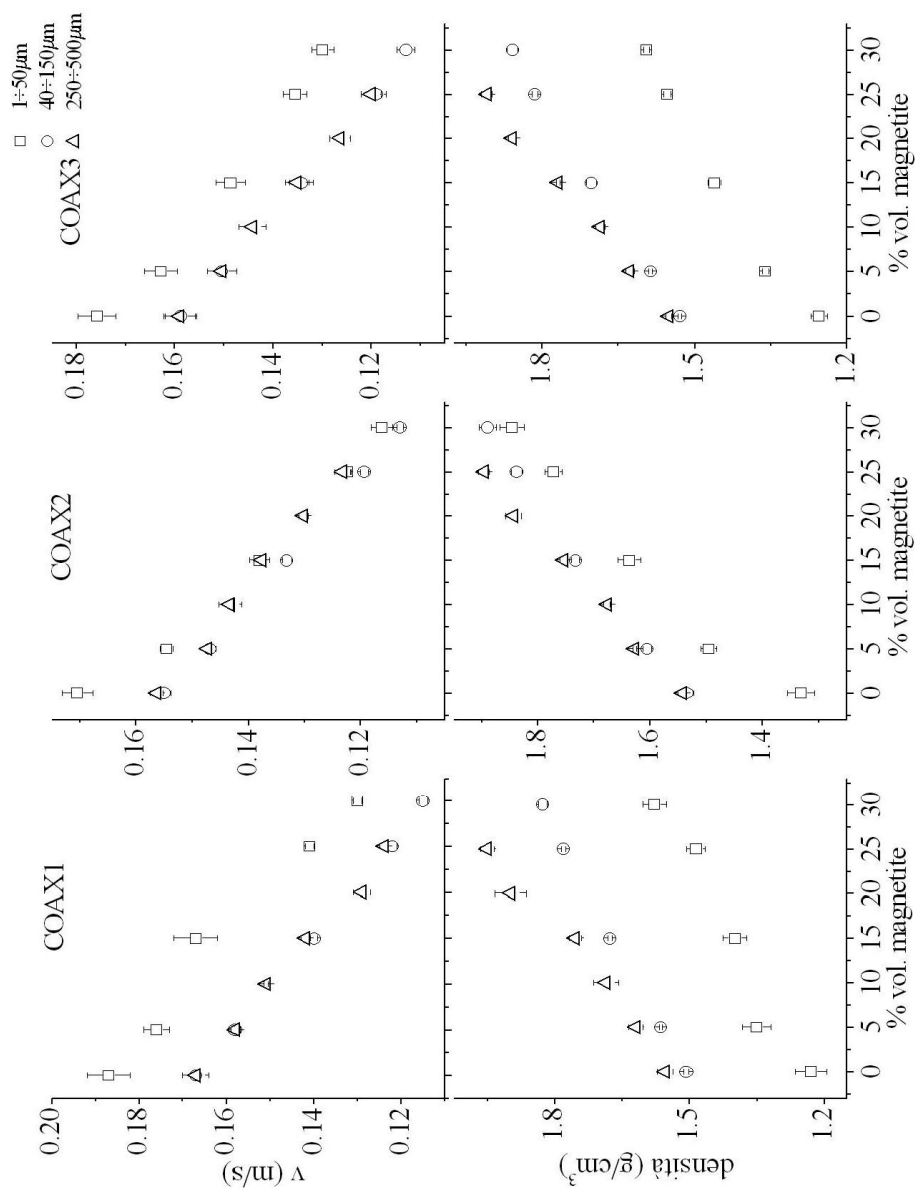


Figura 5.1 Andamento della velocità e della densità in funzione della percentuale di magnetite per le tre diverse granulometrie.

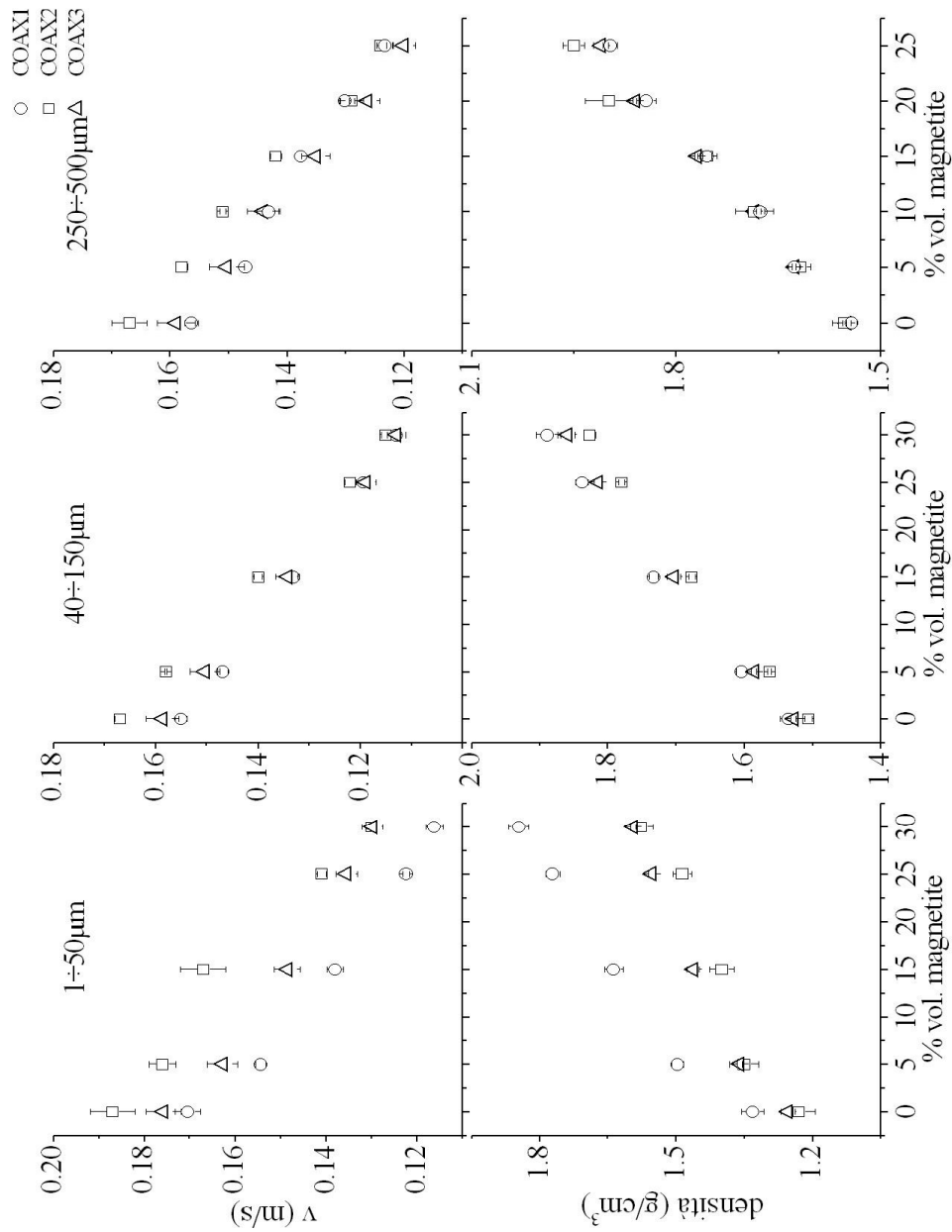


Figura 5.2 Andamento della velocità e della densità in funzione della percentuale di magnetite per le tre sonde.

I valori v delle velocità e delle densità con le relative incertezze provenienti dalle misure a 1 MHz con il ponte L-C-R sono riportate in Figura 5.3 insieme a quelli ottenuti con il metodo TDR (per brevità sono riportate solo le misure TDR relative alla sonda COAX3). Dal confronto si nota che l'andamento in funzione del contenuto volumetrico di magnetite è lo stesso per le due tecniche di misura. Tuttavia a parità di concentrazione di magnetite e granulometria, i valori di velocità ottenuti tramite TDR sono generalmente più alti rispetto a quelli a 1 MHz. La discrepanza potrebbe essere dovuta a:

1) Diversità della frequenza alla quale avvengono le misure: i valori di velocità provenienti dall'LCR sono stati ottenuti a 1 MHz, mentre quelli TDR si riferiscono a frequenze intorno al centinaio di megahertz. Dal momento che, come descritto nel Capitolo 3, alcuni processi di polarizzazione sono inibiti all'aumentare della frequenza, i valori di permittività e permeabilità potrebbero essere più bassi nelle misure TDR rispetto a quelle LCR. Ciò giustificerebbe i valori di velocità maggiori per le misure ad alta frequenza.

2) Le differenze tra i valori di velocità ottenuti con le due tecniche potrebbero ricondursi, di nuovo, a differenze nel grado di compattazione dei campioni (come mostrato in Figura 5.3 dal confronto tra i valori di densità).

Nella Figura 5.4 sono riportate tutte le velocità provenienti da misure TDR per tutti i campioni disponibili e per ogni sonda e da misure LCR in funzione della densità. Dalla figura si può vedere come la velocità si correli con la densità in modo da diminuire all'aumentare del grado di compattazione del campione. Ciò permette di concludere, insieme ai risultati che saranno riportati nel paragrafo successivo relativi al fatto che le parti reali dei parametri elettromagnetici possono essere considerate costanti da 1 MHz fino alle frequenze del TDR, che le differenze di velocità possono essere giustificate dalla diversità di densità dei campioni.

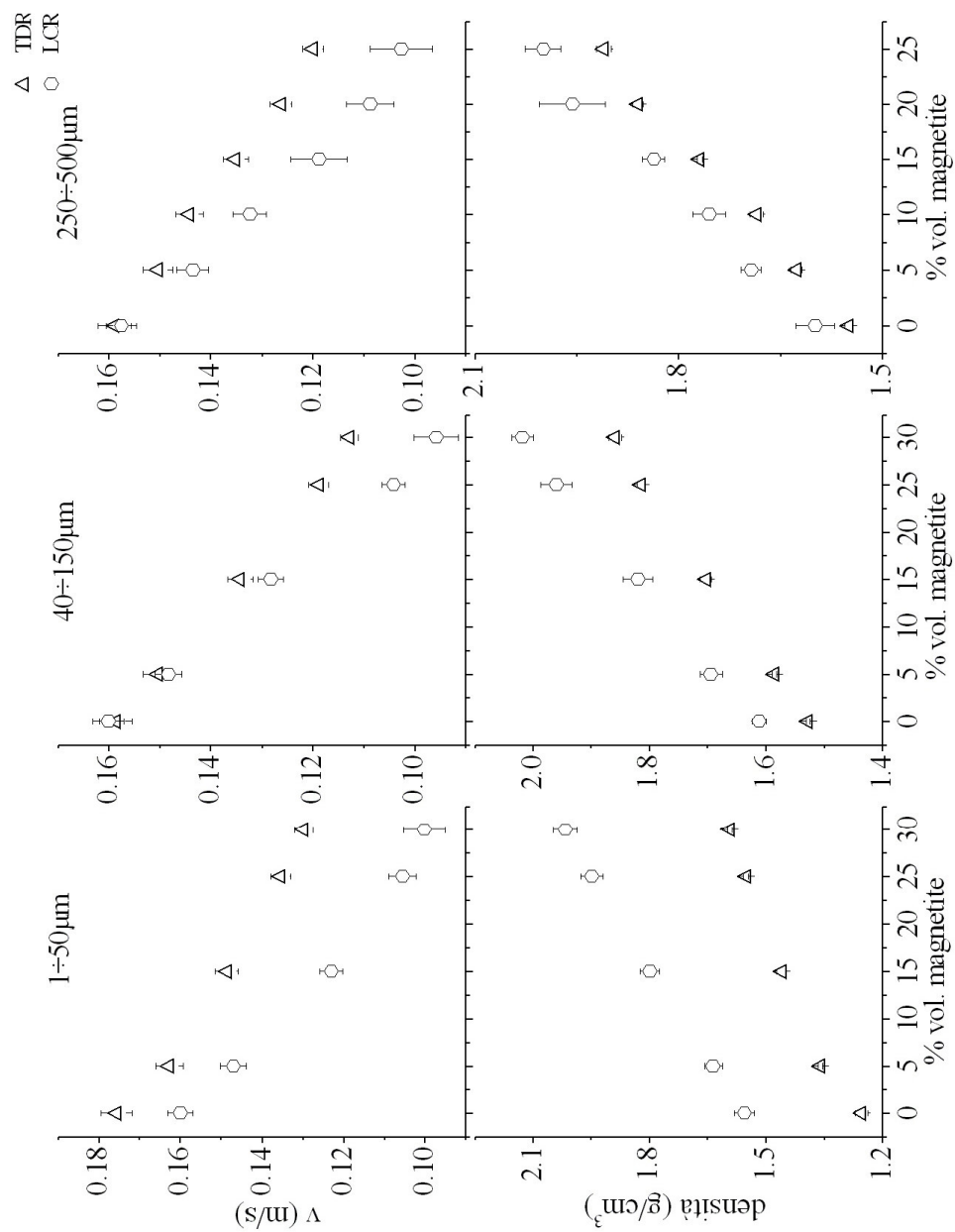


Figura 5.3 Andamento della velocità e della densità per le misure TDR con la sonda COAX3 e per le misure LCR.

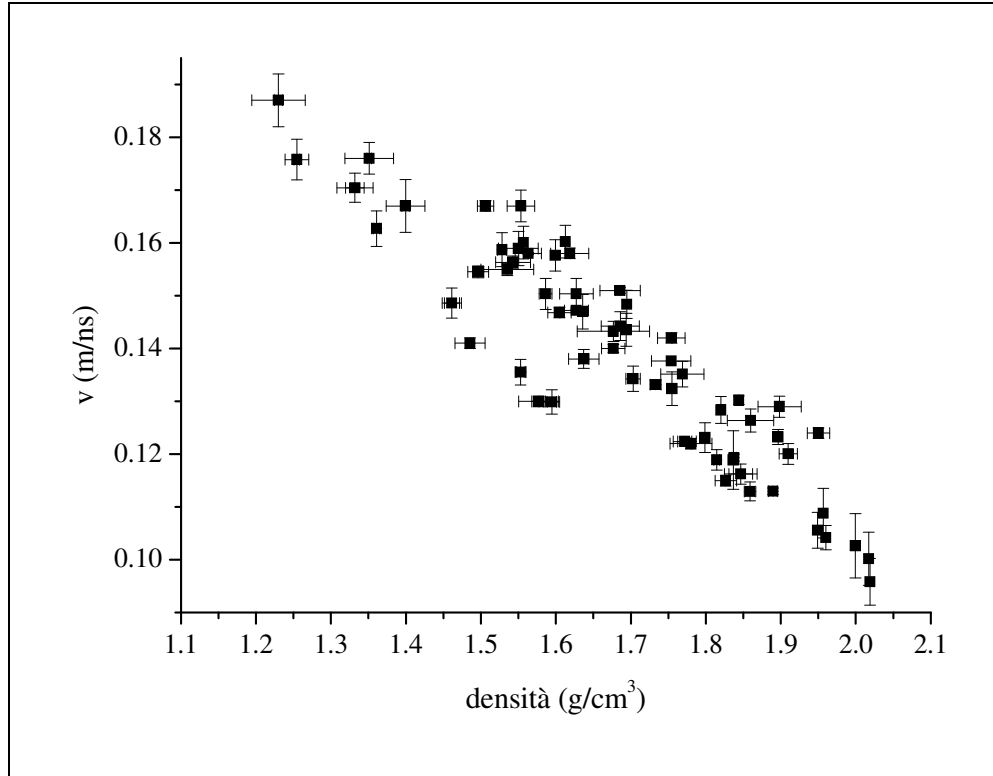


Figura 5.4 Andamento della velocità in funzione della densità. I punti si riferiscono ai valori ottenuti dalle misure TDR utilizzando tutte le sonde a disposizione e dalle misure LCR.

5.3 Misure di attenuazione

Le tracce TDR utilizzate per la misura dell'attenuazione sono le stesse usate per calcolare i valori di velocità visto che, come già detto nel Capitolo 2, è possibile stimare queste due grandezze in modo indipendente dalla stessa curva. Di conseguenza i valori di densità e le percentuali volumetriche di magnetite sono quelle riportate nel precedente paragrafo.

L'attenuazione subita dalla tensione a gradino emessa dal generatore del Metallic Cable Tester, può essere ricavata utilizzando la formula (2.40) che viene riscritta di seguito:

$$\alpha_e = \frac{1}{2L} \ln \left[\frac{V_1(2V_0 - V_1)}{V_0(V_2 - V_1)} \right] \quad (5.2)$$

dove V_0 rappresenta l'ampiezza del segnale emesso dal generatore, V_1 il segnale trasmesso all'interno della sonda, V_2 quello totalmente riflesso all'estremità aperta della sonda e L è la lunghezza della sonda. La precisione e l'attendibilità dell'attenuazione calcolata tramite la (5.2) dipendono in maniera critica dalla possibilità di determinare correttamente le ampiezze dei potenziali sulla traccia TDR e risultano, quindi, fortemente influenzate dalla forma d'onda: la mancanza di plateau ben definiti nelle curve è causa di consistenti errori associati ai valori di attenuazione. La difficoltà presente nell'interpretare in modo corretto le tracce TDR dipende essenzialmente dal fatto che tali curve si discostano dalla forma ideale: questo fenomeno può essere causato dall'elettronica interna dello strumento e dal fatto che le linee di trasmissione in cui si propaga il segnale non sono ideali. In particolare, la traccia TDR si discosta da quella ideale a causa della perdita di energia lungo le pareti conduttrici, della presenza di fenomeni radiativi e/o possibile eccitazione di modi di ordine superiore o a causa della presenza di fenomeni reattivi (generalmente capacitivi) che possono essere generati sia dal mezzo che da discontinuità lungo la linea.

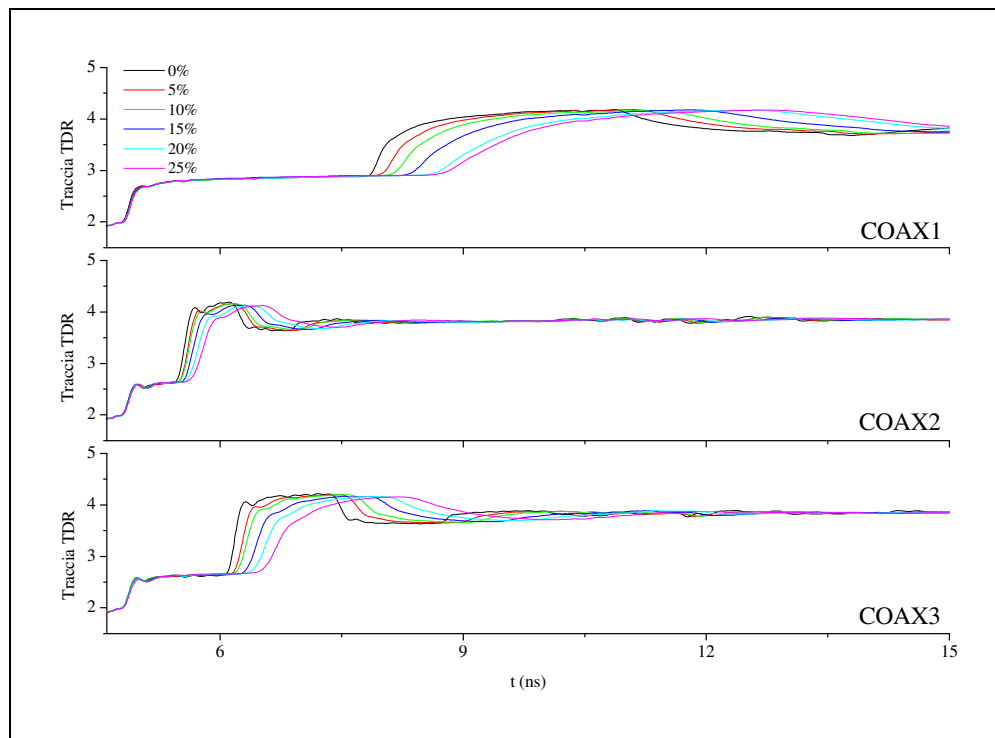


Figura 5.5 Risposta TDR per ciascuna delle tre sonde coassiali al variare della percentuale di magnetite.

La Figura 5.5 mostra come la forma della risposta dipenda fortemente dal tipo di sonda utilizzata. Nel caso della sonda più corta (COAX2) è possibile notare come la durata dei fenomeni transienti, cioè della risalita del segnale, non sia trascurabile rispetto alla durata della riflessione stessa. Inoltre, sia il potenziale riflesso che quello trasmesso mostrano un andamento crescente in funzione del tempo che discosta la curva dall'ideale andamento a gradini. Nel caso della sonda più lunga (COAX1) la struttura a gradini è ancora più arrotondata, come se i fenomeni capacitivi fossero amplificati. Per quello che riguarda la sonda intermedia (COAX3), la sua lunghezza è sufficientemente elevata da rendere trascurabile la durata dei fenomeni transienti anche se continuano ad essere presenti effetti capacitivi (Mattei et al., 2005a).

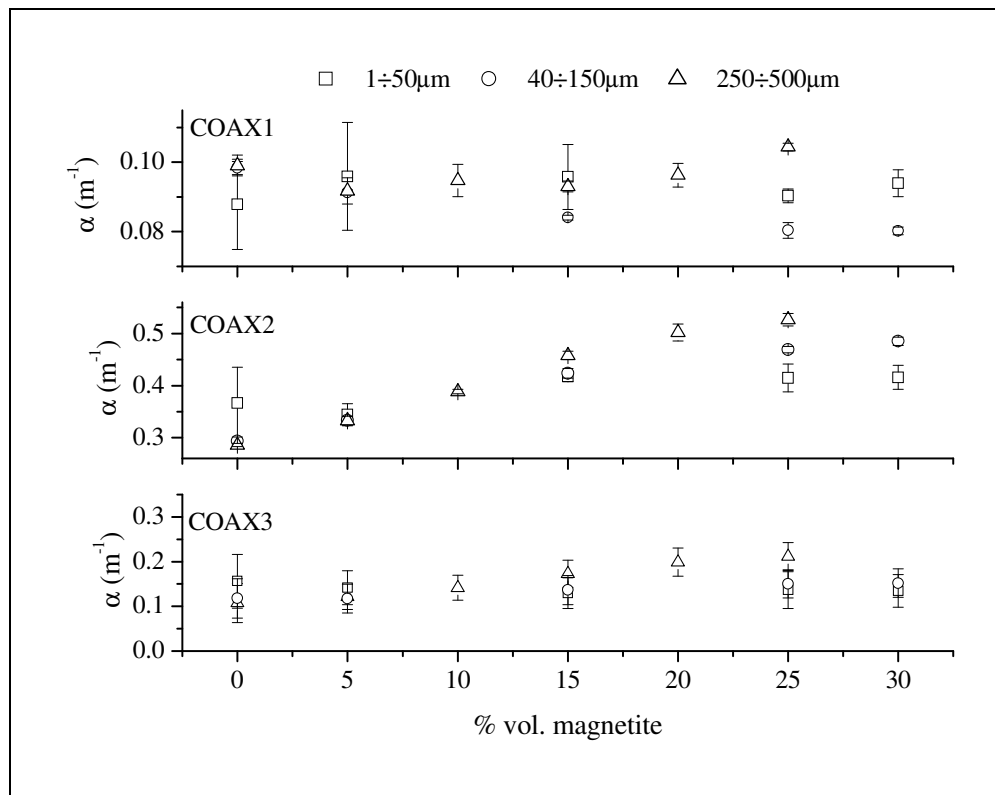


Figura 5.6 Andamento del coefficiente di attenuazione al variare della granulometria, tenendo fissa la sonda.

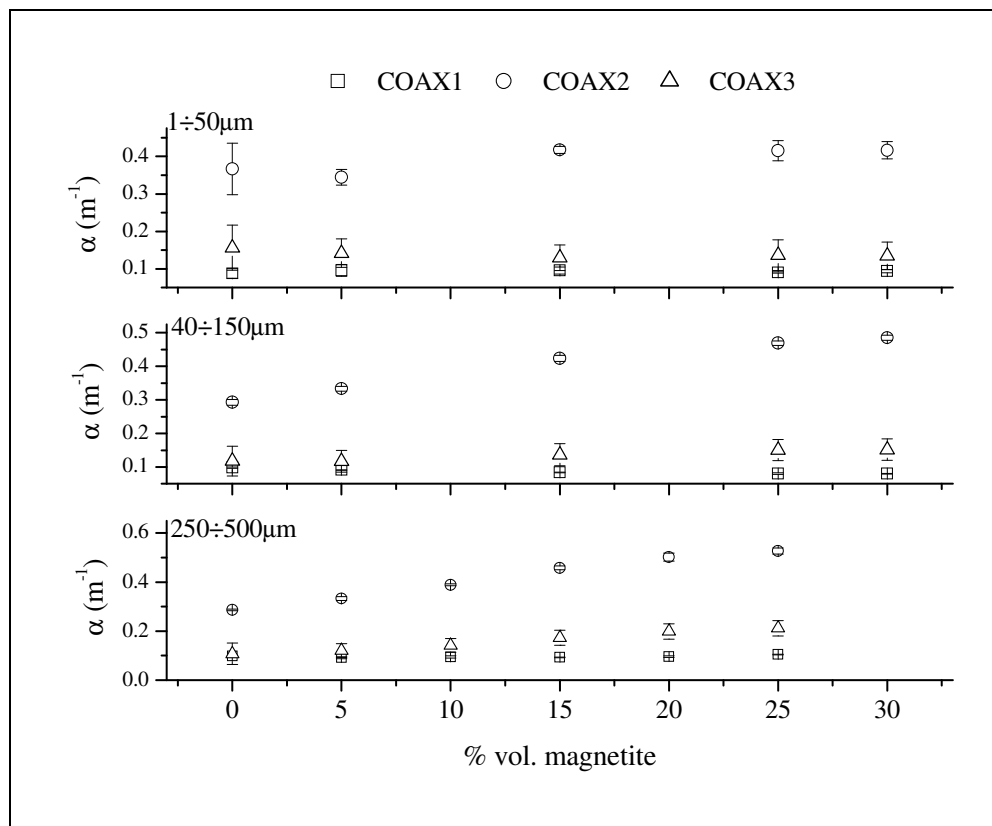


Figura 5.7 del coefficiente di attenuazione al variare della sonda, tenendo fissa la granulometria.

Le Figure 5.6 e 5.7 mostrano i valori di attenuazione con i relativi errori per ciascuna granulometria in funzione della percentuale di magnetite e per le tre sonde coassiali. Come nel caso della velocità, il valore di attenuazione è la media calcolata su cinque misure indipendenti e il valore associato all'errore è stato ricavato dalla formula di propagazione (4.4). Dalle figure si può notare come i valori di attenuazione ottenuti con la sonda COAX1 non mostrano un particolare andamento in funzione della percentuale di magnetite. I valori ottenuti per la granulometria 250–500μm con la sonda COAX2 sono caratterizzati da un andamento crescente in funzione della percentuale di magnetite. Un andamento analogo anche se meno definito è mostrato dalla granulometria 40–150μm, mentre i valori relativi alla 1–50μm non mostrano tale trend. Un andamento simile caratterizza i valori provenienti dalle misure con la sonda COAX3: al contrario della granulometria 1–50μm, l'andamento dei valori

associati alle granulometrie 250–500 μm e 40–150 μm è crescente con il contenuto di magnetite. Dalla formula (1.34) che viene riportata nuovamente di seguito:

$$\alpha = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} - \epsilon'\mu' + \epsilon''\mu'' \right]^{1/2} \quad (5.3)$$

si può vedere come i valori delle parti immaginarie della permittività e della permeabilità siano quelle che pesano nel calcolo dell'attenuazione. L'attenuazione, infatti, aumenta all'aumentare delle parti immaginarie dei parametri elettromagnetici. Di conseguenza, l'andamento aspettato è quello in cui l'attenuazione aumenta all'aumentare del contenuto di magnetite dal momento che aumentano i valori delle parti immaginarie della permittività elettrica e della permeabilità magnetica. Il fatto che la granulometria più piccola non mostri questo andamento è ancora da imputare, probabilmente, alle difficoltà incontrate nel riempire uniformemente la sonda.

Dal momento che i valori di attenuazione misurati sembrano dipendere dal tipo di sonda usata, è stato necessario confrontarli con quelli provenienti dalle misure LCR a 1 MHz. I valori di attenuazione sono stati calcolati sostituendo i valori di ϵ' , ϵ'' , μ' e μ'' ricavati dalle misure LCR nella formula (5.3).

La (5.3) rappresenta l'attenuazione di un'onda monocromatica che si propaga in un mezzo avente permittività elettrica e permeabilità magnetica complesse con pulsazione ω e le stesse considerazioni valgono per le velocità ricavate dalle misure LCR. Diversamente, sia la velocità che l'attenuazione misurate con il TDR possono essere considerate dei valori medi all'interno della banda di frequenze del TDR. Infatti, mentre α nell'equazione (5.3) è funzione di ν , α_e nell'equazione (5.2) rappresenta l'attenuazione subita da un segnale a banda larga. È necessario, quindi, valutare il contenuto in frequenza del segnale TDR nella seconda riflessione attraverso la determinazione del suo spettro di potenza.

5.4 Determinazione dello spettro di potenza del segnale TDR

Le considerazioni presentate in questo paragrafo si riferiscono alla sonda COAX3 che è stata scelta per intraprendere l'analisi del contenuto spettrale del segnale TDR dal momento che rappresenta la situazione intermedia tra le tre sonde coassiali disponibili.

Nei Capitoli 2 e 4 si è parlato della funzione di trasferimento e di come venga utilizzata in letteratura per studiare il segnale TDR nel dominio della frequenza. La $S(\nu)$ è, però, indipendente dalle distorsioni presenti nell'input e, di conseguenza, non è adatta per determinare la risposta in frequenza del TDR dal momento che non contiene tutte le informazioni relative al contenuto armonico del segnale che si propaga lungo la linea. È necessario considerare un'altra funzione $f_2(t)$ (Mattei et al., 2005a) che, invece, risponde completamente a questa esigenza in quanto:

- i) contiene tutte le informazioni fisiche relative al materiale contenuto nella sonda e
- ii) tiene conto di tutte le frequenze dell'onda propagantesi lungo la linea, incluse le distorsioni eventualmente presenti nella funzione di input.

La funzione $f_2(t)$ è definita come:

$$f_2(t) = Au(t) - r_2(t) \quad (5.5)$$

dove A rappresenta l'ampiezza della seconda riflessione in termini di tensione ($V_2 - V_1$), $u(t)$ è la funzione gradino unitaria e $r_2(t)$ è la risposta TDR al secondo gradino. Le funzioni $r_2(t)$ e $f_2(t)$ sono riportate nella Figura 5.8, nel caso della granulometria 250–500 μm . Eseguendo la trasformata di Fourier della (5.5) e normalizzando ad uno per $\nu = 0$, si ottiene lo spettro di potenza $P(\nu)$ dato da:

$$P(\nu) = |f_2(\nu)|^2. \quad (5.6)$$

Lo spettro gode delle seguenti proprietà:

- i) Se la risposta $r_2(t)$ tende alla funzione gradino $Au(t)$, $P(\nu)$ diventa costante e la rispettiva controparte nel tempo diventa una delta di Dirac.
- ii) Se la risposta $r_2(t)$ diventa molto lenta nel tempo, $P(\nu)$ tende ad una delta di Dirac centrata intorno alla frequenza zero e il sistema raggiunge la condizione statica.
- iii) Nel caso in cui la risposta $r_2(t)$ abbia un andamento intermedio rispetto a quelli riportati nei punti i) e ii), $f_2(t)$ e $r_2(t)$ hanno lo stesso contenuto in frequenza.

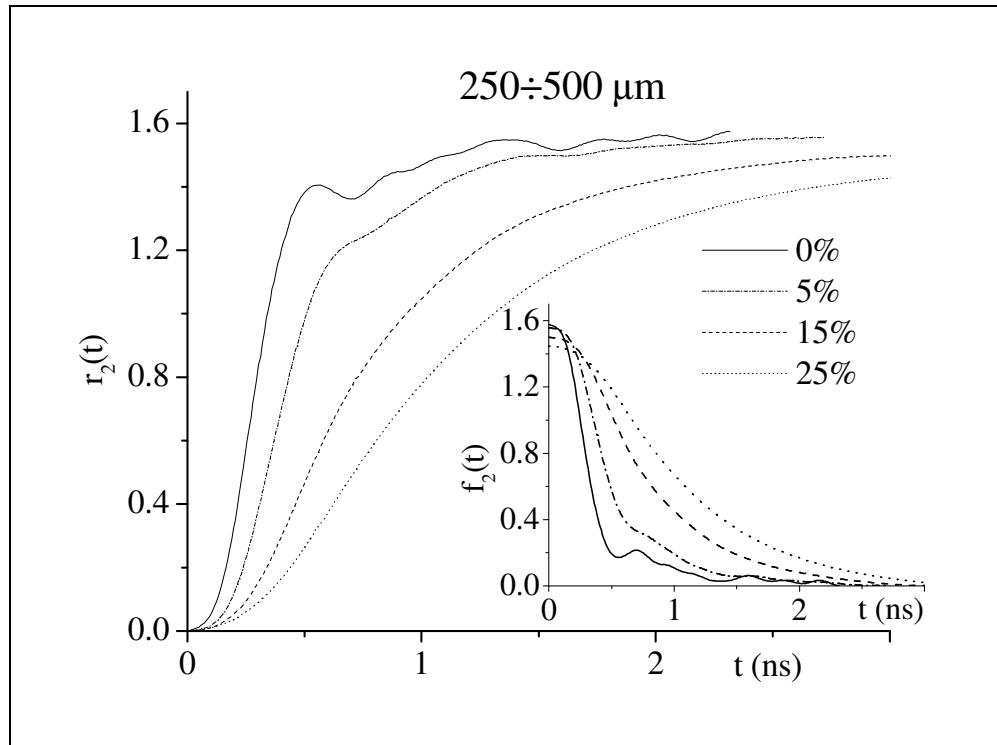


Figura 5.8 L'immagine principale mostra l'andamento della funzione $r_2(t)$ per la granulometria 250÷500μm, il riquadro mostra la funzione $f_2(t)$ (i simboli usati sono gli stessi dell'immagine principale).

Come si può vedere sia dalle curve di risposta TDR di Figura 5.5 che dalle funzioni $r_2(t)$ riportate in Figura 5.8, la forma della seconda riflessione, contenente le informazioni sulle proprietà elettromagnetiche del materiale indagato, viene modificata dal contenuto di magnetite. All'aumentare della percentuale di ossidi di ferro presente nel campione, infatti, il tempo di risalita del secondo gradino aumenta, mostrando due costanti di tempo diverse (Mattei et al., 2005a): la prima molto piccola e praticamente dello stesso ordine della funzione di input, e la seconda più grande e somigliante ad una risalita esponenziale tipica della carica di un condensatore. Le differenze tra le due costanti di tempo sono più significative per i campioni a bassa percentuale di magnetite e sono ben visibili anche nelle funzioni $f_2(t)$. Questo incremento nel transiente della seconda riflessione comporta nel dominio della frequenza un restringimento della larghezza di banda e corrisponde ad un aumento dell'attenuazione del segnale (Mattei et al., 2005a; Mattei et al., 2007a). La Figura 5.9(a)-(c) mostra lo spettro di potenza per ogni granulometria: per tutti i

campioni, la banda si stringe all'aumentare del contenuto di magnetite a causa dell'aumento dei fenomeni di attenuazione e/o dispersione. La Figura 5.9(d) mostra l'andamento dello spettro in funzione della granulometria fissata la percentuale di magnetite al 15%: come si può vedere non ci sono differenze significative tra le misture 40–150 μm e 250–500 μm , mentre il contenuto spettrale della granulometria più piccola è significativamente più largo. La ragione di questa diversità è di nuovo attribuibile alla scarsa compattazione di questo campione ed è in accordo con i valori di attenuazione più bassi ottenuti per questa granulometria.

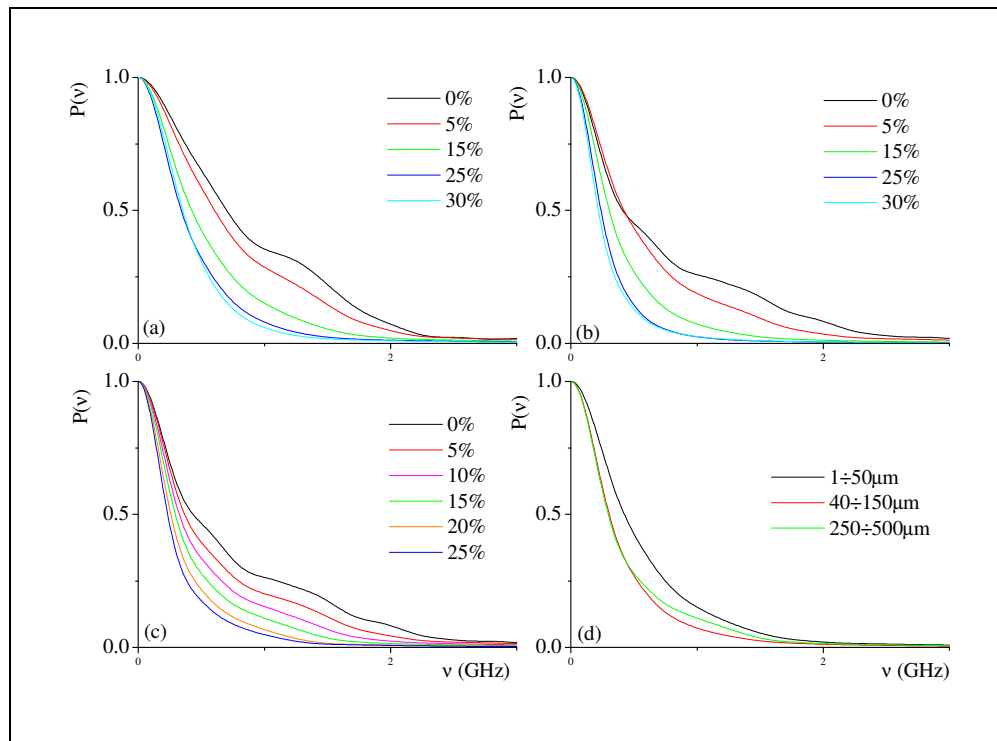


Figura 5.9 (a), (b), (c): andamento dello spettro di potenza per le granulometrie 1÷50 μm , 40÷150 μm e 250÷500 μm , rispettivamente. (d): confronto tra lo spettro di potenza per le tre granulometrie al 15% di magnetite.

Per verificare l'attendibilità dei valori di attenuazione ottenuti con il TDR, l'espressione di α dell'equazione (5.3) è stata usata in termini di valore medio nell'intervallo di frequenze interessato. Escludendo la presenza di rilevanti fenomeni di dispersione, e, quindi, di fenomeni di rilassamento, la frequenza ν nell'equazione (5.3) può essere sostituita con una frequenza efficace ν_e che tiene conto delle

possibili variazioni dei parametri elettromagnetici. Con questa ipotesi, i valori di ν_e possono essere calcolati procedendo secondo i passi seguenti:

- i) Ad un determinato contenuto di magnetite (per esempio il 5%), ν_e è stato calcolato portando a coincidere il valore di α ottenuto dalla (5.3) con quello di α_e ricavato dalla (5.2);
- ii) Il valore di ν_e viene accettato se è centrale rispetto allo spettro di potenza (per esempio se è compreso nell'intervallo $0.5\nu_H < \nu_e < 2\nu_H$, con ν_H frequenza corrispondente alla mezza intensità), altrimenti viene scartato. I valori di ν_e ottenuti sono riportati in Tabella 5.1 insieme ai relativi valori di $P(\nu_e)$.
- iii) Per le altre percentuali di magnetite e per ciascuna granulometria, le frequenze ν_e sono calcolate in base al valore dello spettro di potenza riportato in Tabella 5.1. La Figura 5.10(d) mostra i valori di ν_e in funzione del contenuto di magnetite per ciascuna granulometria.

Tabella 5.1 Valori di ν_e e di $P(\nu_e)$ per le tre granulometrie.

Granulometria (μm)	ν_e (MHz)	$P(\nu_e)$
1 ÷ 50	340	0.7
40 ÷ 150	405	0.5
250 ÷ 500	490	0.4

È possibile asserire che i valori di attenuazione misurati tramite TDR sono consistenti con quelli ottenuti dal ponte LCR. Infatti, la Figura 5.10(a)-(c) mostra il confronto tra i valori di α estrapolati alla frequenza ν_e e i valori α_e delle misure TDR. Come si può vedere, l'accordo è buono per tutte le granulometrie esclusa, come già accennato precedentemente, quella più piccola.

L'ipotesi sull'assenza di rilassamento fino alle frequenze TDR per questi materiali è stata ulteriormente studiata tramite la funzione di trasferimento $S(\nu)$ (Mattei et al., 2005b). Nel caso di materiali magnetici la sua espressione teorica è data dalla (2.52), cioè (Clarkson et al., 1977):

$$S(\nu) = \frac{\rho^* + \exp(-2\gamma L)}{1 + \rho^* \exp(-2\gamma L)} \quad (5.5)$$

con

$$\rho^* = \frac{1 - z \sqrt{\frac{\epsilon^*}{\mu^*}}}{1 + z \sqrt{\frac{\epsilon^*}{\mu^*}}} \quad (5.6)$$

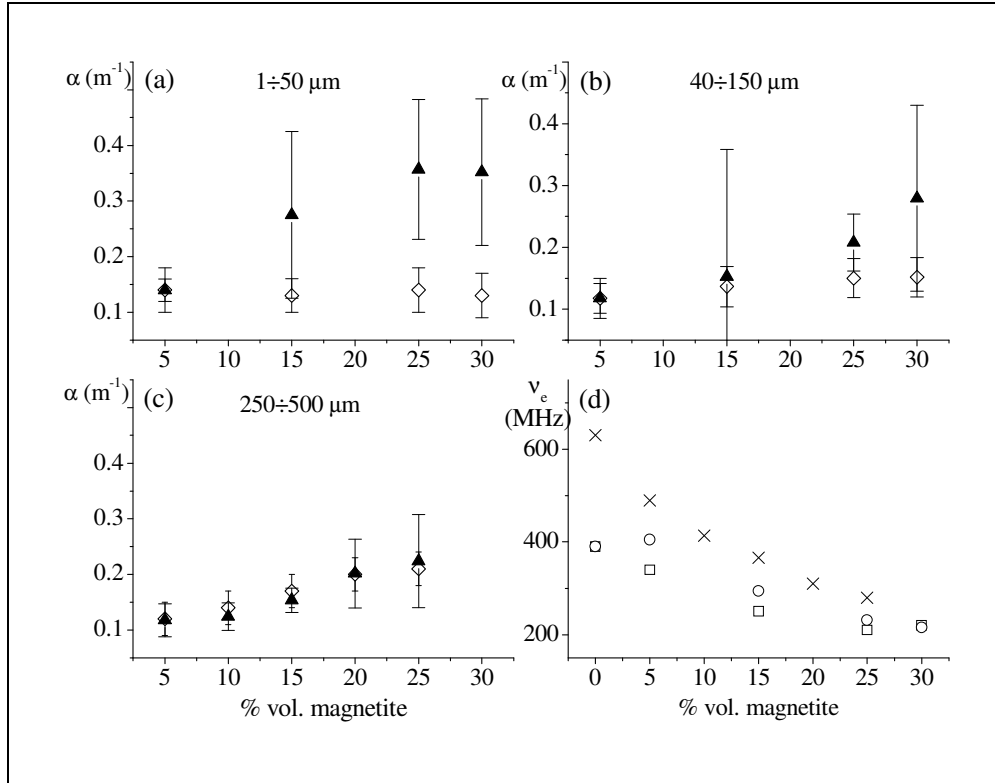


Figura 5.10 (a), (b), (c): confronto tra i valori di attenuazione ottenuti con il metodo TDR ($\diamond$) e quelli ottenuti estrapolando i dati LCR alle frequenze efficaci ($\blacktriangle$). (d): confronto tra i valori delle frequenze efficaci per le tre granulometrie. Il simbolo $\square$ si riferisce alla granulometria $1 \div 50 \mu\text{m}$, $\circ$ alla $40 \div 150 \mu\text{m}$ e $\times$ alla $250 \div 500 \mu\text{m}$,

Sono state calcolate le parti reali ed immaginarie della (5.5) in funzione dei parametri elettromagnetici. Le espressioni risultanti sono state inserite in una procedura di minimizzazione con i parametri fisici della sonda bloccati ai valori ottenuti dalle misure di calibrazione (Capitolo 4) e quelli elettromagnetici lasciati liberi e indipendenti dalla frequenza. Tentativi con dipendenza della permittività e della permeabilità dalla frequenza hanno prodotto risultati di non convergenza nella procedura di fit. Per mostrare il livello di bontà del fit, in Figura 5.11 sono riportate

la parte reale e immaginaria della $S(\nu)$ teorica e sperimentale per il 15% di magnetite:
il confronto tra le due mostra come il fit sia in buon accordo con i dati sperimentali.

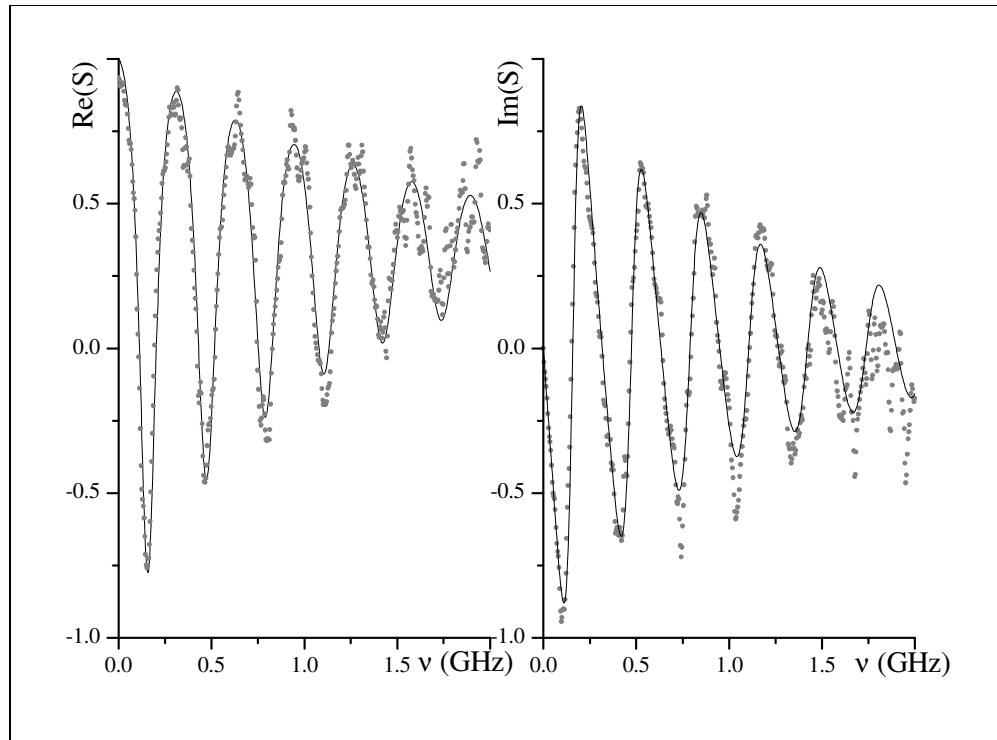


Figura 5.11 Parte reale e immaginaria della funzione di trasferimento per il 15% di magnetite per la granulometria 250÷500 μm e la sonda COAX3. I punti rappresentano la funzione sperimentale, la linea continua il fit.

Tabella 5.2 Parti reali e immaginarie dei parametri elettromagnetici provenienti dal fit tramite la $S(\nu)$ e dalle misure LCR (corsivo)

Magnetite	FIT	LCR	FIT	LCR	FIT	LCR	FIT	LCR
	ϵ'	ϵ'	ϵ'' $\cdot 10^{-1}$	ϵ'' $\cdot 10^{-2}$	μ'	μ'	μ'' $\cdot 10^{-2}$	μ'' $\cdot 10^{-3}$
5%	3.77	3.90	1.40	3.80	1.00	1.12	0.00	1.40
10%	4.01	4.20	1.70	4.40	1.04	1.22	1.50	3.00
15%	4.49	4.54	2.80	5.30	1.08	1.39	1.77	6.00
20%	4.79	5.06	4.20	8.70	1.17	1.53	2.07	8.00
25%	5.19	5.33	5.50	10.0	1.21	1.63	2.30	10.0

In Tabella 5.2 sono riportati i valori dei parametri elettromagnetici ottenuti. All'aumentare della percentuale di magnetite tutti i parametri elettromagnetici

aumentano. Ciò spiega sia la diminuzione di velocità, che è essenzialmente dovuta alle parti reali di ϵ^* e μ^* , sia l'aumento dell'attenuazione, essenzialmente dovuta alle parti immaginarie. In Tabella 5.2 il valore dei parametri elettromagnetici ottenuti dal TDR sono paragonati a quelli ottenuti con la tecnica LCR. Non ci sono differenze apprezzabili tra i valori della parti reali, mentre le parti immaginarie differiscono notevolmente, essendo quelle del TDR sempre maggiori. Il buon accordo nelle parti reali spiega, ora, come le piccole differenze di velocità tra TDR e LCR, discusse nel paragrafo §5.2, fossero da attribuirsi alle variazioni di densità piuttosto che alla dipendenza dei parametri elettromagnetici dalla frequenza. Il disaccordo tra le parti immaginarie è inatteso e risulta in contrasto con l'accordo delle attenuazioni ottenute da LCR e TDR. È utile sottolineare che le risposte fornite dal TDR tramite la formula (5.2) e il fit della $S(\nu)$ sono tra di loro in contrasto. Tale contrasto può essere dovuto alla (5.2) che fornisce risultati errati a causa del rumore che va a disturbare i livelli di tensione o alla procedura di fit che è inattendibile. Per chiarire tale punto, sono state effettuate misure di attenuazione sui campioni a granulometria $250\div 500\mu\text{m}$ tramite Network Analyzer in collaborazione con la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Delft (Olanda). I risultati ottenuti (Gorriti et al., 2006) sono in maggior accordo con i risultati del fit. Per comprendere la criticità dell'equazione (5.2) si rende necessaria un'analisi ulteriore della funzione di risposta TDR. Tale analisi, ancora, in fase preliminare, è mirata allo studio dei disturbi propri dell'apparato strumentale e all'effetto che essi producono sulla traccia TDR, alterandone i livelli di tensione (Mattei et al., 2007b) e compromettendo la misura dell'attenuazione tramite la formula (5.2).

6. Misure con le acque di vegetazione

Il monitoraggio di un soluto può essere effettuato analizzando le variazioni di una grandezza chimico-fisica che lo caratterizza. Per esempio nel campo della geofisica applicata all'ambiente, la presenza di determinati idrocarburi nel suolo (i cosiddetti Non Aqueous Phase Liquid o NAPLEs) può essere rilevata da misure di conducibilità eseguite con indagini geoelettriche o elettromagnetiche (Sauck, 2000; Atekwana et al., 2000). I NAPLEs sono, infatti, caratterizzati da un elevato valore di resistività che generalmente si distingue dal suolo circostante e che permette di individuare la zona contaminata.

Le acque di vegetazione rappresentano una miscela molto complessa ed è difficile trovare una grandezza che le caratterizzi e che permetta di monitorare la loro diffusione nel suolo. È praticamente impossibile considerare come tracciante la concentrazione di un soluto (ad esempio un sale) presente in esse. Infatti, anche i suoli reali contengono soluti di diversa natura e se si scegliesse un sale contenuto anche nella matrice solida si andrebbe ad aggiungere a quello del soluto alterandone la concentrazione. Inoltre, la composizione delle acque di vegetazione cambia a seconda della qualità delle olive, del tipo di macerazione e del tipo di solventi utilizzati per la pulitura delle macchine. Se si considerasse come tracciante un determinato sale, bisognerebbe di volta in volta eseguire un'analisi chimica del refluo per stabilirne la concentrazione nella soluzione.

L'obiettivo iniziale è stato, quindi, quello di individuare una grandezza fisica che caratterizzasse le acque di vegetazione nel loro complesso e che potesse essere monitorata facilmente (in laboratorio e in situ) e in tempi relativamente brevi. Dal momento che le acque di vegetazione sono molto conduttive, la conducibilità elettrica è una grandezza che risponde pienamente a queste esigenze in quanto può essere misurata facilmente tramite TDR (secondo quanto riportato nei Capitolo 2 e 4) e rappresenta una proprietà "bulk" del refluo. Ward et al. (1994) hanno mostrato che la relazione che lega la conducibilità di una soluzione elettrolitica alla concentrazione può essere considerata lineare per valori di σ compresi tra 0.4 e 2.0 S/m. Per verificare che questo comportamento fosse valido anche nel caso delle acque di vegetazione, sono state realizzate soluzioni di refluo e di acqua in concentrazioni

diverse ed è stata misurata la conducibilità sia con il metodo di Giese e Tiemann che tramite conduttimetro. I dati sono riportati in Tabella 6.1 con le concentrazioni espresse in termini di frazione volumetrica di acque reflue:

$$\begin{aligned}\chi_{av} &= \frac{V_{av}}{V_{av} + V_{acq}} \\ \chi_{acq} &= \frac{V_{acq}}{V_{av} + V_{acq}}\end{aligned}\tag{6.1}$$

dove V_{av} è il volume di acque di vegetazione e V_{acq} è quello di acqua.

Tabella 6.1 Permittività apparente, conducibilità elettrica misurata con il metodo di Giese e Tieman (σ_{GT}) e con il conduttimetro (σ_{DC}) per le diverse soluzioni di acqua/acque di vegetazione. Il punto interrogativo presente per $\chi_{AV}=0.5$ è dovuto alla forte indeterminazione nella stima del tempo di uscita dalla sonda a causa dell'elevata conducibilità della soluzione (Figura 6.1).

χ_{av}	ϵ_{ra}	σ_{GT} (S/m)	σ_{DC} (S/m)
0.000	78±5	0.064±0.003	6.35·10 ⁻²
0.030	79±5	0.102±0.005	9.81·10 ⁻²
0.059	78±5	0.170±0.008	1.64·10 ⁻¹
0.111	78±5	0.24±0.01	2.35·10 ⁻¹
0.143	78±5	0.26±0.01	2.51·10 ⁻¹
0.167	78±5	0.29±0.01	2.82·10 ⁻¹
0.200	78±5	0.34±0.02	3.31·10 ⁻¹
0.250	78±5	0.41±0.02	4.02·10 ⁻¹
0.333	78±5	0.52±0.03	5.31·10 ⁻¹
0.500	75±5 (?)	0.71±0.04 (?)	7.44·10 ⁻¹
1.000	-	-	1.36

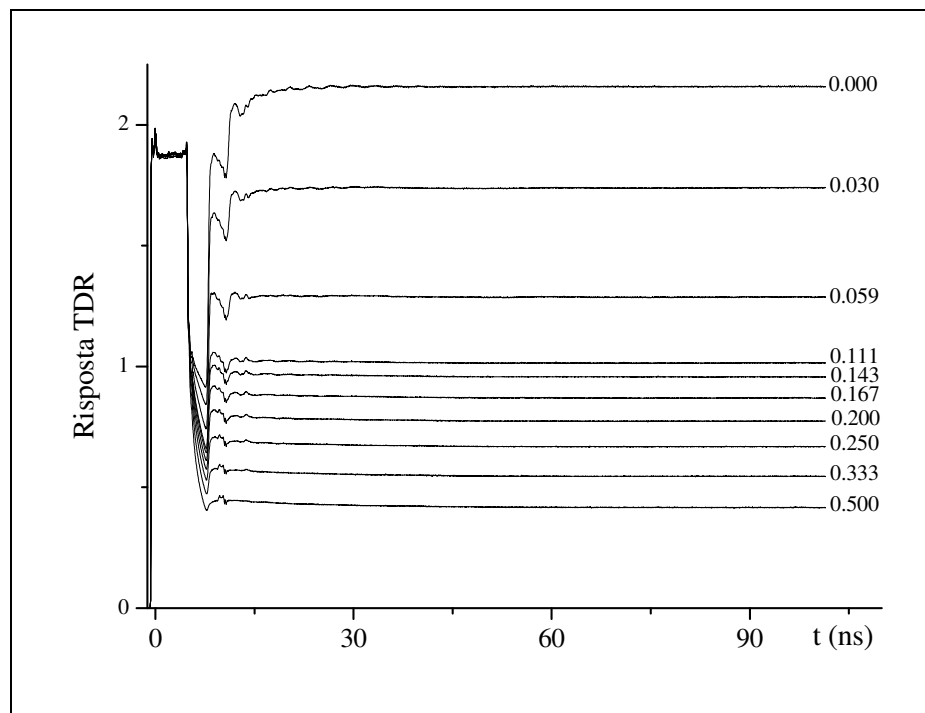


Figura 6.1 Tracce TDR al variare della frazione volumetrica di acque di vegetazione.

La Tabella 6.1 riporta, oltre ai valori di conducibilità, anche quelli di permittività misurati tramite TDR. La Figura 6.1 mostra le curve TDR per i diversi fattori di diluizione: come si nota sia dal grafico che dai valori in tabella, la presenza delle acque di vegetazione non modifica la permittività della soluzione (il tempo di andata e ritorno è sempre lo stesso), ma fa variare il livello asintotico raggiunto dal potenziale e, quindi, la conducibilità. Gli andamenti della conducibilità in funzione della frazione volumetrica sono riportati in Figura 6.2 per la conducibilità misurata tramite TDR (σ_{GT}) e per quella misurata con il conduttimetro (σ_{DC}). La regressione è in buon accordo con i dati sperimentali e indica l'esistenza di una relazione lineare tra conducibilità e frazione volumetrica del tipo:

$$\sigma_{mix} = \sigma_{acq} + (\sigma_{av} - \sigma_{acq})\chi_{av} \quad (6.2)$$

dove σ_{mix} è la conducibilità della miscela, σ_{av} quella delle acque di vegetazione e σ_{acq} quella dell'acqua. Nel caso in cui sia nota la conducibilità delle soluzioni di partenza, misurando la conducibilità della miscela si può ricavare la frazione volumetrica delle acque di vegetazione invertendo la (6.2):

$$\chi_{av} = \frac{\sigma_{mix} - \sigma_{acq}}{\sigma_{av} - \sigma_{acq}} \quad (6.3)$$

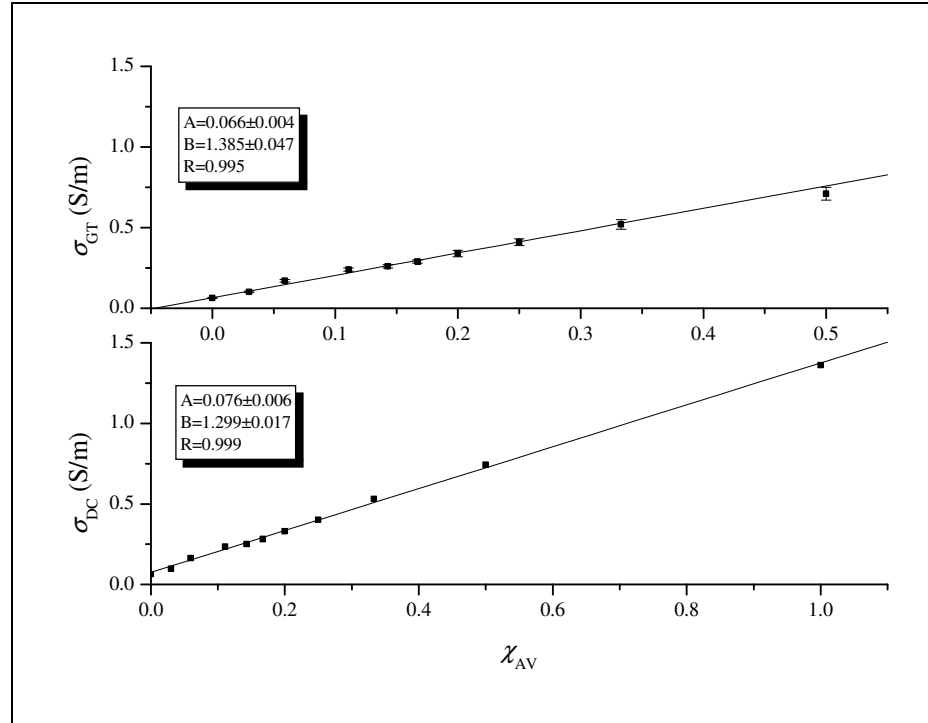


Figura 6.2 Rette di calibrazione per la misura della conducibilità elettrica nelle soluzioni di acqua/acque di vegetazione: i grafici rappresentano la conducibilità misurata con il metodo di Giese e Tieman (σ_{GT}) e quella misurata con il conduttimetro (σ_{DC}) in funzione della frazione volumetrica di acque di vegetazione presente in soluzione.

6.1 Misure di monitoraggio delle acque di vegetazione

Prima di passare alla dispersione delle acque reflue, sono stati realizzati una serie di esperimenti per assicurarsi che la tecnica TDR permettesse di rilevare la presenza del contaminante. Nella prima prova la sonda è stata collocata in posizione verticale all'interno del mezzo poroso e le acque reflue sono state versate dall'alto (Figura 6.3). Sono stati eseguiti due esperimenti: il primo nel mezzo asciutto e il secondo nel mezzo saturato in acqua e poi drenato in modo tale che l'acqua rimasta fosse quella trattenuta nei pori per capillarità. In entrambi i casi il movimento del refluo è stato troppo veloce rispetto al tempo di misura del TDR e non è stato possibile monitorarne il flusso.

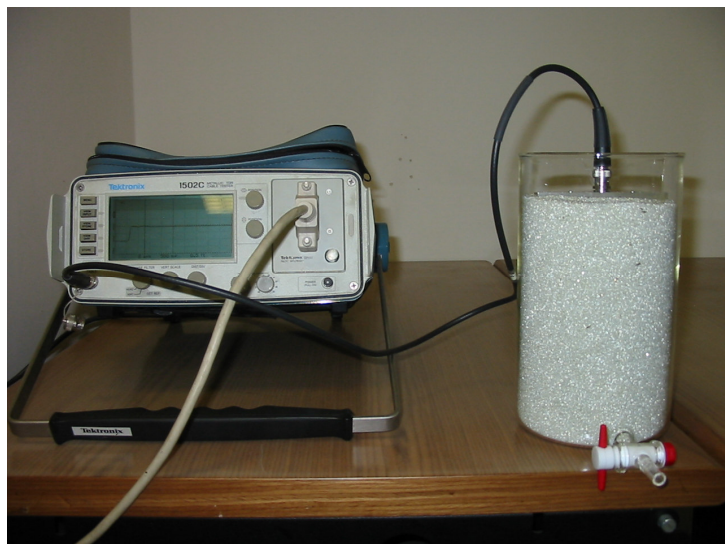


Figura 6.3 Apparato sperimentale per le misure con le acque di vegetazione versate dall'alto costituito dal *metallic cable tester* e dalla sonda, posizionata verticalmente, immersa nel mezzo (in questo caso palline di vetro).

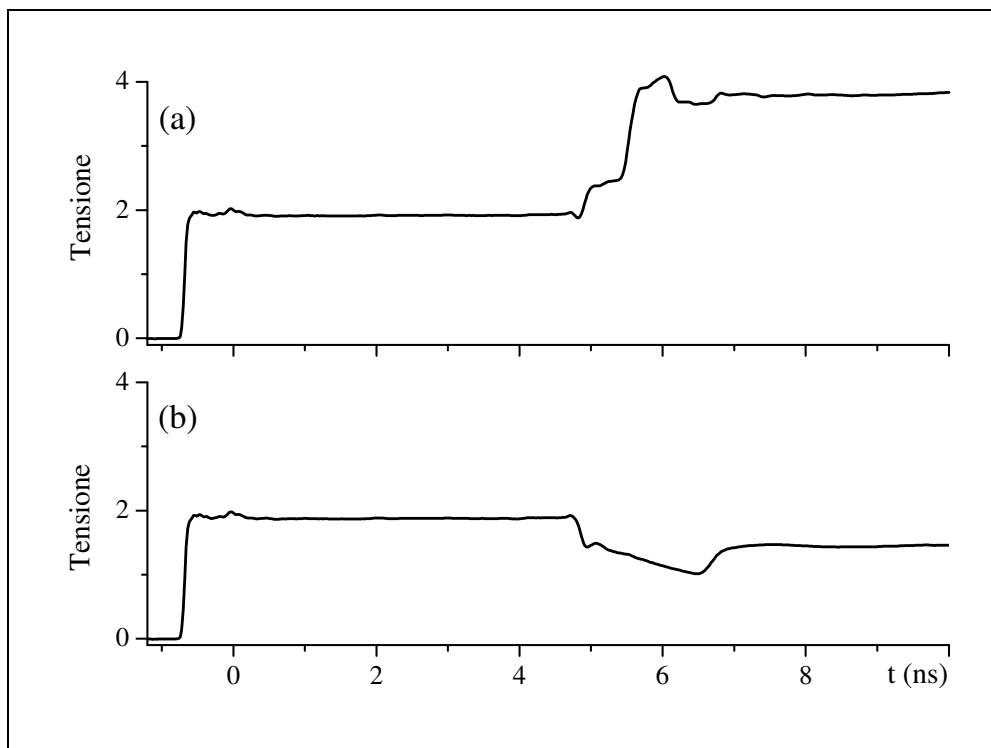


Figura 6.4 Curva di risposta TDR nel mezzo asciutto (a) e nel mezzo saturato con le acque di vegetazione (b). La tensione è espressa in unità arbitrarie.

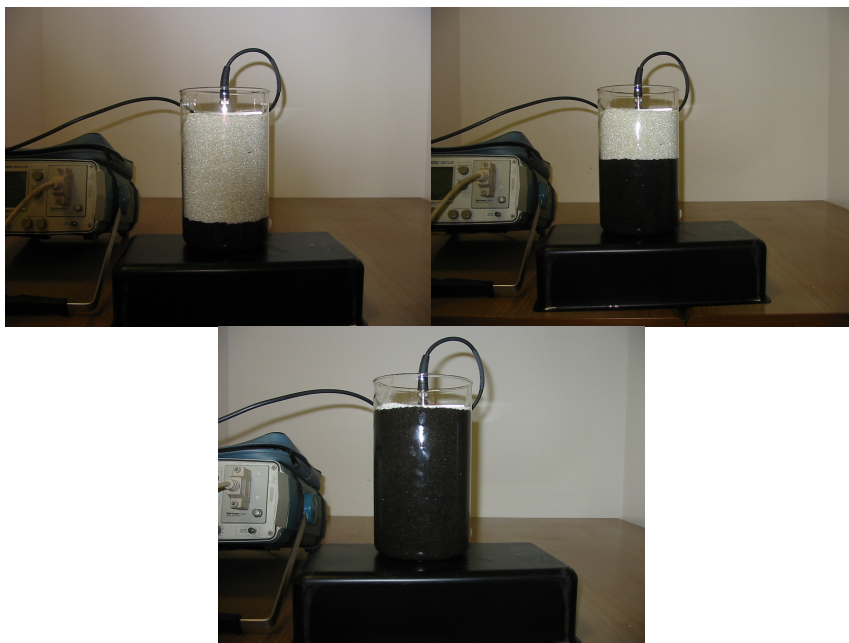


Figura 6.5 Tre momenti rappresentanti il graduale innalzamento del refluo durante la prova con le acque di vegetazione immerse dal basso.

La Figura 6.4 mostra la risposta TDR nel mezzo asciutto (a) e saturato con le acque reflue (b). Dal confronto tra le due figure si vede come la risposta TDR sia profondamente diversa sia nel tempo di andata e ritorno nella sonda (e, quindi, nella permittività elettrica) che nel livello asintotico finale (e, cioè, nella conducibilità).

Nella seconda prova il mezzo asciutto è stato saturato gradualmente dal basso con le acque di vegetazione (Figura 6.5): in questo caso è stato possibile constatare come l'interfaccia di separazione mezzo asciutto/saturo si alzasse con il livello di acque versate. Questo fenomeno è ben visibile dalle forme d'onda TDR riportate in Figura 6.6: quando la sonda è immersa tra due mezzi, il segnale elettromagnetico incontra una discontinuità all'interfaccia e viene parzialmente riflesso. Nel nostro caso, il segnale incontra prima il mezzo asciutto la cui impedenza è tale da generare una riflessione positiva e successivamente quello bagnato che genera una riflessione in opposizione di fase. Dalla Figura 6.6 si vede come all'aumentare della porzione di sonda immersa nelle acque il tempo di percorrenza diventi sempre più breve nel mezzo asciutto, e sempre più lungo in quello saturo. Questa discontinuità scompare nella situazione finale quando la sonda è totalmente immersa nelle acque reflue.

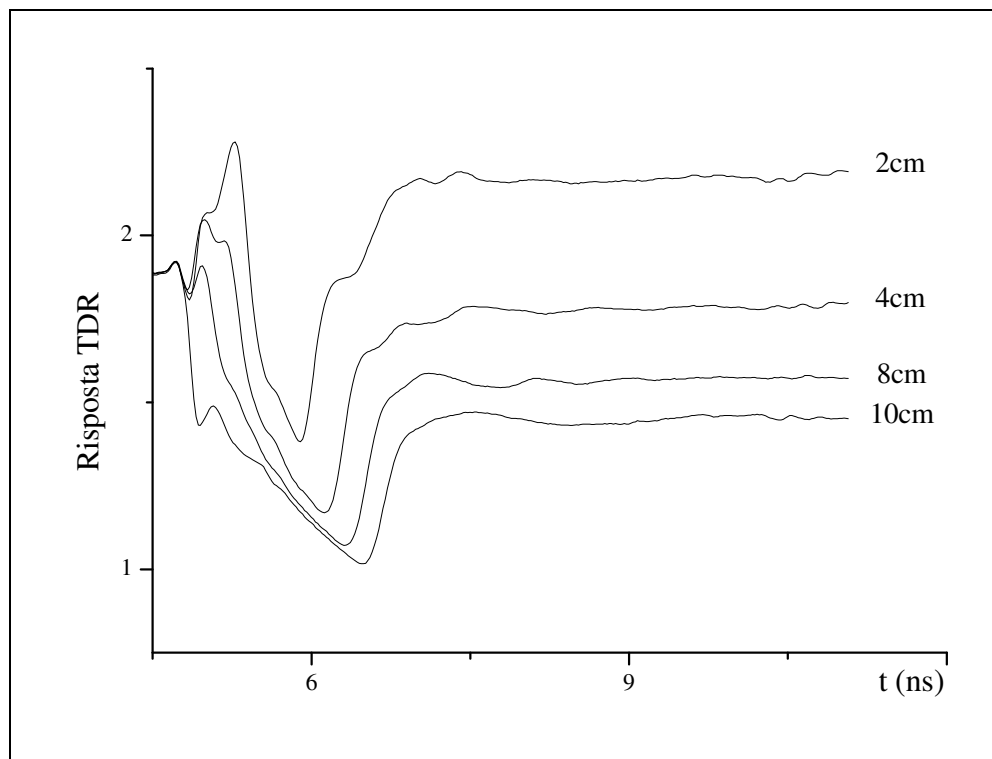


Figura 6.6 Forme d'onda TDR delle misure nelle palline di vetro inizialmente asciutte e acque di vegetazione immesse dal basso; i numeri accanto alle curve indicano i centimetri di sonda immersi nel mezzo saturo.

Queste prove preliminari hanno permesso di stabilire che la tecnica TDR è in grado di rilevare la presenza delle acque reflue, ma non di monitorarne il flusso, almeno nelle condizioni considerate. A questo scopo, è stato realizzato un altro tipo di esperimento. Un recipiente parallelepipedo ($d \times w \times h = 16\text{ cm} \times 17\text{ cm} \times 30\text{ cm}$) è stato riempito per circa metà della sua altezza con il mezzo poroso e la sonda TDR è stata posizionata orizzontalmente a circa 6 cm dal fondo. Il mezzo è stato, in seguito saturato con acqua dal basso in modo da evitare la formazione di vuoti d'aria. Le acque di vegetazione sono state versate sul sistema dall'alto con un dispositivo realizzato in laboratorio per permettere che la velocità di caduta fosse pressoché nulla. Una volta versate le acque reflue, la loro concentrazione è stata tenuta costante sostituendo periodicamente volumi di miscela con altri provenienti da quella iniziale. La costanza della concentrazione è stata verificata eseguendo nel tempo misure di conducibilità della soluzione con il conduttimetro.

L'esperimento è stato realizzato con tre mezzi di diverso tipo: un materiale inerte costituito da palline di vetro del diametro di 1mm, un terreno ad uso agricolo e sabbia.

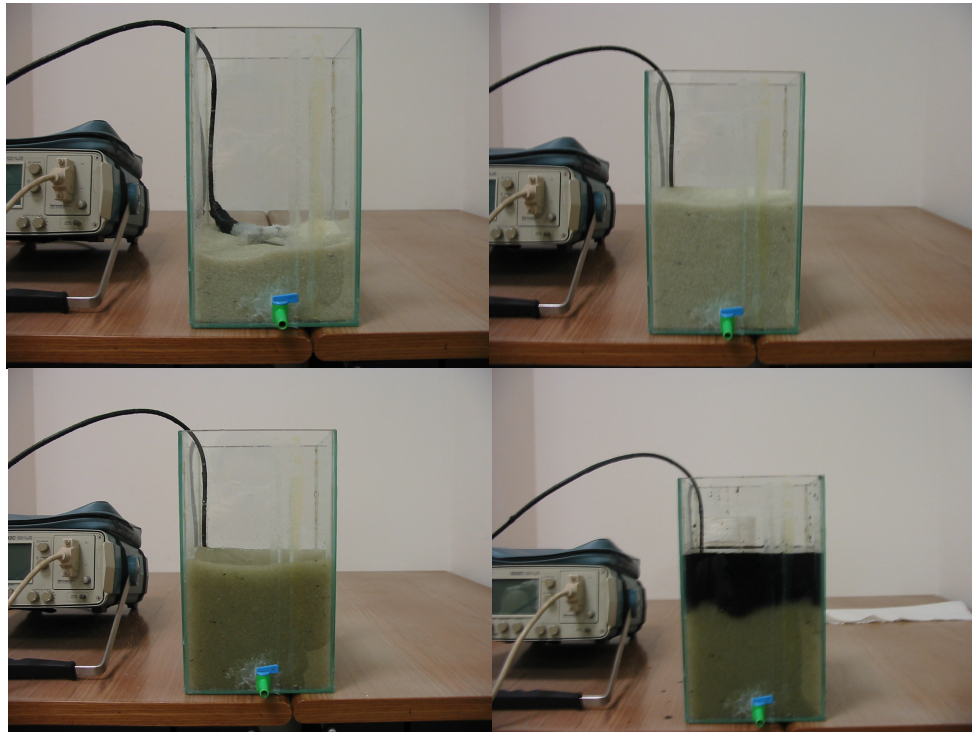


Figura 6.7 Apparato strumentale per la prova di dispersione delle acque di vegetazione nelle palline di vetro sature (l'apparato è analogo nel caso della sabbia e del terreno). La sonda viene posizionata a circa 6 cm dal fondo e sepolta; il mezzo viene saturato con acqua di rubinetto dal basso e sopra vengono versate le acque di vegetazione.

La Figura 6.8 rappresenta l'andamento della conducibilità in funzione del tempo nelle palline di vetro: all'aumentare del tempo il fronte di mescolamento scende verso la sonda causando un aumento della conducibilità dovuto alle acque di vegetazione che penetrano nel mezzo. Durante il processo di dispersione è stato notato che le acque di vegetazione in questo mezzo davano luogo alla formazione di strutture digitiformi (Figura 6.9) denominate, in termini tecnici, *fingers*. Tali strutture potrebbero essere causate da una diversa densità tra il refluo e l'acqua. Esiste, infatti la possibilità che all'interno di un fluido confinato in un mezzo si verifichino movimenti convettivi dovuti a gradienti di densità. Al fine di valutare se le

condizioni sperimentali fossero le stesse dei flussi a contrasto di densità, sono state eseguite misure di densità sulle acque di vegetazione presso il Laboratorio di Fisica del Terreno della Facoltà di Agraria. La densità delle acque di vegetazione è risultata essere pari a $1.032 \pm 0.003 \text{ g/cm}^3$ alla temperatura di 28°C , corrispondente ad una differenza percentuale pari a 3.2% relativamente all'acqua. Tale differenza risulta essere sufficientemente elevata da generare flussi per diversità di densità (Liu e Dane, 1996).

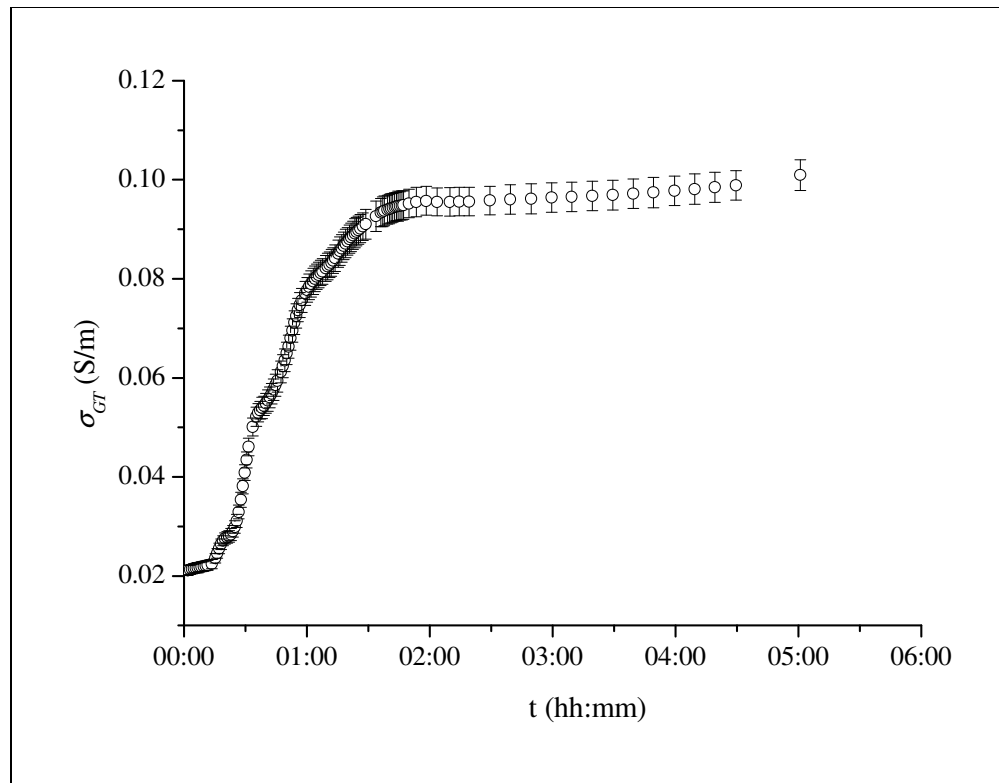


Figura 6.8 Andamento della conducibilità elettrica in funzione del tempo per l'esperimento con le palline di vetro.

L'andamento della conducibilità in funzione del tempo riportato in Figura 6.8 può essere interpretato facendo ricorso al modello di dispersione/avvezione. Tale modello permette di ricavare, fissate le condizioni iniziali e al contorno, una soluzione analitica che consente di interpretare i risultati ottenuti. È necessario aggiungere che secondo questa soluzione, il campo delle velocità medie è dovuto alla convezione forzata prodotta, generalmente, da un gradiente idraulico (legge di Darcy).

Nonostante le condizioni sperimentali adottate comportino un campo di velocità nullo (il fluido è confinato all'interno del recipiente), la formazione dei *fingers* testimonia la presenza di una velocità che invece di essere prodotta da un gradiente idraulico esterno è generata dalla differenza di densità tra i due fluidi. È possibile, quindi, utilizzare il modello di dispersione/avvezione per interpretare la dispersione delle acque di vegetazione, con l'accortezza di considerare il campo delle velocità come quello generato dal contrasto di densità dei due fluidi. Per aiutare la comprensione dei risultati ottenuti, nei due paragrafi che seguono sono stati riportati alcuni richiami relativi alla misura della conducibilità elettrica nei mezzi porosi e al modello di dispersione/avvezione.

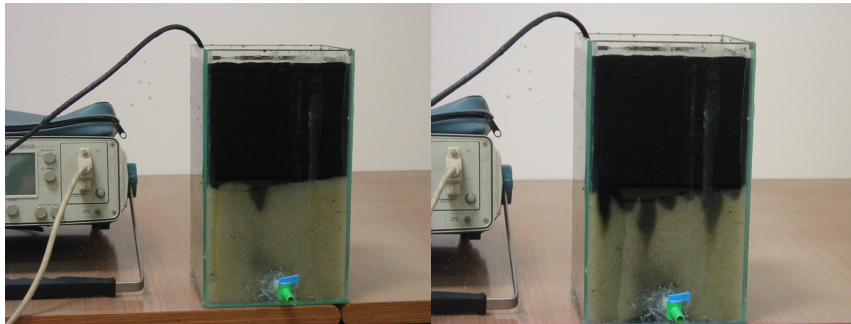


Figura 6.9 Due istanti di tempo in cui è ben visibile la formazione e l'evoluzione temporale dei *fingers*.

6.2 Conducibilità nei mezzi porosi

La conducibilità in un mezzo poroso come il terreno è il risultato del contributo proveniente sia dai soluti contenuti nelle acque che dalla matrice solida. Generalmente i minerali presenti nel suolo possiedono valori di conducibilità inferiori a 10^{-7} S/m (nel caso in cui la matrice solida sia costituita da silicati i valori sono addirittura tra 10^{-10} e 10^{-14} S/m) anche se in natura non mancano quelli con valori superiori a 10^5 S/m. Se si escludono questi casi rari in cui la matrice solida è conduttiva, il contributo principale alla conducibilità viene dalla quantità e dal tipo di soluzione salina contenuta nel mezzo. La matrice solida anche se isolante contribuisce comunque alla stima della conducibilità diminuendo la facilità di movimento delle cariche libere. Se si considera, infatti, un soluzione elettrolitica

all'interno di un cilindro, la resistenza del sistema può essere scritta come $R = \frac{1}{\sigma_w} \frac{L}{A}$

dove σ_w è la conducibilità della soluzione, L è la lunghezza del cilindro e A è la sezione. Se lo stesso volume è occupato da un mezzo poroso non conduttivo, la resistenza diventa $R = \frac{1}{\sigma_b} \frac{L}{A}$ dove σ_b è una conducibilità che è diversa da σ_w sia

perché la sezione disponibile al flusso è minore a causa del mezzo, sia perché la lunghezza delle linee di corrente è aumentata dalla tortuosità dei percorsi. Per capire come agiscano questi due fenomeni sulla conducibilità, è necessario fare riferimento al caso semplificato in cui la matrice solida sia rigida e non interagisca con la soluzione contenuta nei pori. In questo caso la densità di corrente $\vec{J}$ è data dalla legge di Ohm:

$$\vec{J} = \sigma_w \vec{E} = -\sigma_w \vec{\nabla} V. \quad (6.4)$$

Anziché riferirsi a grandezze a livello microscopico, è preferibile usare grandezze calcolate come media su un volume rappresentativo del sistema, in modo da ottenere una descrizione macroscopica. Scelto un Volume Elementare Rappresentativo (*Representative Elementary Volume, REV*), le cui dimensioni dipendono dalla struttura microscopica del campione, si considera come valore di una proprietà intensiva g del fluido in un punto P il valor medio definito da:

$$\bar{g}(P) = \frac{1}{U_{0v}} \int_{U_{0v}} g(\vec{x}') dU(\vec{x}') \quad (6.5)$$

dove l'integrale è esteso al volume dello spazio dei vuoti U_{0v} all'interno del *REV* U_0 centrato nel punto P .

La relazione (6.4) può essere mediata sul volume elementare come:

$$\vec{J}(P) = -\sigma_w \vec{\nabla} \bar{V}(P) \quad (6.6)$$

dove $\bar{V}$ il potenziale medio. In generale, la direzione di $\vec{\nabla} \bar{V}$ non è la stessa del canale, ma solo la componente di $\vec{\nabla} \bar{V}$ parallela al canale contribuisce a $\vec{J}$ dal momento che il flusso di corrente può avvenire solo in direzione del canale. Allora la (6.6) può essere scritta come:

$$\vec{J}(P) = -\sigma_w [\vec{\nabla} \bar{V}(P) \cdot \hat{t}] \hat{t} \quad (6.7)$$

dove $\hat{t}$ è il versore tangente all'asse del canale. Se con $\hat{u}_i$ si indicano i versori del sistema di riferimento e con α_i i coseni direttori di $\hat{t}$, la (6.7) può essere riscritta come:

$$J_i(P) = -\sigma_w [\vec{\nabla} \bar{V}(P) \cdot \hat{t}] t_i = -\sigma_w [\vec{\nabla} \bar{V}(P)]_j \alpha_j \alpha_i \quad (6.8)$$

dove è sottointesa la sommatoria sugli indici ripetuti. Se si definisce la tortuosità come il tensore simmetrico di rango due dato da:

$$\mathbf{T}_{ji} = \alpha_j \alpha_i \quad (6.9)$$

la (6.8) può essere riscritta come:

$$J_i(P) = -\sigma_w [\vec{\nabla} \bar{V}(P)]_j \mathbf{T}_{ji} \quad (6.10)$$

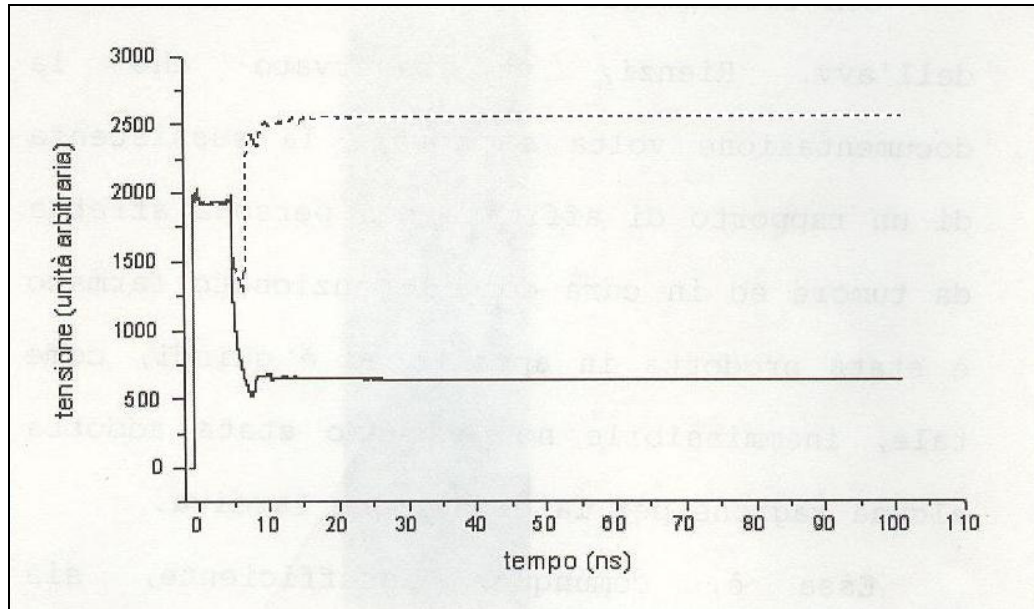


Figura 6.10 Curve di risposta TDR nel caso in cui la sonda sia immersa nelle acque di vegetazione (linea continua) o nelle palline di vetro saturate con le acque di vegetazione (linea tratteggiata). Il confronto tra le due curve mostra l'effetto che il mezzo ha sulla conducibilità misurata dal TDR.

La relazione (6.10) vale per un solo canale, ma può essere mediata su un numero molto grande di canali in modo che la densità di corrente media risulti essere:

$$\bar{\vec{J}} = -\sigma_w \bar{\mathbf{T}} \cdot (\bar{\vec{\nabla}} \bar{V}) \quad (6.11)$$

I valori medi che compaiono nella (6.11) si riferiscono allo spazio dei pori; per riferirsi al mezzo è necessario moltiplicare per la porosità n che è definita come il rapporto tra il volume dei pori e il volume totale. Allora la (6.11) diventa:

$$\bar{J}_{app} = n\bar{J} = -n\sigma_w \bar{T} \cdot (\bar{\nabla} \bar{V}) \quad (6.12)$$

Quindi, la densità di corrente nel mezzo e il campo elettrico applicato sono ancora legati dalla legge di Ohm tramite, però, una conducibilità apparente (bulk conductivity) data da:

$$\sigma_b = n\sigma_w \bar{T}. \quad (6.13)$$

Nel caso di mezzi isotropi dove è possibile escludere la presenza di percorsi preferenziali, la tortuosità si riduce ad un numero. L'effetto della presenza del mezzo sulla conducibilità è ben visibile in Figura 6.10 in cui sono riportate le curve di risposta TDR per le sonde immerse nelle acque di vegetazione e nelle palline di vetro saturate con le acque di vegetazione: come si può vedere il livello finale del potenziale è più alto (conducibilità più bassa) nel caso in cui sia presente il mezzo poroso (linea tratteggiata) rispetto a quello che si ottiene con la soluzione pura.

6.3 Modello di dispersione/avvezione

Se si considera un mezzo poroso saturo e si inietta un tracciante al tempo $t = 0$ dopo un certo tempo è possibile vedere che quella tra fluido e tracciante non è una separazione netta: quello che si nota è che il tracciante si “disperde” sia in direzione longitudinale al flusso che in direzione trasversale. Questo è in realtà il risultato di tre fenomeni legati a quella che viene chiamata *dispersione idrodinamica*. Lo scopo di questo paragrafo è di spiegare brevemente quali siano le equazioni che governano questo fenomeno e come determinino il moto del fluido in un mezzo poroso. Al fine di semplificare il problema, è necessario, però, fare delle ipotesi sul mezzo e sul fluido. In particolare, nella trattazione che segue si farà riferimento ad un mezzo saturo la cui matrice solida sia indeformabile ed omogenea (in modo che la porosità possa essere considerata costante) e in cui i pori siano riempiti da un fluido costituito da due sostanze miscibili il solvente e il soluto. Per un fluido di densità ρ e velocità $\bar{v}$, vale il principio di conservazione della massa che, scritto in forma differenziale è:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{v}) = 0 \quad (6.14)$$

dove la quantità $\rho \vec{v}$ rappresenta il flusso avveztivo del fluido. Nel caso in cui il fluido sia costituito da più componenti che non diano luogo a reazioni chimiche, l'equazione di continuità può essere scritta per ogni componente α :

$$\frac{\partial c_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (c_\alpha \vec{v}_\alpha) = 0 \quad (6.15)$$

dove c_α è la concentrazione e $\vec{v}_\alpha$ è la velocità di ciascuna componente che può essere diversa dalla velocità $\vec{v}$ del fluido. Infatti, nel caso in cui sia presente un gradiente di concentrazione, oltre al flusso avveztivo se ne verifica anche uno diffusivo che comporta una differenziazione tra le due velocità. Il flusso di ciascuna componente può essere scritto come:

$$c_\alpha \vec{v}_\alpha = c_\alpha \vec{v} + \vec{J}_d \quad (6.16)$$

dove $\vec{J}_d$ è il flusso diffusivo per cui vale la legge di Fick:

$$\vec{J}_d = -D_d \vec{\nabla} c_\alpha \quad (6.17)$$

con D_d coefficiente di diffusione molecolare. Se si inserisce la (6.16) nella (6.15) si ottiene:

$$\frac{\partial c_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (c_\alpha \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{J}_d) = 0 \quad (6.18)$$

Per passare al livello macroscopico bisogna mediare sul volume elementare (Bear, 1972). L'operazione di media sull'equazione di continuità applicata al fluido diventa semplicemente:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\bar{\rho} \vec{v}) = 0 \quad (6.19)$$

mentre quella applicata al soluto è più complicata. Secondo l'equazione (6.18) è necessario calcolare la media della densità di flusso $c_\alpha \vec{v}$ considerando che la concentrazione del soluto può cambiare a causa della diffusione. È possibile associare ad ogni variabile presente nell'elemento di volume un valor medio ed una fluttuazione:

$$\begin{aligned} c_\alpha &= \bar{c}_\alpha + \tilde{c}_\alpha \\ \vec{v} &= \bar{\vec{v}} + \tilde{\vec{v}} \end{aligned} \quad (6.20)$$

dove la tilde indica la dispersione della grandezza a cui è riferita. La densità di flusso media può, dunque, essere scritta come:

$$\overline{c_\alpha \vec{v}} = (\overline{c_\alpha} + \overline{\tilde{c}_\alpha})(\overline{\vec{v}} + \overline{\tilde{\vec{v}}}) = \overline{c_\alpha} \overline{\vec{v}} + \overline{\tilde{c}_\alpha \tilde{\vec{v}}} \quad (6.21)$$

Il primo termine rappresenta il flusso avveztivo medio mentre il secondo è legato alle fluttuazioni della velocità locale. Queste fluttuazioni sono causate, a livello microscopico, dall'instaurarsi di profili di velocità nei canali che comportano velocità massima sull'asse dei canali e nulla a contatto con la matrice solida. A questo fenomeno si aggiunge, inoltre, anche la tortuosità del percorso dovuta alla presenza dei grani della matrice solida che costringe le linee di corrente del liquido ad unirsi e separarsi continuamente. Questo processo, rappresentato nella (6.21) dal termine $\overline{\tilde{c}_\alpha \tilde{\vec{v}}}$, è chiamato *dispersione meccanica* e, unito alla diffusione molecolare, è noto come *dispersione idrodinamica*.

La legge di Fick può essere mediata sul volume rappresentativo in modo da tener conto della porosità e della tortuosità della matrice solida:

$$\overline{\vec{J}_d} = -\overline{\mathbf{D}_d} \cdot \overline{\vec{\nabla} \overline{c_\alpha}} \quad (6.22)$$

dove $\overline{\mathbf{D}_d}$ è il tensore di diffusione molecolare apparente. Seguendo un ragionamento analogo a quello sviluppato nel caso della conducibilità e che ha portato all'equazione (6.13) si arriva alla relazione:

$$\overline{\mathbf{D}_d} = n \mathbf{D}_d \overline{T}. \quad (6.23)$$

Ammettendo che una relazione analoga alla (6.22) valga per il flusso dovuto alla dispersione meccanica si ha (Bear, 1972):

$$\overline{\vec{J}_m} = \overline{\tilde{c}_\alpha \tilde{\vec{v}}} = -\overline{\mathbf{D}_m} \cdot \overline{\vec{\nabla} \overline{c_\alpha}} \quad (3.24)$$

In questo modo, è possibile considerare la dispersione idrodinamica tramite il coefficiente di dispersione:

$$\mathbf{D}_h = \mathbf{D}_m + \overline{\mathbf{D}_d} \quad (6.25)$$

che considerato nel flusso totale dà:

$$\overline{\vec{J}_h} = \overline{\vec{J}_m} + \overline{\vec{J}_d} = -\overline{\mathbf{D}_h} \cdot \overline{\vec{\nabla} \overline{c_\alpha}} \quad (6.26)$$

che rappresenta la legge di Fick generalizzata.

L'equazione (6.15) mediata sul volume rappresentativo diventa:

$$\frac{\partial \overline{c_\alpha}}{\partial t} = \overline{\vec{\nabla} \cdot (\mathbf{D}_h \cdot \vec{\nabla} \overline{c_\alpha})} - \overline{\vec{\nabla} \cdot (\overline{c_\alpha} \overline{\vec{v}})} \quad (6.27)$$

che rappresenta l'equazione di dispersione idrodinamica.

Per risolvere il problema della dispersione idrodinamica, è necessario, quindi, conoscere il campo delle velocità medie che, generalmente, è legato al carico idraulico ed è espresso dalla legge di Darcy (Bear, 1972).

Nelle condizioni sperimentali adottate, il flusso non è causato da un gradiente idraulico, ma dal contrasto di densità dei due fluidi. Inoltre, i fingers sono causati da variazioni locali della velocità associate a fenomeni di turbolenza: descrivere il campo delle velocità diventa molto complicato ed esula dallo scopo di studiare il movimento complessivo del reflu. A tale fine è utile ricorrere all'approssimazione secondo la quale il flusso avanza come un fronte a velocità costante. Sotto questa ipotesi, che verrà convalidata nel paragrafo successivo estendendo il risultato anche alla dispersione in mezzi diversi dalle palline di vetro, la (6.27) diventa:

$$\frac{\partial \bar{c}_\alpha}{\partial t} = \bar{\mathbf{v}} \cdot (\mathbf{D}_h \cdot \bar{\mathbf{v}} \bar{c}_\alpha) - \bar{\mathbf{v}} \cdot \bar{\mathbf{v}} \bar{c}_\alpha \quad (6.28).$$

Nel caso in cui il problema possa essere considerato unidimensionale, il tensore $\mathbf{D}_h$ si riduce ad un numero e l'equazione di dispersione diventa:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = D_h \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} - \bar{\mathbf{v}} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}. \quad (6.29)$$

Una soluzione approssimata della (6.29) è data da:

$$\bar{C}(x,t) = \frac{C_0}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x - \bar{\mathbf{v}}t}{2\sqrt{D_h t}} \right) \quad (6.30)$$

il cui andamento è riportato in Figura 6.11. La soluzione (6.30) rappresenta una buona approssimazione in grado di descrivere numerose condizioni sperimentali. Può essere applicata, infatti, nel caso in cui si voglia descrivere il movimento di un tracciante in una colonna infinita, quello lungo una colonna di lunghezza finita (Bear, 1979) e quello lungo una colonna semi-infinita connessa ad un serbatoio contenente il tracciante stesso tenuto a concentrazione costante (Ogata e Bank, 1961). Dal momento che le condizioni sperimentali adottate in questa tesi non ricadono in nessuno dei casi menzionati, la (6.30) deve essere considerata come una relazione empirica attraverso la quale cercare di interpretare i dati ottenuti dalla dispersione. I risultati riportati nel paragrafo successivo relativi anche alla dispersione nel terreno e nella sabbia consentiranno di giustificare l'uso di tale soluzione.

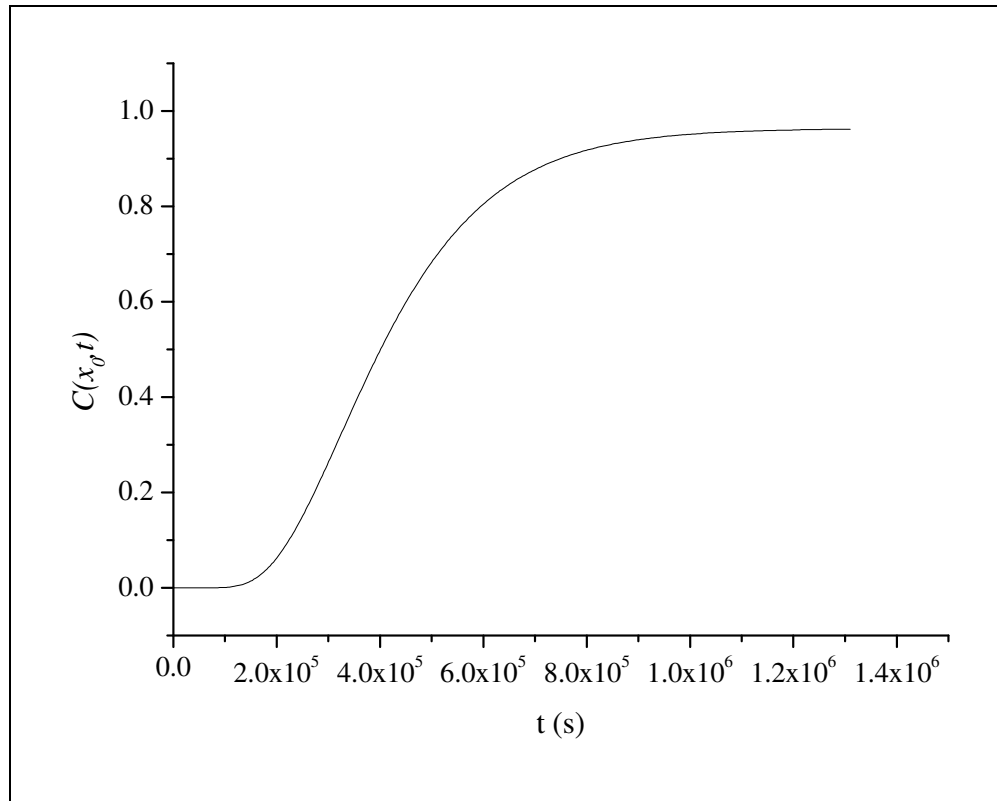


Figura 6.11 Andamento della funzione di Ogata in funzione del tempo.

6.4 Interpretazione delle curve di dispersione

Le Figure 6.12 e 6.13 rappresentano l'andamento della conducibilità in funzione del tempo nel caso in cui l'esperimento di dispersione sia eseguito nel terreno e nella sabbia, rispettivamente. Le curve riportate nelle Figure 6.8, 6.12 e 6.13 mostrano un andamento in funzione del tempo molto simile a quello della funzione di Ogata di Figura 6.11. La curva di Figura 6.13 relativa alla dispersione delle acque di vegetazione nella sabbia, ha una zona, indicata dai punti A e C, che si discosta dall'andamento tipico della soluzione di Ogata. Questa zona corrisponde ad un intervallo temporale in cui si osserva una variazione nella permittività elettrica del mezzo: essa rimane pressoché costante fino al punto A, inizia a decrescere da A a B dove raggiunge il suo valore minimo e poi comincia a salire da B in poi fino a tornare al valore di partenza. La Figura 6.14 mostra due tracce TDR relative ai due punti A e B di Figura 6.13: come si può vedere la curva relativa al punto B ha un

tempo di transito nella sonda inferiore corrispondente ad una permittività che è circa il 30% più piccola rispetto a quella misurata nel punto A e in tutti quelli precedenti. Una diminuzione così elevata della permittività potrebbe essere causata dalla fermentazione delle acque di vegetazione: la produzione di gas dovuta a questo processo potrebbe aver abbassato così pesantemente il valore di permittività e di conducibilità. Una volta terminato il processo di degassamento, il sistema si riporta ai valori iniziali di permittività e conducibilità. Eliminando dalla curva i punti relativi alla massima variazione della conducibilità, si ottiene l'andamento riportato nel riquadro di Figura 6.13 che è del tutto analogo a quelli di Figura 6.8 e 6.12 relativi alle palline di vetro e al terreno.

La Figura 6.12 mostra che l'esperimento condotto nel terreno possiede degli intervalli temporali in cui non è stato possibile eseguire le misure con il TDR (per esempio durante la notte). Per eliminare questo inconveniente, è stato realizzato un software di interfacciamento dello strumento con il calcolatore tramite porta seriale RS232 (Nota interna di Laboratorio, A. Di Matteo, A. De Santis e E. Mattei). Tale software ha consentito di automatizzare il sistema di misurazione e di ottenere i dati con continuità temporale. Il software permette di variare l'intervallo temporale di acquisizione della misura e il periodo di campionamento in modo da ottenere curve di risposta ben ricostruite in funzione del tempo. Consente, inoltre, di effettuare una media su un numero di curve scelte dall'operatore, in modo da eliminare il rumore e in modo da ottenere una risposta poco disturbata. Permette, infine, di scegliere il numero di cicli di acquisizione che si intendono effettuare e l'intervallo temporale tra un ciclo e il successivo, salvando automaticamente ogni misura nel calcolatore.

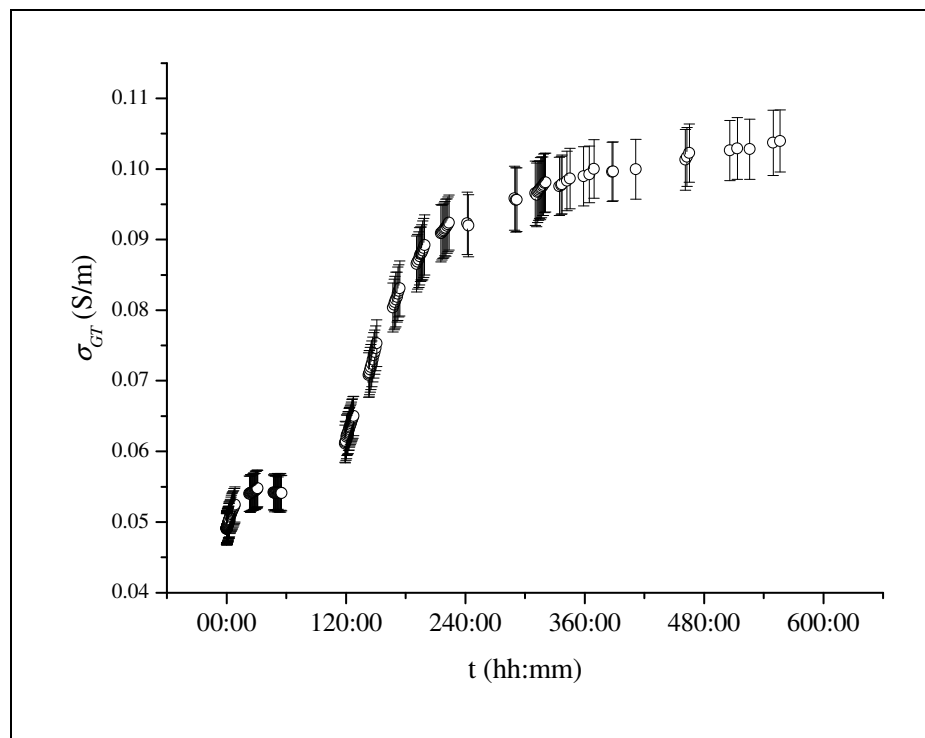


Figura 6.12 Andamento della conducibilità elettrica in funzione del tempo per l'esperimento con il terreno agricolo.

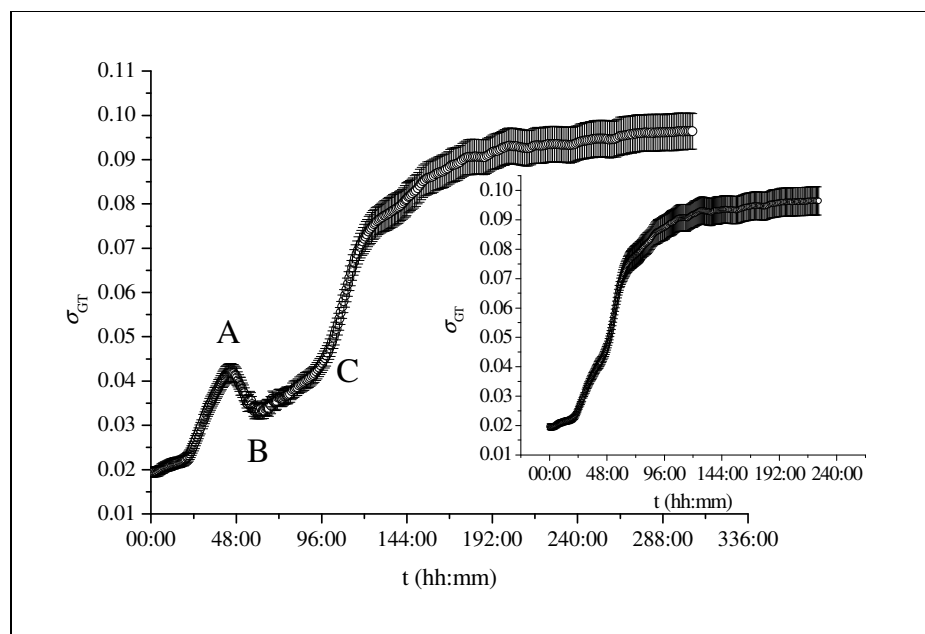


Figura 6.13 Andamento della conducibilità elettrica in funzione del tempo per l'esperimento con la sabbia. Il riquadro mostra la curva ottenuta da quella della figura principale escludendo le zone di massima variazione della permittività elettrica (da A a C).

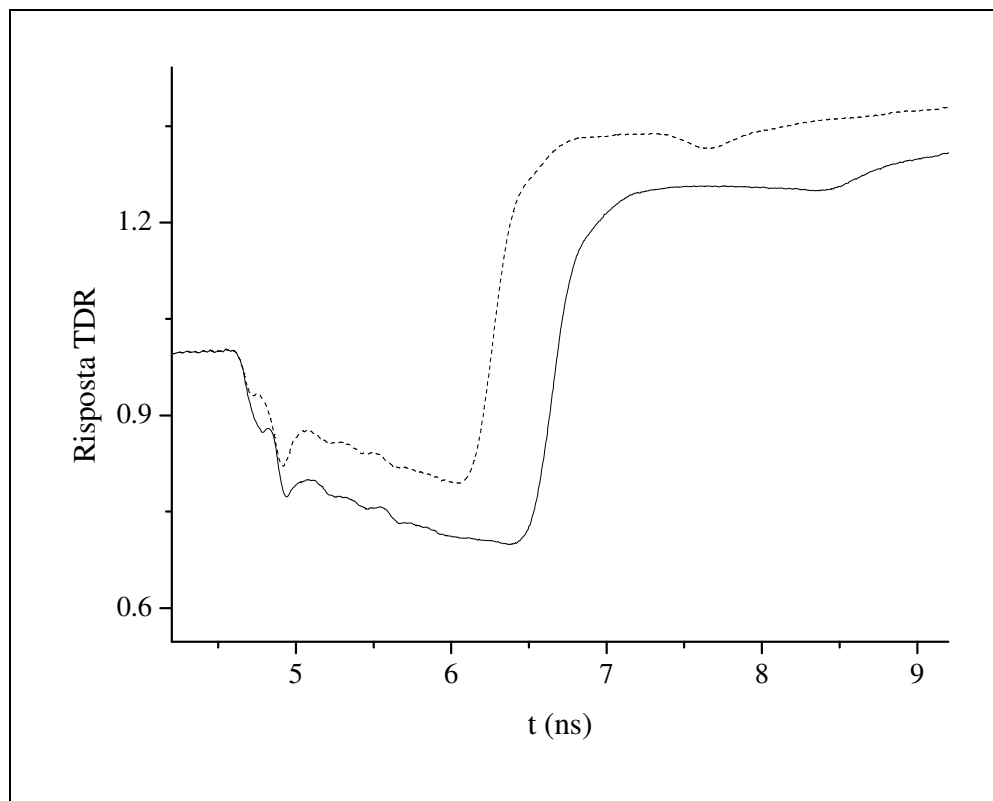


Figura 6.14 Tracce TDR relative al punto A (linea continua) e B (linea tratteggiata) di Figura 6.13.

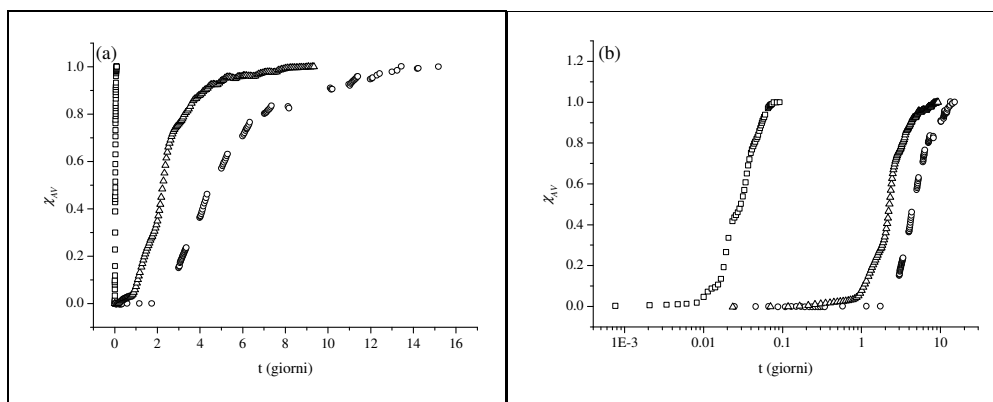


Figura 6.15 Andamento della frazione volumetrica di acque di vegetazione in funzione del tempo nei tre mezzi sia in scala lineare (a) che in scala logaritmica (b).

Dalle curve di taratura espresse dalla (6.3), è possibile risalire dalla conducibilità elettrica alla concentrazione di acque di vegetazione. I valori estremi σ_{av} e σ_{acq}

rappresentano il caso in cui il mezzo sia saturato da acqua (primo valore di conducibilità nelle curve di dispersione) oppure dal mescolamento di acqua e acque reflue (valore asintotico), rispettivamente. Le curve riportate in Figura 6.8, 6.12 e 6.13 sono state troncate al primo plateau. Quelle complete (non riportate) sono caratterizzate, infatti, da due fenomeni aventi costanti di tempo diverse: il primo, che è quello rappresentato nelle figure 6.8, 6.12 e 6.13 e che porta al raggiungimento del primo plateau; il secondo, molto più lento del primo, che porta alla conclusione del processo dispersivo e al raggiungimento del valore limite di conducibilità elettrica. Tale valore è quello che si avrebbe nel caso in cui il mezzo poroso fosse saturato con il refluo a concentrazione pari a quello contenuto nel serbatoio. Fino al plateau, è possibile assumere che il fronte avanzi con velocità costante (ipotesi che ha permesso di formulare l'equazione (6.29)); nella seconda parte, invece, questa ipotesi non è più valida in quanto il processo dispersivo procede verso la fine e la velocità tende gradualmente a zero poiché il mezzo è confinato all'interno del recipiente. La soluzione (6.30) può essere, quindi, considerata valida solo fino al raggiungimento del primo livello asintotico. Le curve relative alla dispersione nei tre mezzi sono riportate nello stesso grafico in Figura 6.15 in scala lineare (a) e logaritmica (b).

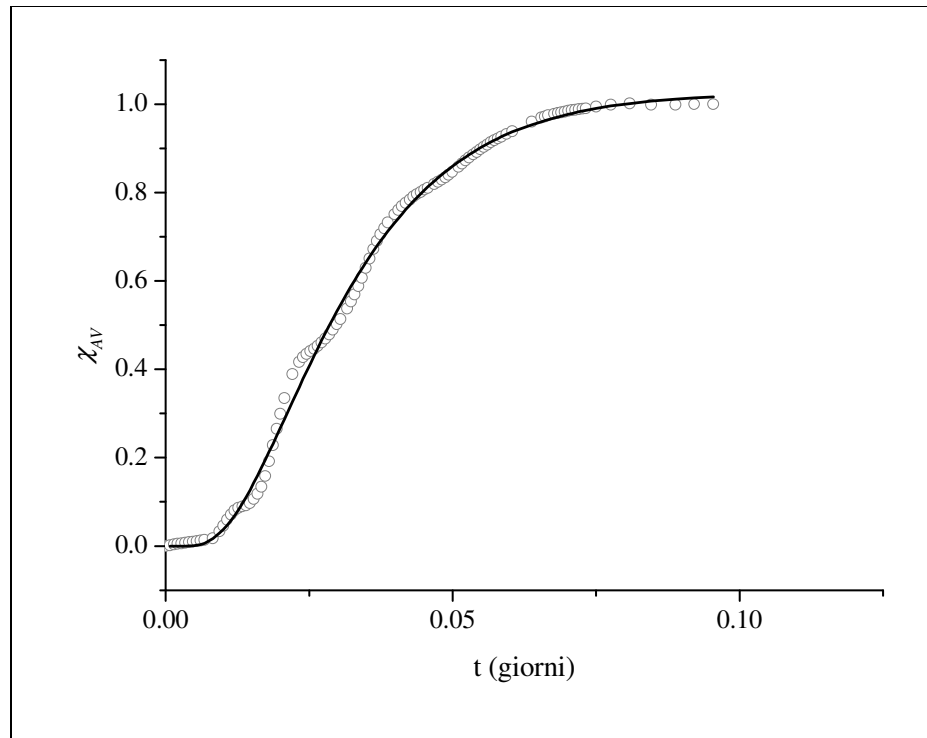


Figura 6.16 Dispersione delle acque reflue nelle palline (simboli) e fit (linea continua)

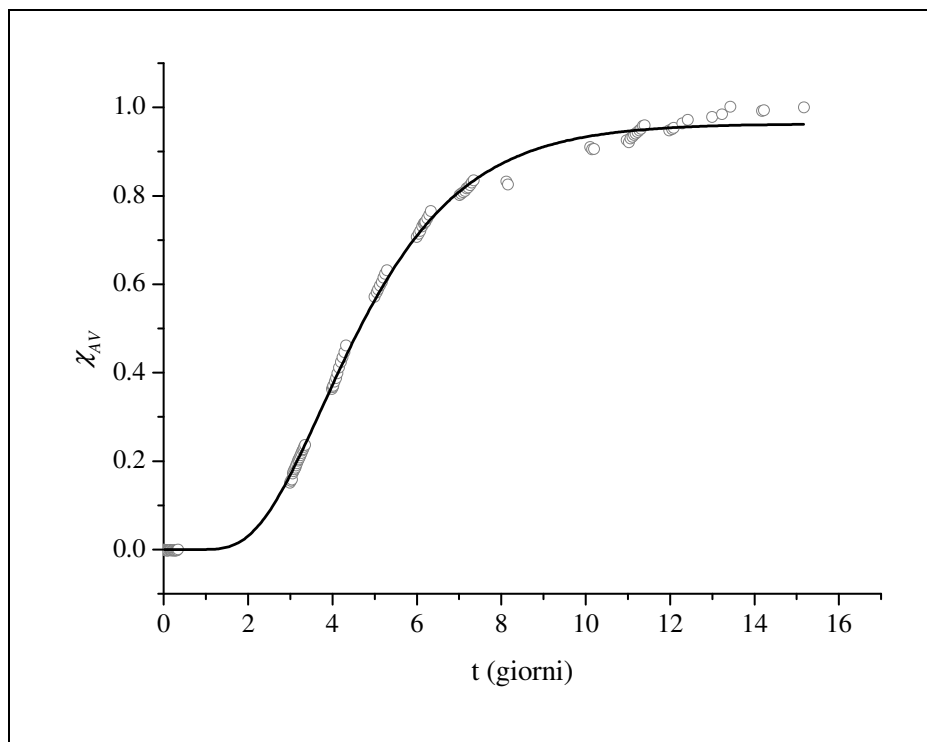


Figura 6.17 Dispersione delle acque reflue nel terreno (simboli) e fit (linea continua)

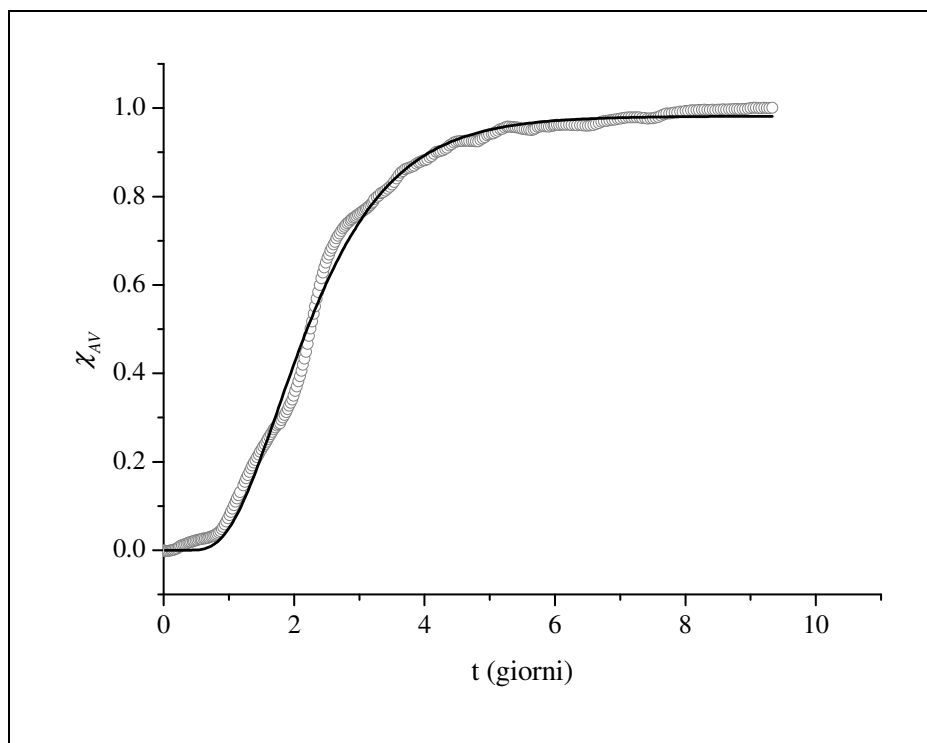


Figura 6.18 Dispersione delle acque reflue nella sabbia (simboli) e fit (linea continua)

Tabella 6.2 Risultati del fit sui dati di dispersione.

	v (m/s)	D_H (m ² /s)
Glass beads	0.62E-04	0.13E-05
Terreno	0.35E-06	0.42E-08
Sabbia	0.76E-06	0.10E-07

Su ciascuna curva è stato eseguito un fit (Minuit, Function Minimization and Error Analysis, CERN program Library, CERN, Geneva, Switzerland) con la soluzione (6.30) dell'equazione di dispersione/avvezione al fine di valutare i parametri di dispersione idrodinamica. Dalle Figure 6.16-6.18, in cui sono riportati i risultati del fit insieme ai dati sperimentali, si può vedere come l'accordo sia buono per i tre mezzi. Le tre curve e i risultati del fit, riportati in Tabella 6.2, mostrano come la costante di tempo con cui avviene il mescolamento sia sensibilmente diversa nel caso in cui la dispersione abbia luogo nelle palline di vetro: in tale mezzo, infatti, il processo può considerarsi concluso nel giro di qualche ora, mentre nel terreno e nella sabbia la curva raggiunge il suo valore asintotico nel giro di qualche giorno. La presenza dei fingers potrebbe aver velocizzato il processo dispersivo nelle palline di vetro facendo in modo che in questo mezzo il fenomeno avesse una costante di tempo tanto diversa. L'assunzione fatta nel paragrafo precedente secondo la quale il fronte di mescolamento avanza con velocità costante è giustificata dal fatto che la soluzione (6.30) si adatta molto bene sia alla curva relativa alla palline che al terreno e alla sabbia dove non sono presenti variazioni della velocità locale associate alla formazione di fingers. L'assenza dei fingers nel terreno e nella sabbia è, probabilmente, dovuta al numero e/o alla dimensione dei pori e al loro grado di interconnessione; questa diversità dei processi dispersivi microscopici può spiegare la diversa scala temporale osservata.

La Figura 6.15(b) mostra, infine, che, operando una traslazione temporale in scala logaritmica e, quindi, moltiplicando la scala dei tempi per un fattore, le curve di dispersione ottenute nei tre mezzi coincidono. Ciò significa che è possibile passare da una curva all'altra semplicemente riscalandi i tempi per un fattore che dipende dal mezzo stesso. I fattori che moltiplicano la variabile t nella (6.30) sono la velocità,

v , e il coefficiente di dispersione, D_h : riscalare i tempi corrisponde, perciò, alla possibilità di scalare v e D_h attraverso lo stesso fattore.

7. Misure del contenuto idrico

Il contenuto idrico dei suoli e la disponibilità di acqua sono aspetti fondamentali in alcuni campi di ricerca come quello dell'agricoltura, dell'idrogeologia e delle scienze ambientali. Esistono vari metodi per la determinazione dell'umidità del suolo, ma la maggior parte sono invasivi, se non addirittura distruttivi, non pratici e lenti nel fornire le risposte. Per esempio, la misura gravimetrica è il metodo più accurato per la stima del contenuto di acqua del terreno, ma è distruttiva, impraticabile su larga scala e comporta dei tempi di misura relativamente lunghi. Anche i metodi radioattivi come le sonde a neutroni (Gardner e Kirkham, 1952) o il metodo dell'attenuazione dei raggi γ (Reginato e van Bavel, 1964) sono vantaggiosi in quanto non distruttivi e accurati, ma richiedono particolari precauzioni di radio protezione. Le sonde capacitive, pur essendo esenti da molti di questi svantaggi, risultano sensibili alla salinità del suolo per cui la misura del contenuto idrico è poco accurata nei terreni conduttivi (Noborio, 2001). È possibile stimare il contenuto di acqua anche misurando la capacità termica del suolo (Dual Probe Heat Pulse, Campbell et al., 1991; Basinger et al., 2003) con il vantaggio di avere una misura che non dipende dalla salinità: questo metodo, però, è molto sensibile alla bontà del contatto sonda-suolo e al modo in cui vengono inserite le sonde nel terreno.

Un metodo alternativo è rappresentato dalla tecnica TDR che permette di ottenere in tempi brevi e in maniera sicura e non distruttiva la stima del contenuto di acqua dei terreni (Topp et al. 1980; Topp e Davis, 1985; Topp et al., 1982a; Topp et al., 1982b; Topp et al., 1984; Topp et al., 2000). Il metodo consiste nel valutare la permittività elettrica del terreno: per i suoli asciutti essa assume valori che vanno da 3 a 7, mentre essa è pari circa a 80 per l'acqua a temperatura ambiente ed è, quindi, un ordine di grandezza maggiore rispetto ai suoli asciutti. La presenza di acqua produce un incremento del valore di permittività del terreno tanto più grande quanto più è abbondante il suo contenuto idrico. Sfruttando questa proprietà, è possibile realizzare delle curve di calibrazione che permettano di risalire al contenuto di acqua una volta nota la permittività. Topp et al. (1980) hanno proposto una relazione empirica che lega la permittività al contenuto volumetrico di acqua:

$$\theta = \left(-530 + 292\epsilon_a - 5.5\epsilon_a^2 + 0.043\epsilon_a^3 \right) \cdot 10^{-4} \quad (7.1)$$

dove θ è il contenuto volumetrico di acqua espresso dal rapporto tra volume di acqua e volume totale e ε_a è la permittività elettrica relativa apparente che coincide con la parte reale nel caso di materiali non dissipativi. La relazione (7.1) è valida per i suoli simulati da palline di vetro e per i suoli sabbiosi, ma non permette di valutare il contenuto volumetrico di acqua in maniera adeguata nei suoli ricchi di materiale organico a causa dell'elevata porosità e dell'elevato contenuto di acqua legata. Per tali suoli è preferibile utilizzare la relazione seguente (Schaap et al., 1996):

$$\theta = (-252 + 415\varepsilon_a - 14.4\varepsilon_a^2 + 0.22\varepsilon_a^3) \cdot 10^{-4} \quad (7.2)$$

Un'altra relazione empirica, spesso usata in letteratura, tiene conto della densità del suolo (Malicki et al., 1996) ed è data da:

$$\theta = \frac{\sqrt{\varepsilon_a} - 0.819 - 0.168\rho_b - 0.159\rho_b^2}{7.17 + 1.18\rho_b} \quad (7.3)$$

dove ρ_b è la densità del terreno espressa in g/cm^3 . Se, però, si ha bisogno di ottenere il contenuto di acqua con buona accuratezza, è necessario costruire una curva di calibrazione simile alle (7.1-3) per il tipo di suolo utilizzato.

In questo capitolo viene riportato lo studio dell'effetto del contenuto di acqua sui parametri elettromagnetici e sul segnale GPR. Quest'analisi è stata effettuata attraverso una campagna di misure TDR e GPR eseguite contemporaneamente su un sito sperimentale. Il contenuto idrico del suolo nel sito è stato variato in maniera controllata e i parametri elettromagnetici (permittività e conducibilità elettrica), misurati tramite TDR, sono stati messi in relazione con le proprietà del segnale GPR al fine di studiare la possibilità di usare il georadar per stimare il contenuto di acqua.

7.1 Cenni sul funzionamento del GPR

La tecnica GPR, dal nome inglese Ground Probing (o Penetrating) Radar, è una metodologia geofisica non distruttiva nella quale, per indagare le discontinuità subsuperficiali, vengono utilizzati impulsi elettromagnetici di breve durata temporale (generalmente da 1 a 10 ns) e quindi caratterizzati da una larga banda di frequenza, tipicamente da poche decine di MHz ad oltre 3 GHz (Figura 7.1(a)). Tale tecnica non richiede il contatto diretto tra sorgenti e ricevitori con la superficie del suolo e, di conseguenza, risulta particolarmente adatta in tutti quei casi nei quali non sia possibile applicare le metodologie geofisiche tradizionali (ad esempio sull'asfalto o

su rocce dure). Inoltre, trattandosi di un metodo elettromagnetico che utilizza impulsi di breve durata è potenzialmente in grado di individuare le discontinuità elettromagnetiche presenti nel sottosuolo con una elevata risoluzione verticale; tuttavia l'impiego delle alte frequenze limita notevolmente la possibilità di penetrazione del segnale (che dipende evidentemente, a parità di frequenze utilizzate, dalle proprietà elettromagnetiche dei mezzi investigati), per cui tale metodo può essere classificato come un metodo ad alta risoluzione di tipo superficiale.

La metodologia GPR consiste sinteticamente nell'inviare nel sottosuolo impulsi elettromagnetici attraverso un'antenna trasmittente posta sulla superficie del terreno e di ricevere l'impulso riflesso o diffratto dalle discontinuità subsuperficiali con una antenna ricevente anch'essa posta sulla superficie del terreno (Figura 7.1(b)). In alcuni sistemi GPR, detti monostatici, l'antenna trasmittente e ricevente possono coincidere, mentre nei sistemi bistatici le antenne sono separate (Figura 7.1(b)). La tecnica di acquisizione dei dati usualmente utilizzata è quella di spostare le antenne (poste a distanza fissa tra di loro) lungo un profilo e di acquisire le tracce a intervalli spaziali predefiniti (ad esempio ogni 0.25, 0.50 o 1.0 m) lungo tale profilo (Figura 7.2).

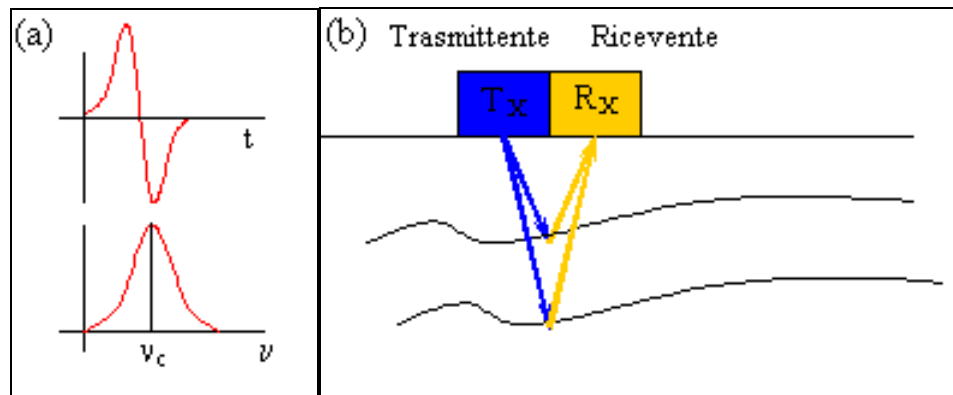


Figura 7.1 (a) Esempio di impulso GPR nel dominio del tempo (in alto) e in quello della frequenza (in basso): il contenuto spettrale e la frequenza spettrale ν_c dipendono dalla durata dell'impulso nel tempo. (b) Schema di funzionamento del GPR: l'antenna trasmittente emette l'impulso che viene riflesso dalle discontinuità presenti nel suolo e registrato dall'antenna ricevente.

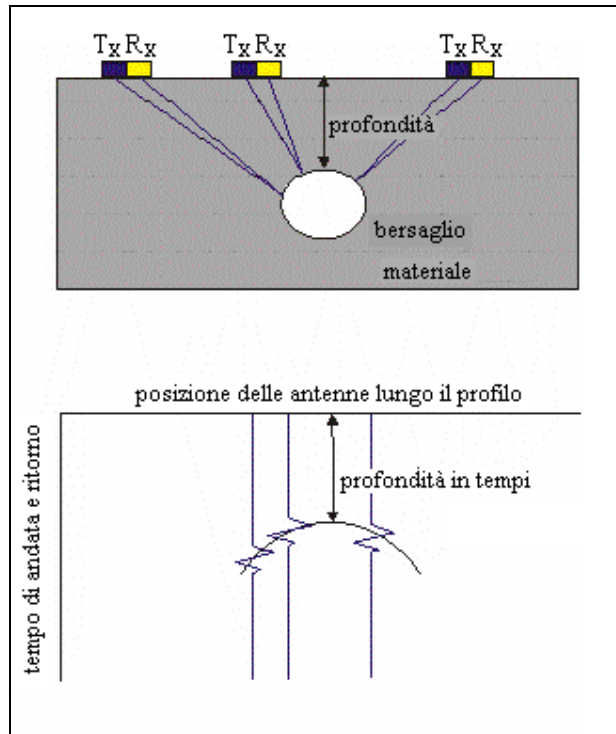


Figura 7.2 Tecnica di acquisizione GPR: lo strumento viene spostato lungo un profilo e i dati vengono acquisiti a distanze predefinite (in alto); il confronto tra i segnali registrati dalla ricevente nelle varie posizioni permette di risalire alla distanza in tempi (e se si conosce la velocità anche nello spazio) della discontinuità (in basso).

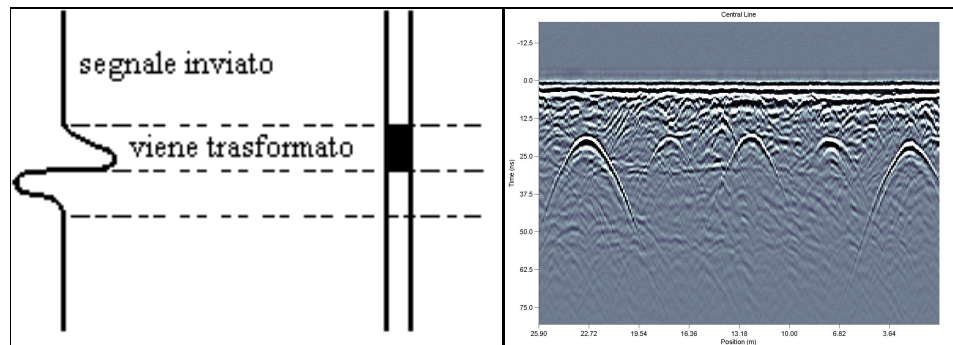


Figura 7.3 A sinistra è stata riportata una traccia radar e il metodo secondo il quale viene convertita in tratti bianchi e neri; a destra è riportato un esempio di radargramma.

Generalmente l'impulso ricevuto dall'antenna ricevente viene trasformato in formato digitale e registrato su supporto magnetico: la registrazione nel tempo del segnale, relativo al singolo impulso emesso, è detta 'traccia', mentre il risultato della

prospezione è detto ‘radargramma’ o sezione radar. Quest’ultima consiste in una visualizzazione bidimensionale (distanza/tempi) in cui l’ascissa è la posizione delle antenne lungo il profilo e l’ordinata è il tempo di andata e ritorno del segnale; ciascuna traccia viene convertita in una serie di tratti bianchi e neri (o in scala di grigio) secondo il metodo riportato in Figura 7.3. Esprimere il segnale GPR in termini di radargramma offre il vantaggio di visualizzare le tracce acquisite in tempo reale durante la prospezione stessa direttamente su monitor, consentendo il controllo della qualità dei dati e l’eventuale presenza di errori. La scansione è, inoltre, ripetibile e la precisione nel localizzare le discontinuità presenti nel suolo è accompagnata dai bassi costi di acquisizione dei dati. Il limite principale del GPR è la scarsa profondità di penetrazione del segnale dovuta a processi dissipativi presenti nei mezzi più conduttivi.

7.2 Costruzione del sito sperimentale

La vasca sperimentale è stata realizzata presso l’Azienda Agraria dell’Università degli Studi della Tuscia di Viterbo. La profondità del sito è pari a 1.2 m, mentre le dimensioni superficiali sono state calcolate dall’area massima illuminata dal cono di radiazione del GPR. Ciò è fondamentale per evitare che le pareti laterali creino disturbo al segnale elettromagnetico dando luogo a riflessioni spurie. Il sito sperimentale è stato realizzato seguendo varie tappe. Per prima cosa è stato effettuato lo scavo (4.5m x 8.5m x 1.2m) cercando di ottenere una geometria rettangolare; in seguito il fondo della vasca è stato spianato e livellato (Figura 7.4) ed è stato ricoperto da un sottile strato di sabbia (circa 3 cm) e da un telo in feltro (Figura 7.5). È stata costruita una parete in legno per rendere regolare la geometria e, in seguito, la vasca è stata ricoperta con un telo impermeabile (Figura 7.6) per garantire l’isolamento della vasca da possibili scambi di acqua. Le dimensioni effettive della vasca sono circa 4m x 8 m per 1m di profondità. La base della vasca è stata riempita con ghiaia per uno spessore di circa 20 cm in modo da favorire un deflusso uniforme dell’acqua ed una saturazione veloce ed omogenea. Inoltre, per valutare la profondità della falda, sono stati posizionati due piezometri (Figura 7.6). L’operazione successiva è consistita nel posizionamento delle tubazioni per l’acqua: il sistema di immissione e drenaggio è costituito dai tubi erogatori (Figura 7.7) forati (e ricoperti

in modo da prevenire l'otturazione dei fori da parte delle particelle di sabbia più fini) e dal tubo connettore, collegato direttamente al sistema di alimentazione dell'acqua. Infine la vasca è stata riempita con sabbia di fiume lavata per uno spessore di circa 80-90 cm (Figura 7.8). È stato deciso di utilizzare un tipo di sabbia quarzosa in cui non fossero presenti materiali magnetici in modo da avere i parametri di permeabilità magnetica pari a $\mu' = 1$ e $\mu'' = 0$.



Figura 7.4 Scavo della vasca e livellamento del fondo.



Figura 7.5 Strato di sabbia protettivo alla base della vasca e copertura in feltro.



Figura 7.6 Posa in opera del telo impermeabile e particolare del piezometro.



Figura 7.7 Tubazioni per l'acqua nello strato di ghiaia e particolare dei tubi per l'acqua.



Figura 7.8 Livellamento dell'orizzonte in sabbia e telo di copertura.



Figura 7.9 Sonda multilivello prima e durante il riempimento della vasca.

Durante le operazioni di riempimento, è stata posizionata lateralmente una sonda TDR multilivello in modo da non interferire con le misure di GPR. La sonda (Figura 7.9) è costituita da 11 sonde trifilari disposte orizzontalmente e distanziate verticalmente di 4 cm. Ogni sonda è fissata su un supporto in plexiglass a forma di parallelepipedo e il contatto elettrico con il cavo coassiale è garantito tramite un'asta metallica mobile. La lunghezza di ciascuna sonda trifilare è pari a 18.8 cm, mentre le dimensioni del diametro di ogni bacchetta e la distanza dal conduttore centrale sono pari a 3 mm e 5 cm, rispettivamente. La parte superiore della sonda multilivello è immersa nel suolo ad una profondità di circa 8 cm in modo che le misure interessino uno spessore complessivo di 52 cm.

Terminata la costruzione della vasca, il tubo connettore è stato collegato al sistema di alimentazione costituito da un serbatoio in PVC tarato, avente una capacità pari a 1000 l.

7.3 Modalità di raccolta dei dati

Al fine di ripetere le misure negli stessi punti è stato realizzato il reticolato, rappresentato in Figura 7.10, con dei cordini di nylon posti sulla superficie della vasca. Le dimensioni esterne del reticolo, determinate in modo da non avere effetti di bordo, sono pari a $2.60 \times 6.00 \text{ m}^2$. Le misure TDR sono state eseguite verticalmente con la sonda multilivello seppellita all'esterno della linea 13 tra i punti di ordinata 1 e 2 (Figura 7.10) e con le sonde mobili nei punti di intersezione tra le linee 1, 5, 9 e 13, in direzione y , e le linee 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, in direzione x . Le misure GPR, eseguite sia con l'antenna da 250 che da 500 MHz, sono state acquisite in direzione y lungo 14 profili (dalla linea 0 alla linea 13) spazianti di 20 cm, in direzione x lungo 5 profili (dalla linea 1 alla 5) spazianti di 1 m.

Le misure sono state realizzate acquisendo i dati relativi ad 8 diverse condizioni di contenuto idrico denominate DRY, W1, W2, W3, W4, W5, W6, W7. La misura DRY corrisponde alla situazione iniziale in cui non è stata aggiunta acqua dall'esterno e la sabbia che riempie la vasca contiene solo quella igroscopica. Successivamente sono stati immessi nella vasca volumi di acqua tramite il serbatoio tarato: inizialmente (W1, W2, W3 e W4) con incrementi di 1000 l; successivamente il carico è stato ridotto a 500 l (W5 e W6) fino quasi a saturare aggiungendo

nuovamente 1000 l (W7). Per la condizione W7 sono state eseguite due misure distanziate nel tempo per indagare i diversi stati di stabilizzazione della superficie piezometrica. Queste misure sono state denominate W7 e W7H. La Tabella 7.1 riassume le diverse condizioni di contenuto idrico con le modalità di aggiunta di acqua e le date relative all'immissione e alle misurazioni. In Figura 7.11 è riportato il livello della superficie piezometrica espresso come profondità rispetto al piano di campagna e controllato per ogni contenuto idrico tramite i piezometri. La Tabella 7.2 riassume le date e le ore di immissione dei carichi e le misure piezometriche di controllo.

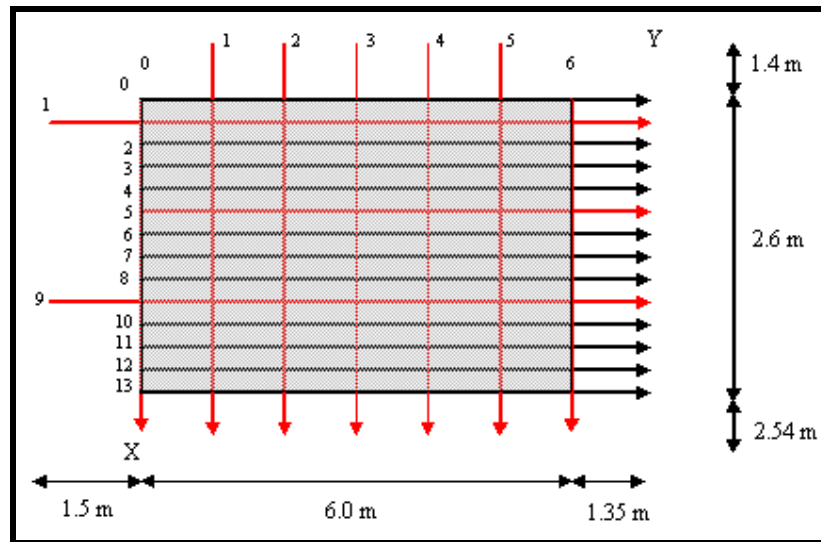


Figura 7.10 Schema della griglia di acquisizione dati sulla vasca.

Tabella 7.1 Date e orari di immissione acqua per i vari carichi e relative misure eseguite.

Data	Acqua immessa (l)	Carico d'acqua	Misure acquisite
14 Settembre	0	DRY	DRY
15 Settembre	1000	W1	
	1000	W2	
	1000	W3	
16 Settembre	1000	W4	W3
	500	W5	W4
17 Settembre	500	W6	W5
21 Settembre	0		W6
22 Settembre	1000	W7	
23 Settembre	0		W7
24 Settembre	0		W7H

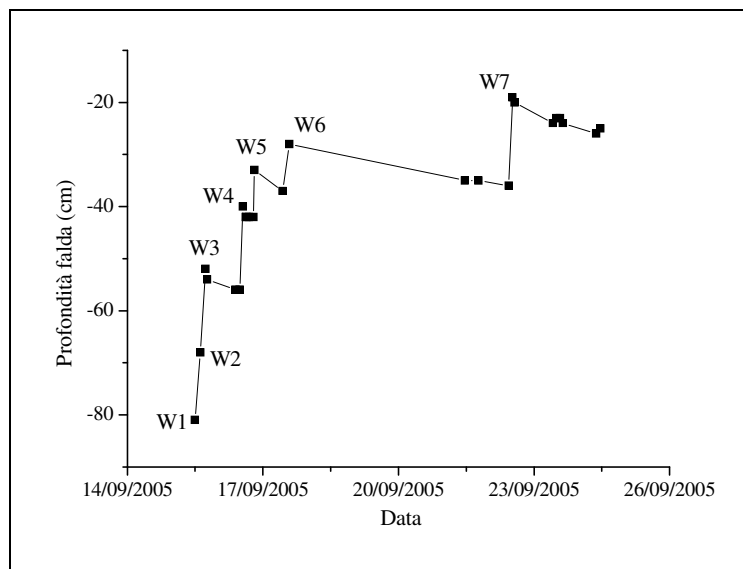


Figura 7.11 Evoluzione temporale del livello di falda piezometrico.

Tabella 7.2 Data e orari di immissione dei carichi di acqua e profondità di falda misurata a tempi diversi.

Data e ora	Profondità (cm)	Carico di acqua
15 Settembre 12.00	81	W1
15 Settembre 14.45	68	W2
15 Settembre 17.30	52	W3
15 Settembre 18.30	54	
16 Settembre 9.30	56	
16 Settembre 11.45	56	
16 Settembre 13.25	40	W4
16 Settembre 14.55	42	
16 Settembre 15.40	42	
16 Settembre 16.45	42	
16 Settembre 18.55	42	
16 Settembre 19.30	33	W5
17 Settembre 10.30	37	
17 Settembre 14.00	28	W6
21 Settembre 11.15	35	
21 Settembre 18.30	35	
22 Settembre 10.37	36	
22 Settembre 12.35	19	W7
22 Settembre 13.45	20	
23 Settembre 10.00	24	
23 Settembre 12.00	23	
23 Settembre 13.50	23	
23 Settembre 15.20	24	
24 Settembre 9.00	26	
24 Settembre 11.20	25	

7.5 Analisi dei dati

Dai dati acquisiti dalla sonda multilivello sono stati ricavati i valori di permittività per ciascuna sonda trifilare posta alle varie profondità. Le Figure 7.12(a)-(g) rappresentano i valori di permittività e di velocità del segnale elettromagnetico per le diverse condizioni di contenuto idrico in funzione della profondità. La linea grigia tratteggiata rappresenta la profondità di falda. Confrontando le curve è possibile notare come i valori di permittività alle varie profondità cambino in funzione del contenuto idrico e, quindi, del livello raggiunto dalla falda. Le misure della sonda multilivello in condizioni DRY mostrano che non ci sono gradienti verticali di velocità, mentre a mano a mano che la falda risale, la velocità diminuisce (la permittività aumenta) nelle zone raggiunte dall'acqua. La Figura 7.12(h) riassume tutte le misure di permittività e di velocità eseguite con la sonda multilivello: dalle curve è possibile vedere bene la zona satura che si estende fino al livello della falda, la frangia capillare, la zona di transizione (dove il gradiente di velocità è più pronunciato) e la zona asciutta superficiale.

Sono state eseguite misure di conducibilità con la sonda multilivello, ma poiché gli andamenti sono analoghi a quelli delle permittività, per brevità non sono stati riportati i grafici.

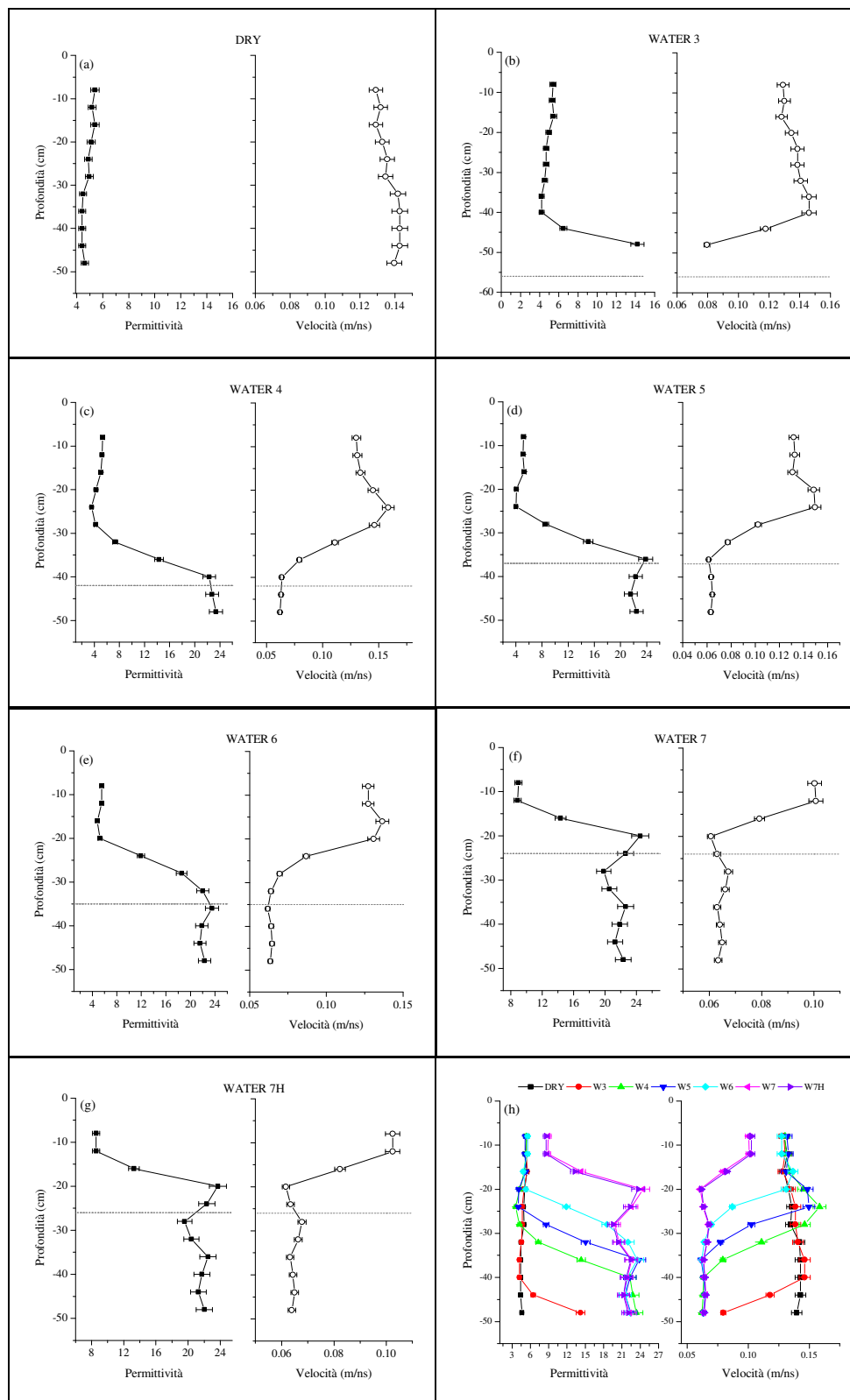


Figura 7.12 (a)-(g): Andamento della permittività e della velocità per ciascun contenuto idrico; (h) Andamento della permittività e della velocità per tutti i carichi di acqua.

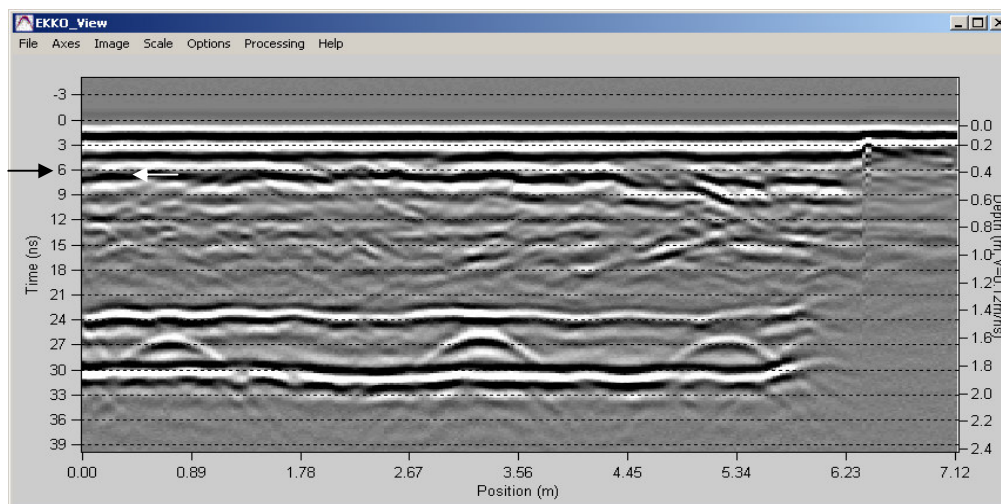


Figura 7.13 Sezione radar relativa al carico idrico W5: la freccia bianca a destra indica il livello di falda in metri, la freccia nera a sinistra indica il livello di falda espresso in tempi in base alle velocità medie dello strato insaturo stimate dalle misure TDR.

Le velocità del segnale elettromagnetico misurate tramite TDR sono state utilizzate per calcolare le profondità di falda e confrontarle con quelle visibili dai radargrammi. È stata calcolata una velocità media sui dati relativi alle sonde della multilivello posizionate al di sopra della superficie piezometrica per ciascun carico di acqua. I valori medi di velocità sono stati, in seguito, espressi in termini di tempi di percorrenza del segnale elettromagnetico nel mezzo e sono stati inseriti all'interno del programma del georadar. In questo modo è stato possibile calcolare la profondità di falda, espressa in tempi, relativa alle sezioni radar e confrontarla con quella riconoscibile nel radargramma. Nella Figura 7.13, per brevità viene mostrato solo il risultato relativo al carico W5, ma è stato ottenuto un buon accordo per ogni condizione idrica, è stata riportata la sezione GPR in tempi e in profondità sulla base delle velocità medie calcolate tramite TDR: è possibile notare come il livello di falda (freccia bianca a destra) sia molto vicino a quello stimato in base alle misure TDR (freccia nera a sinistra). La Figura 7.14, risultato dell'affiancamento di porzioni di sezioni GPR acquisite al variare del contenuto idrico, mostra il progressivo incremento delle profondità, espresse in tempi, dal piano di campagna, sia dell'interfaccia sabbia-ghiaia che di quella tra ghiaia e fondo della vasca e consente di monitorare il progressivo avanzamento della tavola d'acqua nell'insaturo.

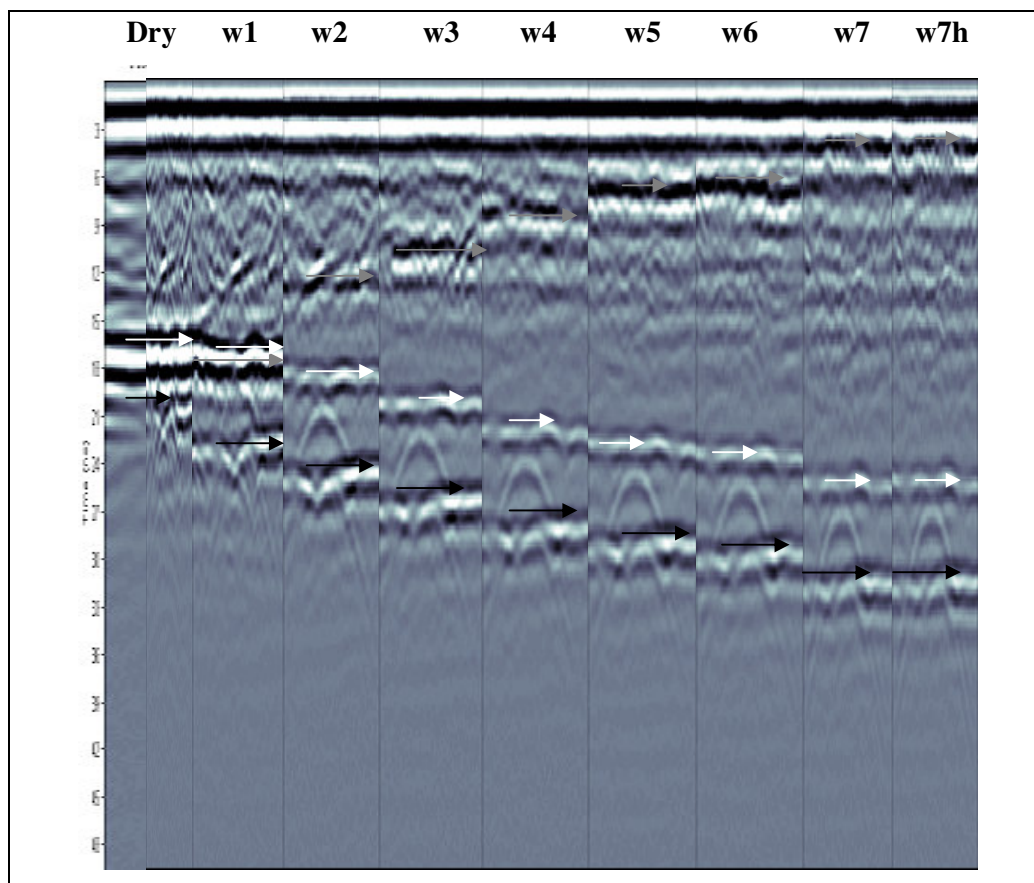


Figura 7.14 Le sezioni sono relative allo stesso punto della griglia di acquisizione e si riferiscono all'acquisizione con antenna a 500 MHz. Le frecce grigie rappresentano la superficie piezometrica, quelle bianche l'interfaccia sabbia-ghiaia e quelle nere il fondo della vasca.

Oltre alle misure effettuate con la sonda TDR multilivello seppellita nella vasca, sono state eseguite misure di permittività e conducibilità sulla griglia con le sonde trifilari mobili da 10 e da 20 cm. Le Figure 7.15 e 7.16 riportano, rispettivamente, i valori di permittività e conducibilità ottenuti con entrambe le sonde per la condizione di contenuto idrico W7 in cui la profondità di falda è pari circa a 19cm. Le Figure denotano la presenza di gradienti orizzontali nei valori dei parametri elettromagnetici: in particolare, si può vedere come la zona di destra risulti avere permittività e conducibilità sistematicamente maggiori a causa della superficie della vasca che possiede una leggera inclinazione verso destra.

I valori di permittività e conducibilità ottenuti tramite le misure TDR sono stati confrontati con la risposta GPR nella stessa condizione sperimentale e, in particolare, con l'ampiezza media del segnale georadar. Quest'ultima è stata calcolata su finestre temporali mobili con ampiezza pari a 2 ns, nel caso dell'antenna da 500 MHz, e a 4 ns, nel caso di quella da 250 MHz in modo da avere informazioni sul contenuto energetico del pacchetto d'onda e sulla sua variazione in funzione del tempo. La Figura 7.17 mostra l'ampiezza del segnale GPR in funzione dello spazio per la falda posta alla profondità di 19 cm. Come si può vedere, le ampiezze dei segnali GPR seguono le variazioni delle proprietà elettriche del suolo suggerendo una possibile correlazione con i parametri elettromagnetici del terreno (Pettinelli et al., 2007). Una stima quantitativa del grado di correlazione tra l'ampiezza del GPR e i parametri elettromagnetici è fornita dal coefficiente di regressione r . Le Tabelle 7.3 e 7.4 riportano i valori dei coefficienti r ottenuti per ciascuna finestra temporale per l'antenna da 250MHz e 500MHz, rispettivamente: i dati mostrano come il grado di accordo nelle correlazioni tra ampiezza e permittività (A/ϵ) e ampiezza e conducibilità (A/σ) diminuisca con lo spostarsi della finestra temporale. I coefficienti mostrano, inoltre, che le correlazioni relative all'antenna da 500MHz sono migliori di quelle ottenute con l'antenna da 250MHz.

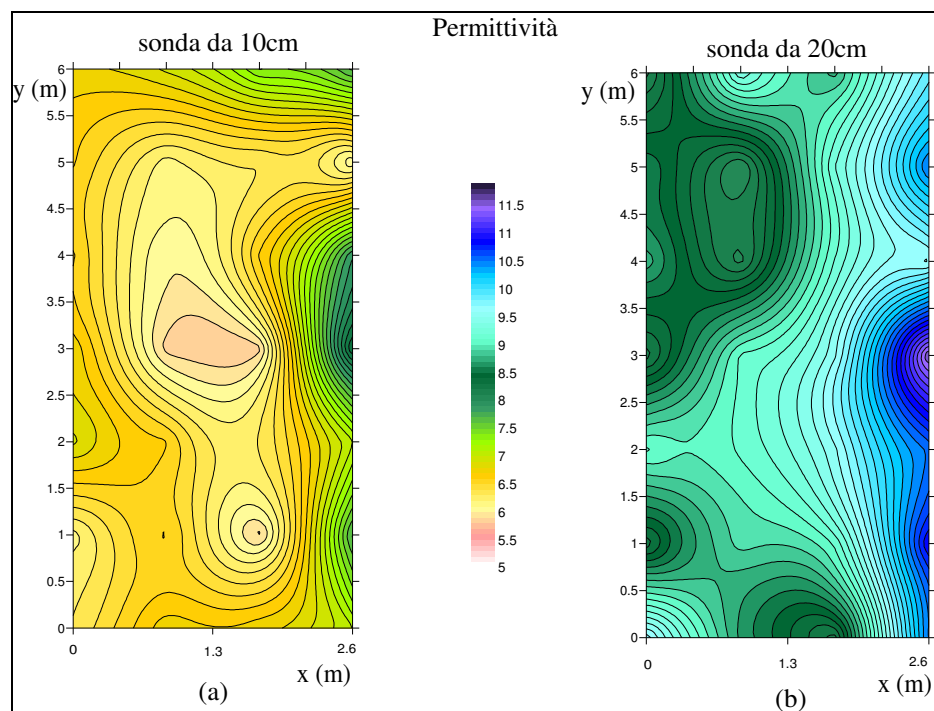


Figura 7.15 Permittività elettrica misurata sulla griglia di Figura 7.10 realizzata sulla superficie della vasca con le sonde mobili da 10cm (a) e da 20cm (b).

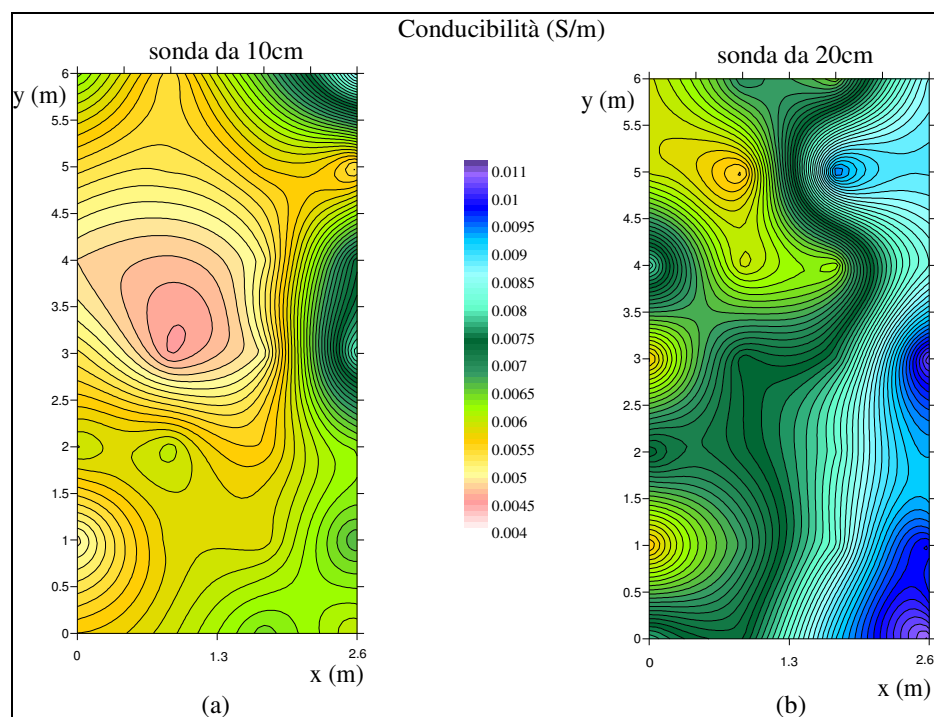


Figura 7.16 Conducibilità elettrica misurata sulla griglia di Figura 7.10 realizzata sulla superficie della vasca con le sonde mobili da 10cm (a) e da 20cm (b).

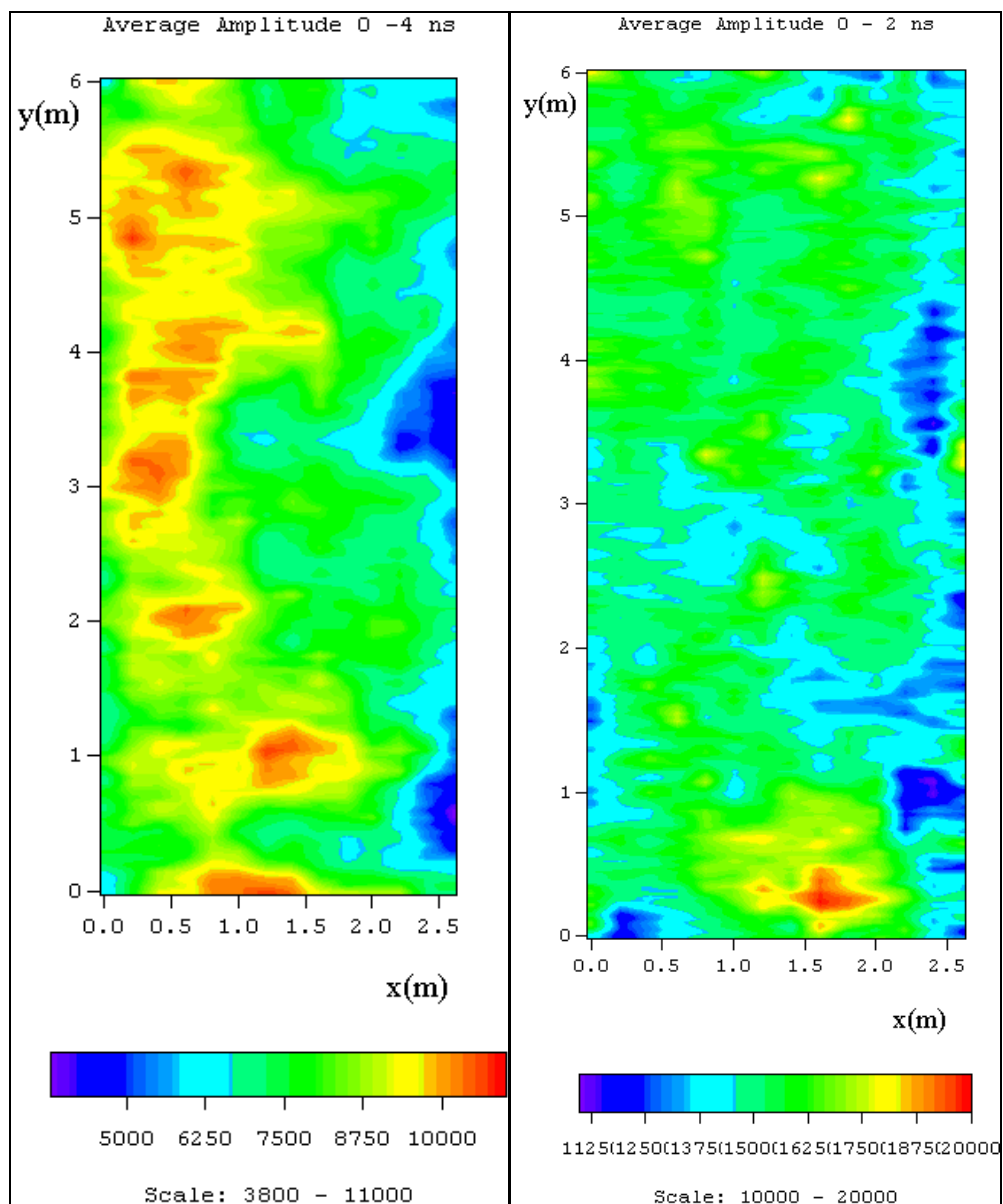


Figura 7.17 Ampiezza del segnale TDR per l'antenna da 250MHz (sinistra) e da 500MHz (destra).

Tabella 7..3 Coefficienti di regressione per l'antenna da 250MHz al variare della finestra temporale scelta.

Finestra temporale (ns)	Antenna da 250 MHz			
	ϵ (10 cm)	ϵ (20 cm)	σ (10 cm)	σ (20 cm)
0-4	0.51	0.61	0.56	0.59
1-5	0.35	0.48	0.41	0.44
2-6	0.03	0.17	0.12	0.15
3-7	0.17	0.04	0.07	0.05
4-8	0.36	0.27	0.26	0.25

Tabella 7.4 Coefficienti di regressione per l'antenna da 500MHz al variare della finestra temporale scelta.

Finestra temporale (ns)	Antenna da 500 MHz			
	ϵ (10 cm)	ϵ (20 cm)	σ (10 cm)	σ (20 cm)
0-2	0.88	0.83	0.83	0.91
1-3	0.85	0.91	0.84	0.89
2-4	0.67	0.70	0.69	0.71
3-5	0.19	0.16	0.20	0.21
4-6	0.30	0.34	0.27	0.29

I risultati presentati in questo capitolo mostrano come sia possibile seguire le variazioni del contenuto idrico del suolo in una situazione controllata tramite la misura TDR dei parametri elettromagnetici. Inoltre, il confronto delle misure TDR con quelle GPR eseguite nelle medesime situazioni sperimentali mostra come il segnale radar, e, in particolare la sua ampiezza, sia correlato alle proprietà elettromagnetiche del sito misurate con il TDR anche se è presente un più basso grado di correlazione con l'antenna da 250MHz. Ciò potrebbe essere dovuto alle diverse porzioni di suolo investigati dalle antenne a frequenze diverse. Risulta tuttavia certa la stretta connessione tra i valori di ampiezza del segnale georadar nella prima finestra temporale ed il contenuto idrico dei suoli. Lo sviluppo di questi risultati potrebbe consentire di effettuare una misura molto più rapida dell'umidità del suolo attraverso l'utilizzo del GPR, realizzando delle curve di calibrazione relative a questa tecnica. L'analisi dettagliata delle cause fisiche che controllano l'accoppiamento tra il segnale georadar ed il terreno e l'eventualità di eseguire le misure di calibrazione che permettano di stimare il contenuto idrico con il GPR sono ancora in fase di sviluppo.

Conclusioni

Questa tesi è stata centrata sullo studio di tecniche elettromagnetiche, in particolare la tecnica TDR, GPR e LCR-meter, e alla loro applicazione a sistemi compositi nell'ambito delle scienze ambientali. La prima parte del lavoro è stata dedicata alla progettazione e realizzazione di diversi tipi di sonde TDR: tre tipi di sonde coassiali, per l'analisi di materiali compositi anidri in laboratorio, e due prototipi di sonde trifilari per le misure di dispersione delle acque reflue in laboratorio e per le misure di permittività e conducibilità in campo. Per quanto riguarda le sonde trifilari, l'analisi della risposta TDR in mezzi come l'aria e l'acqua demineralizzata ha mostrato come l'uso del primo prototipo di sonda sia sconsigliabile dal momento che causa dispersione e distorsione del segnale elettromagnetico. Per eliminare questo problema, è stato scelto il secondo prototipo di sonda. Sono state eseguite misure di calibrazione, per ogni sonda, su materiali aventi proprietà elettromagnetiche note (aria e acqua demineralizzata) in modo da poter valutare i parametri fisici delle sonde come la lunghezza 'elettrica' e l'impedenza caratteristica. I risultati delle calibrazioni hanno mostrato che l'impedenza caratteristica è diversa da quella calcolata sostituendo le dimensioni geometriche nelle formule di letteratura: questa diversità è maggiore nel caso delle sonde trifilari per le quali si ricorre, in letteratura, alla formula dell'impedenza del cavo coassiale. In questo caso l'uso della formula di Ball (2002) fornisce risultati più vicini a quelli provenienti dalle calibrazioni, suggerendo l'utilizzo di questa formula al posto dell'altra normalmente usata in letteratura. Per tutte le sonde la lunghezza 'elettrica' è risultata essere maggiore di quella geometrica: tale risultato è stato raggiunto anche grazie all'introduzione di un nuovo metodo (metodo delle derivate) per eseguire le misure di calibrazione. Il confronto tra il metodo delle derivate con gli altri due noti in letteratura (il metodo delle tangenti e quello della funzione di trasferimento tramite trasformata di Fourier) ha dimostrato che l'utilizzo di questo metodo fornisce risultati in accordo con quelli provenienti dal dominio della frequenza e che il metodo delle tangenti è affetto da errori sistematici nel caso in cui venga usato per i materiali dispersivi. Ciò comporta che le curve empiriche usate finora in letteratura per stimare il contenuto idrico dei suoli siano affette dallo stesso

errore sistematico. Tuttavia, se si utilizza il metodo delle tangenti per calcolare la permittività l'errore sistematico è presente sia nella procedura di calcolo che nelle curve di taratura e, quindi, viene eliminato. Sarebbe, comunque, più corretto eseguire in futuro nuove misure di calibrazione usando il metodo delle derivate al fine di eliminare definitivamente la causa di tale errore.

La seconda parte del lavoro è stata dedicata alle misure di velocità e attenuazione del segnale elettromagnetico su materiali anidri ricchi di ossidi di ferro. I campioni sono stati preparati mischiando grani di magnetite, in percentuali volumetriche diverse, e palline di vetro scegliendo tre intervalli granulometrici ($250\div 500\text{ }\mu\text{m}$, $40\div 150\text{ }\mu\text{m}$ e $1\div 50\text{ }\mu\text{m}$). Le misure di velocità e di attenuazione sono state eseguite per ciascuna delle tre sonde coassiali a disposizione. I risultati mostrano che, per ogni granulometria, la velocità di propagazione dell'onda elettromagnetica diminuisce all'aumentare del contenuto di magnetite ed è indipendente dal tipo di sonda usata. Infatti, le diversità ottenute tra i valori di velocità a parità di granulometria e contenuto di magnetite possono essere associate a differenti valori di densità di volume. Il fattore di attenuazione mostra, come aspettato, un andamento crescente all'aumentare della percentuale volumetrica di magnetite per le granulometrie più grandi. Nel caso della granulometria più piccola, i problemi legati al riempimento della sonda potrebbero aver interferito nella misura del fattore di attenuazione. I risultati ottenuti dalle misure TDR sono stati confrontati con quelli determinati a bassa frequenza (1MHz) con la tecnica LCR. Le velocità misurate con le due tecniche sono in accordo e le piccole differenze sono giustificate dalle variazioni delle densità dei campioni. Per confrontare le attenuazioni è stato necessario ricorrere ad una analisi nel dominio della frequenza, dal momento che l'attenuazione è fortemente dipendente da essa. È stato introdotto un nuovo metodo per calcolare la banda del segnale TDR che ha consentito di valutare una frequenza efficace nell'ipotesi in cui i parametri elettromagnetici misurati a 1MHz potessero essere considerati costanti fino alle frequenze del TDR. I valori di attenuazione ottenuti da TDR e quelli estrapolati dalle misure LCR alle frequenze efficaci, sono in accordo e sembrano, quindi, convalidare l'uso della formula di Yanuka nella misura dell'attenuazione. L'ipotesi di non variabilità dei parametri

elettromagnetici è stata studiata attraverso l'analisi della funzione di trasferimento: i risultati mostrano che le parti reali dei parametri elettromagnetici non cambiano apprezzabilmente da quelli misurati a 1MHz, giustificando il fatto che le velocità calcolate con le due tecniche siano in accordo. Le parti immaginarie, invece, sono maggiori nel caso delle misure TDR: questo risultato mette in crisi l'accordo precedentemente ottenuto tra i due metodi di misura e, di conseguenza, l'utilizzo della formula di Yanuka (Topp et al., 1998) nella misura dell'attenuazione, come confermato anche da recenti misure effettuate tramite Network Analyzer. L'applicabilità di tale formula necessita, perciò, di ulteriori studi: risultati preliminari ottenuti ricostruendo la funzione di risposta TDR nel dominio del tempo, mostrano che i disturbi presenti nell'apparato strumentale alterano i livelli di tensione usati per calcolare l'attenuazione secondo la formula di Yanuka.

La terza parte è stata dedicata alle misure di dispersione delle acque di vegetazione, visto l'interesse che queste sostanze destano nell'ambito delle scienze ambientali e agrarie. Data la complessità del reflu, il monitoraggio della loro dispersione è avvenuto tramite la misura della conducibilità elettrica, parametro che caratterizza il sistema nella sua globalità. Sono stati realizzati esperimenti preliminari per assicurarsi che la tecnica TDR permettesse di rilevare il reflu e con lo scopo di valutare la condizione in cui poterne monitorare la propagazione. Le misure di dispersione sono state eseguite su tre mezzi diversi (palline di vetro, terreno agricolo e sabbia) in un recipiente saturo di acqua e chiuso ad una estremità. Il mezzo poroso è stato messo in contatto con una soluzione di acque di vegetazione tenuta a concentrazione costante. Il contatto è stato eseguito in modo da poter trascurare la velocità di caduta del reflu. L'evoluzione temporale della conducibilità mostra un aumento dovuto al reflu che penetra nel mezzo modificandone le proprietà elettriche. La conducibilità è stata espressa in termini di contenuto volumetrico tramite curve di calibrazione, ottenute da misure indipendenti effettuate col conduttimetro, e, quindi, in termini di concentrazione di reflu. L'andamento della concentrazione in funzione del tempo è stato interpretato attraverso il modello di dispersione/avvezione adattando il campo di velocità alle condizioni sperimentali adottate: nonostante

l'assenza di un gradiente idraulico e di un flusso, la formazione di fingers nelle palline di vetro testimonia la presenza di una velocità del fluido diversa da zero. L'equazione di dispersione/avvezione può essere risolta assumendo che il flusso avanzi con velocità costante e imponendo le condizioni iniziali e al contorno. La soluzione analitica così ottenuta ha permesso di eseguire un fit e di stimare i parametri di propagazione (velocità e coefficiente di dispersione) nei tre mezzi. I risultati ottenuti da queste misure hanno, inoltre, mostrato come sia possibile far coincidere le curve di dispersione relative ai tre mezzi riscaldando semplicemente la scala dei tempi e, quindi, i parametri di propagazione. Lo sviluppo futuro di questo risultato sarà quello di analizzare la dipendenza di tali parametri dalla tortuosità e dalla porosità del tipo di mezzo considerato.

Infine, la quarta parte è stata rivolta alla realizzazione di un sito sperimentale presso l'Azienda Agraria dell'Università degli Studi della Tuscia. Il sito, costituito da una vasca, isolata dal terreno circostante tramite un telo impermeabile e riempita con sabbia, è stato saturato progressivamente dal basso con acqua in modo da simulare la risalita di una falda. Per ogni livello raggiunto dalla falda, sono state effettuate misure TDR attraverso l'utilizzo di sonde verticali mobili (da 10 e da 20 cm) e misure GPR con antenne da 250 e 500 MHz. Sono state eseguite, inoltre, misure TDR con una sonda orizzontale multilivello seppellita al bordo della vasca. L'analisi dei dati TDR provenienti dalla sonda multilivello ha mostrato come questa tecnica permetta di individuare la presenza di gradienti verticali nella distribuzione di acqua e di monitorare il livello di falda attraverso la misura della permittività elettrica. I parametri elettromagnetici del sito ottenuti dalle misure TDR (permittività e conducibilità elettrica) con le sonde mobili sono stati confrontati con l'ampiezza del segnale GPR calcolata su finestre temporali mobili. I dati mostrano come vi sia correlazione tra ampiezza e permittività (A/ϵ) e ampiezza e conducibilità (A/σ). Il grado di accordo diminuisce con lo spostarsi verso tempi più lunghi della finestra temporale su cui viene calcolata l'ampiezza del segnale GPR. Ciò è dovuto alla sovrapposizione di onde di ritorno del terreno. Essendo questi segnali assenti nella prima parte (0-4ns) del segnale georadar, da quest'ultima è possibile ricavare la correlazione diretta con il contenuto idrico dei suoli. Una completa comprensione del

fenomeno di accoppiamento richiede lo studio della simulazione dei fenomeni propagativi delle onde elettromagnetiche nei terreni. Tale studio rappresenta lo sviluppo futuro dei risultati presentati in questa tesi.

BIBLIOGRAFIA

Atekwana E.A., W.A. Sauck, Werkwma Jr.D.D., 2000. Investigations of geoelectrical signatures at a hydrocarbon contaminated site. *J. Appl. Geoph.* 44, 167-180.

Baker, J.M., R.R. Allmaras, 1990. System for automating and multiplexing soil moisture measurements by Time Domain Reflectometry. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 54, 1-6.

Ball A. R. 2002. Characteristic impedance of unbalanced TDR probes. *IEEE transactions on instrumentation and measurement* 51/ 3, 532-536.

Basinger J.M., G. J. Kluitenberg, J. M. Ham, J. M. Frank, P. L. Barnes, M. B. Kirkham, 2003. Laboratory Evaluation of the Dual-Probe Heat-Pulse Method for Measuring Soil Water Content. *Vadose Zone J.* 2, 389-399.

Bear J., 1972. Dynamics of fluids in porous media. Dover N.Y.

Bear J., 1979. Hydraulics of groundwater. McGraw-Hill.

Bekefi, G., A.H. Barrett, 1981. Vibrazioni elettromagnetiche, onde e radiazione. Zanichelli.

Campbell G.S., C. Calissendorff, J.H. Williams, 1991. Probe for measuring soil specific heat using a heat-pulse method. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 55, 291-293.

Clarkson J. E., L. Glasser, R. W. Tuxworth e G. Williams, 1977. An appreciation of experimental factors in time-domain spectroscopy. *Adv. Molec. Relax. Proc.* 10, 173-202.

Dalton, F.N., W.N. Herkelrath, D.S. Rawlins, J.D. Rhoades, 1984. Time-domain reflectometry: simultaneous measurement of soil water content and electrical conductivity with a single probe. *Science* 224, 898-990.

de Winter E.J.G., W.K.P. van Loon, E. Esveld, T.J. Heimovaara, 1996. Dielectric Spectroscopy by inverse modelling of Time Domain Reflectometry wave forms. *J.of Food Engin.* 30, 351-362.

Fellner-Feldegg, H., 1969. The measurement of dielectrics in the time domain. *J. Phys. Chem.* 73, 616-623.

Feng W., C. P. Lin, R. J. Deschamps, V. P. Drnevich, 1999. Theoretical model of a multisection time domain reflectometry measurement system. *Water Resour. Res.* 35, 2321-2331.

Friel R., D. Or, 1999. Frequency analysis of time-domain-reflectometry TDR with application to dielectric spectroscopy of soil constituents. *Geophysics* 64, 1-12.

Giese K., R. Tiemann, 1975. Determination of the complex permittivity from a thin sample time-domain reflectometry, improved analysis of the step response waveform. *Adv. Molec. Relax. Processes* 7, 45-59.

Gorriti A.G., E.C. Slob, E. Pettinelli, E. Mattei, 2006. Velocity and Attenuation Measurements of Martian Soil Simulants". 11th International Conference on Ground Penetrating Radar June 19 - 22, 2006 Columbus, Ohio, USA.

- Green H. E., J. D. Cashman, 1986. End effect in open-circuited two-wire transmission lines. IEEE transactions on microwave theory and techniques, MTT-34/1.
- Hager N.E., R.C. Domszy, 2004. Monitoring of Cement Hydration by Broadband TDR Dielectric Spectroscopy. J. Appl. Phys. 96, 5117-5128.
- Heimovaara T. J., W. Bouten, 1990. A computer-controlled 36-channel Time Domain Reflectometry system for monitoring soil water contents. Water Resour. Res. 26, 2311-2316.
- Heimovaara T. J., 1993. Design of triple wire time domain reflectometry probes in practice and theory. Soil Sci. Soc. Am. J. 57, 1410-1417.
- Heimovaara T. J., 1994. Frequency domain analysis of time domain reflectometry waveforms. 1. Measurement of the complex dielectric permittivity of soils. Water Resour. Res. 30, 189-199.
- Heimovaara T.J., E.J.G. de Winter, W.K.P. van Loon, D.C. Eveld, 1996. Time domain reflectometry measurements compared with frequency domain network analyzer measurements. Water Resour. Res. 32, 3603-3610.
- Heimovaara T. J. 2001. Frequency domain modelling of TDR waveforms in order to obtain frequency dependent dielectric properties of soil samples: a theoretical approach. Proc. Int. Symp. and Workshop on Time Domain Reflectometry for Innovative Geotechnical Applications, 2nd.
- Hilhorst M.A., 1998. Dielectric characterisation of soil. Publ. 98-01. IMAG-DLO, Wageningen, The Netherlands.
- Hoekstra P., A. Delaney, 1974. Dielectric properties of soils at UHF and microwave frequencies. Journal of Geophysical Research 79, 1699-1708.
- Jones, S.B., J.M. Wraith, D. Or, 2002. Time domain reflectometry measurement principles and applications. Hydrol. Process. 16, 141-153.
- Kaatze U., V. Uhlendorf, 1981. The dielectric properties of water at microwave frequencies, Zeitschrift für Phys. Chem. Neue Folge 126, 151-165.
- Kalogeras J.M., E. Vitoyianni, A. Vassilikou-Dova, S. Bone, 1994. Combined Studies on the Dielectric Properties of Natural Stilbite Single Crystals J. Phys. Chem. Solids 55, 545-557.
- Kraus J.D., 1984. Electromagnetics. 3rd ed. McGraw Hill, London.
- Landau L., E. Lifchitz, 1969. Electrodynamique des milieux continus, Tome 8. Editions MIR.
- Lee R.S., S. Bone, 1996. Time domain reflectometry techniques used as an analytical tool to investigate water molecules bound to solid-state deoxyribonucleic acid (DNA). Faraday Discuss. Chem. Soc. 103, 59-69.
- Logsdon S.D., 2000. Effect of cable length on time domain reflectometry calibration for high surface area soils. Soil. Sci. Am. J. 64, 54-61.
- Malicki, M.A., R. Plagge, C.H. Roth, 1996. Improving the calibration of dielectric TDR soil moisture determination taking into account the solid soil. Eur. J. Soil Sci. 47, 357-366.

Mattei E., A. Di Matteo, A. De Santis, G. Vannaroni, E. Pettinelli, 2005a. Time Domain Reflectometry of Glass Beads/Magnetite Mixtures: a Time and Frequency Domain Study”, *Appl. Phys. Lett.*, 86, 224102, doi: 10.1063/1.1935029.

Mattei E., A. Di Matteo, A. De Santis, E. Pettinelli, G. Vannaroni, 2005b. Attenuation, bandwidth and scatter function measurements of glass beads/magnetite mixtures by Time Domain Reflectometry. Matter, material and device meeting, INFM. Genova 22th-25th June 2005.

Mattei E., A. Di Matteo, A. De Santis, G. Vannaroni, E. Pettinelli, 2006. The role of dispersive effects in determining probe and electromagnetic parameters by Time Domain Reflectometry. *Water Resour. Res.* 42, W08408, doi: 10.1029/2005WR004728.

Mattei E., A. De Santis, E. Pettinelli, G. Vannaroni, 2007a. The Attenuation Measurements Of Glass Beads/Magnetite Mixtures By Time Domain Reflectometry. *Near Surface Geophysics* 5, 77-82.

Mattei E., A. Di Matteo, A. De Santis, G. Vannaroni, E. Pettinelli, 2007b. Measurements of the e.m. parameters and attenuation factors via Time Domain Reflectometry. In preparazione.

Mencuccini C., V. Silvestrini, 1998. *Fisica II: Elettromagnetismo-Ottica*. Liguori Editore.

Mojid, M.A., G.C.L. Wyseure, D.A. Rose, 2003. Electrical conductivity problems associated with time-domain reflectometry TDR measurement in geotechnical engineering. *Geotech. Geol. Eng.* 21, 243-258.

Nadler, A., S. Dasberg, I. Lapid, 1991. Time domain reflectometry measurement of water content and electrical conductivity of layered soil columns. *Soil Sci. Am. J.* 55, 938-943.

Noborio, K., 2001. Measurement of soil water content and electrical conductivity by time domain reflectometry: A review. *Comput. Electron. Agric.* 31, 213-237.

Ogata A., R.B. Banks, 1961. A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media. *U.S. Geol. Surv., Prof. Pap.* 411-A.

Persson M., S. Haridy, 2003 Estimating Water Content from Electrical Conductivity Measurements with Short Time-Domain Reflectometry Probes. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 67, 478-482.

Pettinelli E., A. Cereti, A. Galli, F. Bella, 2002. Time domain reflectometry: Calibration techniques for accurate measurement of the dielectric properties of various materials. *Rev. Sci. Instrum.* 73, 3553-3562.

Pettinelli E., A.R. Pisani, A. Di Matteo, F. Paolucci, F. Bella, G. Vannaroni, A. Cereti, D. Del Vento, A. Galli, E. Mattei, A. De Santis, 2004. Tenth International Conference on Ground Penetrating Radar, 21-24 June, 2004, Delft, The Netherlands.

Pettinelli E., G. Vannaroni, E. Mattei, A. Di Matteo, F. Paolucci, A.R. Pisani, D. Del Vento, P. Burghignoli, A. Galli, A. De Santis, F. Bella, 2006. Electromagnetic Propagation Features of Ground Penetrating Radars for the Exploration of Martian Subsurface. *Near Surface Geophysics*, 4, 5-11.

Pettinelli E., G. Vannaroni, B. Di Pasquo, E. Mattei, A. Di Matteo, A. De Santis, P. A. Annan, 2007. Correlation between dielectric soil properties, water content and early time GPR signal average amplitude, in pubblicazione su *Geophysics*.

Press W.H., B.P. Flannery, S.A. Teutlsky, W.T. Vetterling, 1986. Numerical Recipes. Cambridge University Press, New York.

Ramo, S., J.R. Whinnery, T. Van Duzer, 1990. Campi e onde nell'elettronica per le comunicazioni. Franco Angeli Editore.

Reginato R.J., C.H.M. van Bavel, 1964. Soil water measurement with gamma attenuation. Soil Sci. Soc. Am. Proc. 28, 721-724.

Robinson D., J.P. Bell, C.H. Batchelor, 1994. The influence of iron minerals on the determination of soil water content using dielectric techniques. J. Hydrol. (Amsterdam) 161, 169-180.

Robinson D.A., S.B. Jones, J.M. Wraith, D. Or, S.P. Friedman, 2003a. A review of advances in dielectric and electrical conductivity measurement in soils using Time Domain Reflectometry. Vadose Journal 2, 444-475.

Robinson D.A., S.P. Friedman, 2003b. A method for measuring the solid particle permittivity or electrical conductivity of rocks, sediments, and granular materials. J. Geophys. Res. 108, 1-9.

Robinson D.A., Schaap M., Jones, S. P. Friedman, C. M. K. Gardner, 2003c. Considerations for Improving the Accuracy of Permittivity Measurement using Time Domain Reflectometry: Air-Water Calibration, Effects of Cable Length. Soil Sci. Soc. Am. J. 67, 62-70.

Robinson D.A., M.G. Schaap, D. Or, S.B. Jones, 2005. On the effective measurement frequency of time domain reflectometry in dispersive and nonconductive dielectric materials. Water Resour. Res. 41, W02007, doi:10.1029/2004WR003816.

Sauk W.A., 2000. A model for the resistivity structure of LNAPL plumes and their environs in sandy sediments. J. Appl. Geoph. 44, 151-165.

Schaap M., L. de Lange, T.J. Heimovaara, 1996. TDR calibration of organic forest floor media. Soil Technol. 11, 205-217.

Spaans, E.J.A., J.M. Baker, 1993. Simple baluns in parallel probes for time domain reflectometry. Soil Sci. Soc. Am. J. 57, 668-673.

Tektronix, 1990. 1502C metallic time domain reflectometer. Operator manual. Tektronix, Inc., OR, USA.

Todoroff P., J.D. Lan Sun Luk, 2001. Calculation of "in situ" soil water content profiles from TDR signal traces. Meas. Sci. Technol. 12, 27-36.

Topp G.C., J. L. Davis, J.P. Annan, 1980. Electromagnetic determination of soil water content: measurements in coaxial transmission lines. Water Resour. Res. 16, 574-582.

Topp G.C., J. L. Davis, J.P. Annan, 1982a. Electromagnetic determination of soil water content using TDR: I. Applications to wetting fronts and steep gradients. Soil Sci. Soc. Am. J. 46, 672-678.

Topp G.C., J. L. Davis, J.P. Annan, 1982b. Electromagnetic determination of soil water content using TDR: II. Evaluation of installation and configuration of parallel transmission lines. Soil Sci. Soc. Am. J. 46, 678-684.

- Topp G.C., J. L. Davis, W.G. Bailey, W.D. Zebchuk, 1984. The measurement of soil water content using a portable TDR hand probe. *Can. J. Soil Sci.* 64, 313-321.
- Topp G.C., J. L. Davis, 1985. Measurement of soil water content using time-domain reflectometry TDR: a field evaluation. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 49, 19-24.
- Topp G.C., M. Yanuka, W.D. Zebchuk, S. Zegelin, 1988. Determination of electrical conductivity using time domain reflectometry: soil and water experiments in coaxial lines. *Water Resour. Res.* 24, 942-952.
- Topp G.C., S. Zegelin, I. White, 2000. Impacts of the real and imaginary components of relative permittivity on time domain reflectometry. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 64, 1244-1252.
- Van Dam R.L., W. Schlanger, M.J. Dekkers, J.A. Huisman, 2002. Iron oxides as a cause of GPR reflections. *Geophysics* 67/2, 536-545.
- van Gemert M.J.C., 1973. High-frequency time-domain methods in dielectric spectroscopy. *Philips Res. Rep.* 28, 530-572.
- Von Hippel A.R., 1954. *Dielectrics and Waves*. New York, John Wiley & sons Inc., London, Chapman & Hall Limited.
- Ward A.L., G. Kachanoski, D.E. Elrick, 1994. Laboratory measurements of solute transport using time domain reflectometry. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 58, 1031-1039.
- Weerts A. H., J. A. Huisman, W. Bouten, 2001. Information content of time domain reflectometry waveforms. *Water Resour. Res.* 37, 1291-1299.
- Yanuka M., G.C. Topp, S. Zegelin, W.D.Zebchuk, 1988. Multiple reflection and attenuation of time domain reflectometry pulses: Theoretical considerations for applications to soil and water. *Water Resour. Res.* 24, 939-944.
- Zegelin S.J., I. White, D.J. Kenkins, 1989. Improved field probes for soil water content and electrical conductivity measurement using time domain reflectometry. *Water Resour. Res.* 25, 2367-2376.