

Università degli Studi della Tuscia di Viterbo
Dipartimento di ecologia e sviluppo economico sostenibile
Facoltà di Agraria



**Università degli Studi
della Tuscia**

Dottorato di Ricerca in Scienze Ambientali
XX Ciclo

**Stima del contenuto idrico di suoli mediante tecniche di indagine
elettromagnetica**
(FIS/07)

Coordinatore: Prof. Maurizio Petruccioli
Tutor esterno: Prof. Alberto De Santis
Tutor interno: Prof. Fernando Porcelli
Dottorando: Dott. Andrea Di Matteo

La Via del Fare è l'Essere

(Lao Tse)

Desidero ringraziare il Prof. Francesco Bella per essere stato, con la sua esperienza, sempre un modello da seguire e per aver fatto in modo che io potessi portare avanti il presente lavoro; la Dott.ssa Elena Pettinelli, per essersi sempre data da fare per me, per avermi sempre sostenuto, per l'impegno quotidiano e l'attenzione mostrata verso il mio lavoro.

Desidero ringraziare profondamente il Prof. Alberto De Santis, per avermi seguito e per avermi fatto scoprire, e riscoprire, il piacere della ricerca; il Dottor Giuliano Vannaroni per la disponibilità, l'interesse e il rigore scientifico mostrato in tutte le questioni affrontate.

Un ringraziamento particolare va alla Dott.ssa Betta Mattei per aver condiviso con me le tematiche di ricerca e perché qualsiasi problema, affrontato con lei, sembra più stimolante e meno difficile.

Ringrazio, inoltre, la Dott.ssa Barbara Di Pasquo per il suo sostegno e per le esperienze che ci hanno accomunato, il Dott. PierMatteo Barone per le interessanti collaborazioni e discussioni, e Francesco Basile per il supporto tecnico.

Un ringraziamento particolare va rivolto al Prof. E.C. Slob per il prezioso e fondamentale contributo al presente lavoro.

Un affettuoso ringraziamento è dovuto alla Dott.ssa Frappy, perché come si fa a non volerle bene, e alla Dott.ssa FraFS per la bella persona che è.

Un grazie di cuore va a tutta la mia famiglia, in particolare a mia madre, per l'essersi sempre dedicata a noi figli con tutta se stessa, a mio padre, per essere sempre stato orgoglioso di noi e a Dedè, perché i miei traguardi sono, in gran parte, merito suo.

Desidero ringraziare tutti i miei amici, i miei compagni di studio, ed in particolare il Dott. Runa Briguglio Pellegrino Antonio, maestro di fischetta e di forchetta, e il Dott. Fabrizio Baordo, compagno di strade ed esperienze.

Un grazie speciale va alla persona che per anni mi ha regalato sorrisi e che sono sicuro che, indipendentemente da tutto, continuerà a regalarmeli.

Infine, ringrazio tutte le persone "belle" che ho incontrato e che mi hanno fatto capire come vorrei essere.

INTRODUZIONE.....	9
1 ELEMENTI DI ELETTROMAGNETISMO	15
1.1 Le Equazioni di Maxwell.....	15
1.2 I Dielettrici	16
1.3 I Materiali magnetici	20
1.4 La Permettività complessa	22
1.5 La Permeabilità complessa	25
1.6 Onde Elettromagnetiche	26
2 METODI ELETTROMAGNETICI PER LA MISURA DEL CONTENUTO IDRICO DEI SUOLI	33
2.1 Le Proprietà elettriche dell'acqua.....	33
2.2 Time Domain Reflectometry	35
2.2.1 Apparato sperimentale e principio di funzionamento.....	36
2.2.2 Misure di velocità	39
2.2.3 Misure di conducibilità elettrica.....	41
2.3 Ground Penetrating Radar.....	42
2.3.1 Principio di funzionamento	43
2.3.2 Metodi di utilizzo.....	47
3 FUNZIONE DI GREEN PER CAMPI ELETTROMAGNETICI IN UN MEZZO STRATIFICATO.....	55
3.1 Il Campo elettromagnetico.....	55
3.2 Il campo per il Ground Penetrating Radar.....	63
4 MISURE SPERIMENTALI SU DI UN SITO NATURALE	69
4.1 Il sito.....	69
4.2 Apparato sperimentale e modalità di misura	71
4.3 Analisi dei risultati	72
5 MISURE SPERIMENTALI SU DI UN TEST SITE	79
5.1 Caratteristiche e costruzione del Test-site	79
5.2 Apparato sperimentale e modalità di misura	84
5.3 Analisi dei risultati	87
6 SIMULAZIONI NUMERICHE.....	99
6.1 Equazione integrale per antenne accoppiate	100

6.2	La funzione di Green	102
6.3	Discretizzazione e soluzione numerica.....	105
6.4	Risultati numerici	109
6.4.1	Simulazione delle forme d'onda GPR in un ampio intervallo di valori di permittività dielettrica.....	111
6.4.2	Simulazione delle forme d'onda GPR per i valori dei parametri elettrici misurati tramite TDR nelle indagini effettuate nel Test site	115
6.4.3	Simulazione delle forme d'onda GPR per investigare l'influenza della conducibilità elettrica del suolo sugli attributi del segnale	118
6.4.4	Simulazione delle forme d'onda GPR per un modello di suolo costituito da due strati distinti	120
CONCLUSIONI.....		123
APPENDICE A:.....		129
BIBLIOGRAFIA		133

INTRODUZIONE

La presenza di risorse idriche superficiali è un bisogno fondamentale per l'uomo e per gli ecosistemi naturali. La richiesta di acqua è in continua crescita nelle applicazioni agricole, sanitarie, municipali ed industriali. Allo stesso tempo, i rischi legati all'acqua, quali alluvioni, siccità e frane, sono fra le maggiori minacce naturali di molti paesi (Entekhabi et al., 1999). La “vadose zone”, che può essere definita come la zona di transizione fra l'atmosfera e le riserve di acqua nel terreno, è di fondamentale importanza per la gestione delle risorse idriche in quanto regola la disponibilità di acqua per la vegetazione, incluse le coltivazioni, e, allo stesso tempo, fornisce una zona divisoria protettiva, contro la contaminazione di soluti ed inquinanti, fra la superficie e le falde acquifere (Rubin, 2003).

Le variazioni spaziali e temporali di acqua nella “vadose zone”, ovvero le variazioni di contenuto idrico dei suoli, sono argomento di forte interesse, per diverse ragioni e ponendo l'attenzione su diverse scale spaziali, per i campi dell'idrologia, dell'agronomia, dell'ecologia, della meteorologia e della geofisica. Su larga scala, da scala continentale a scala regionale, lo scambio di umidità ed energia fra suolo, vegetazione ed atmosfera ha un impatto sulla temperatura e sull'umidità atmosferica nelle vicinanze della superficie e, quindi, una forte influenza sulle condizioni climatiche regionali (Callies et al., 1998). Su scala più piccola il contenuto idrico del suolo influenza la separazione delle precipitazioni in infiltrazione, evaporazione e acqua fluente e, perciò, ha una forte influenza sui fenomeni di erosione del suolo e sul carico idrico dei fiumi. Su scala locale, le informazioni sul contenuto d'acqua dei suoli sono, invece, necessarie per poter sviluppare programmi agricoli di precisione.

Risulta, quindi, di fondamentale importanza poter avere delle misure di contenuto d'acqua su differenti scale spaziali e le tecniche elettromagnetiche ad alta frequenza risultano essere una categoria di tecniche tra le più promettenti per poter essere utilizzate a tale scopo. Il “remote sensing”, utilizzato sia con strumentazione radar attiva che come radiometria microonde passiva, è una delle tecniche più efficaci per determinare il contenuto d'acqua su larghe regioni (Jackson et al., 1996; Ulaby et al., 1996; Famiglietti et al., 1999; van Oevelen, 2000). La strumentazione passiva è

caratterizzata da una bassa risoluzione spaziale; può essere montata su aerei o su satellite ed arrivare a risoluzioni, rispettivamente, dell'ordine di 1-10 km² o 1-1000 m². Sebbene il “remote sensing” giochi un ruolo fondamentale negli studi idrogeologici manca, tuttavia, l'elemento di correlazione con le abituali misure di contenuto d'acqua *in situ*. Inoltre tale tecnica permette la stima del contenuto idrico del terreno solamente per i primi 0.05 m e richiede che la copertura del suolo, da parte della vegetazione, sia minima.

Una tecnica ampiamente utilizzata per indagini elettromagnetiche *in situ* del contenuto idrico dei suoli è la tecnica TDR (Time Domain Reflectometry), introdotta negli studi idrogeologici della “vadose zone” nei primi anni 80 (Topp et al., 1980) e subito mostratasi particolarmente efficace, semplice ed automatizzabile (Heimovaara and Bouten, 1990). Tale tecnica consente di effettuare misure simultanee di permittività dielettrica e conducibilità bulk dei suoli (Dalton et al., 1984; Topp et al., 1988) e permette, quindi, la determinazione del contenuto d'acqua e la stima della presenza di soluti all'interno dello stesso campione. Sebbene il TDR sia particolarmente indicato per monitorare l'evoluzione locale del contenuto d'acqua dei suoli con un'alta risoluzione temporale, il piccolo volume da esso indagato (<dm³) lo rende particolarmente sensibile alle variazioni locali del suolo (per esempio dovute a micropori o vuoti creati dall'inserimento delle sonde nel processo di misura) (Ferré et al., 1996) e rende il processo di misura lungo e faticoso (in quanto implica che i sensori debbano essere installati in ogni punto indagato).

Date le diverse scale spaziali indagate, risulta esserci una lacuna di informazioni tra i dati ottenibile tramite misure “remote sensing” e misure TDR. A scale intermedie, come ad esempio quelle caratteristiche degli appezzamenti agricoli, la stima del contenuto d'acqua dei suoli ottenibile da sparse misure TDR o da poco dettagliate misure “remote sensing” non sono, infatti, sufficienti per avere tutte le informazioni necessarie. La tecnica GPR (Ground Penetrating Radar), fin dalla sua introduzione, è stata concepita come controparte della tecnica TDR per l'indagine del contenuto d'acqua su scale intermedie; il volume di indagine può variare da 0.05 a 20 m³ a secondo della frequenza e della configurazione radar utilizzata (Du & Rummel, 1994; Chanzy et al., 1996; van Overmeeren et al., 1997; Weiler et al., 1998). Sebbene il numero di applicazioni TDR si sia incredibilmente ampliato negli ultimi 20 anni, lo sviluppo e l'impiego della tecnica

GPR per la stima del contenuto idrico dei suoli è solamente recente, probabilmente a causa della maggiore difficoltà nell'interpretazione del comportamento di onde non guidate rispetto a quelle guidate.

La tecnica GPR, o georadar, è, in linea di principio, simile alla sismica a riflessione e alle tecniche sonar. Il radar produce un'onda elettromagnetica ad alta frequenza (10-1000 MHz), che è, generalmente, trasmessa nel suolo da un antenna sorgente posta all'interfaccia. La velocità di propagazione delle onde radar nel suolo dipende, principalmente, dalla permittività dielettrica del suolo ed è, quindi, fortemente legata al contenuto d'acqua che lo caratterizza. Ogni superficie di contrasto nelle proprietà dielettriche porta alla retro riflessione, verso la superficie, di parte dell'energia dell'onda trasmessa nel suolo. L'onda riflessa è rivelata, generalmente, come funzione del tempo da un'antenna ricevente (Davis & Annan, 1989). La velocità delle onde riflesse non può essere, tuttavia, determinata in assenza di precise informazioni sulla profondità dello strato di discontinuità generante la riflessione. In questi casi la velocità media di propagazione delle onde può essere determinata, in presenza di un'anomalia dielettrica all'interno del suolo, attraverso l'analisi dell'iperbole di rifrazione da essa generata (Huisman et al., 2003). L'analisi della "ground-wave" risulta essere, tuttavia, la metodologia di indagine più promettente per la stima del contenuto d'acqua, in assenza di fenomeni ben definiti di riflessione e rifrazione e in assenza di conoscenze a priori del sito analizzato (Du & Rummel, 1994). La "ground wave" è l'onda che viaggia, attraverso lo strato superiore del suolo, direttamente dall'antenna trasmittente all'antenna ricevente percorrendo, quindi, una distanza nota a priori.

La "ground wave" può essere identificata effettuando misure in modalità "multi-offset", ovvero variando progressivamente la distanza fra l'antenna trasmittente e l'antenna ricevente. Il cammino diretto dell'onda, attraverso la parte superiore del suolo, fra la sorgente e il ricevitore porta, infatti, ad una relazione lineare tra il tempo di arrivo e la distanza fra le antenne e la pendenza di tale retta risulta corrispondere alla velocità di propagazione del segnale. Tale modalità di misura risulta, tuttavia, piuttosto gravosa in termini di tempo e lavoro necessari, e fornisce solo valori medi (media orizzontale lineare sulla distanza fra le antenne) di velocità. La velocità della "ground wave" può essere determinata anche attraverso misure in modalità "single-offset" (ovvero mantenendo costante la distanza relativa fra le antenne), a condizione che il tempo di

arrivo approssimativo per la “ground wave” sia stato precedentemente determinato attraverso misure “multi-offset” e che la separazione fra l’antenna trasmittente e riflettente sia tale per cui vi sia un chiaro disaccoppiamento fra quest’onda e l’onda diretta che viaggia in aria (“air wave”). Tale modalità di misura fornisce sempre dei valori medi di velocità (dell’ordine del metro), ed, inoltre, può risultare di difficile applicabilità sia per la difficoltà di separare la ground wave dalle onde riflesse e rifratte con angolo critico, sia per la difficoltà nello scegliere una separazione fra le antenne che permetta un disaccoppiamento fra la “air wave” e la “ground wave” in tutte le condizioni di misura caratterizzanti il sito indagato (tale separazione risulta dipendere, infatti, dalla lunghezza d’onda, e quindi dalla permittività dielettrica del terreno, e risulta essere limitata superiormente dalla separazione massima fra le antenne per cui la “ground wave” possa ancora essere osservata).

Nel presente lavoro di dottorato, un nuovo approccio per la stima del contenuto idrico dei suoli tramite misure GPR è proposto. Tale tecnica si basa, essenzialmente, sull’acquisizione di misure in modalità “single-offset” e sulla stima della permittività dielettrica attraverso l’analisi delle informazioni contenute nella prima finestra temporale delle forme d’onda acquisite. L’apparato GPR utilizzato è un sistema “single-offset” caratterizzato da una distanza relativa fra le antenne dell’ordine della lunghezza d’onda. In tali condizioni i diversi modi d’onda interferiscono fra loro e una modellazione teorica dei campi diviene complessa; i segnali che si propagano non possono essere rappresentati come raggi e fronti d’onda (come nel caso dell’approssimazione di campo lontano) e non risulta esserci un chiaro disaccoppiamento fra la “air wave” e la “ground wave”. Allo scopo di verificare la possibilità di stimare la distribuzione d’acqua superficiale di un suolo, utilizzando le informazioni contenute nell’ampiezza del segnale ed associate all’accoppiamento antenna-suolo, una tecnica di analisi della prima finestra temporale delle tracce radar è stata sviluppata e la correlazione lineare con i valori di permittività dielettrica, misurata tramite tecnica TDR, è stata esaminata. Tale tecnica GPR di acquisizione e di analisi presenta i vantaggi caratteristici delle indagini effettuate utilizzando le informazioni contenute nella “ground wave” (ovvero la possibilità di ottenere informazioni anche in assenza di riflettori posti a profondità note o di ben definite anomalie dielettriche sepolte) ma non ne presenta le problematiche (come, ad esempio, i lunghi tempi di

acquisizione delle misure “multi-offset” o le difficoltà interpretative delle misure “single-offset”). Tale tecnica, inoltre, data la piccola distanza fra le antenne, fornisce informazioni con una risoluzione spaziale maggiore, effettuando una media orizzontale delle caratteristiche dielettriche del suolo su una distanza dell’ordine della decina di centimetri. Dimostrata la validità di utilizzo di tale metodologia GPR si potrebbe, quindi, applicare sistematicamente, per la mappatura idrica superficiale dei suoli, una tecnica di indagine rapida, altamente locale ed adatta a qualsiasi contesto sperimentale.

L’attività di ricerca si è incentrata sullo studio e sulla verifica di applicabilità di tale tecnica di indagine. Misure sperimentali sono state effettuate su di un sito naturale caratterizzato da un forte gradiente orizzontale dei parametri elettromagnetici. Allo scopo di effettuare indagini sperimentali in maniera più sistematica, in condizioni idriche controllate e minimizzando l’influenza di parametri secondari, si è passati successivamente alla costruzione e all’effettuazione di misure su di un sito artificiale (“test-site”). Infine, per ottimizzare le metodologie di analisi del segnale, per verificarne i limiti e per validare teoricamente la tecnica di indagine utilizzata, un modello numerico, descrivente il comportamento elettromagnetico di una coppia di antenne poste su di una superficie di discontinuità (come quella aria-suolo), è stato implementato.

La tesi è articolata in cinque capitoli che vengono di seguito riassunti. Nel Capitolo 1 sono riportati i richiami di elettromagnetismo a partire dall’enunciazione delle equazioni di Maxwell. Vengono, inoltre, descritte le proprietà dielettriche e magnetiche dei materiali e vengono introdotti i concetti di polarizzazione, di permittività dielettrica e di permeabilità magnetica complessa. Determinate le equazioni delle onde elettromagnetiche vengono, infine, descritte le relazioni che ne legano le caratteristiche di propagazione alle caratteristiche elettromagnetiche dei mezzi nei quali si propagano.

Nel Capitolo 2 sono mostrate le metodologie di indagine elettromagnetica per la stima del contenuto idrico dei suoli. In particolare, dopo una descrizione delle proprietà dielettriche dell’acqua, lo stato dell’arte, il principio di funzionamento e le modalità di misura delle tecniche di indagine TDR e GPR sono riportate.

Il Capitolo 3 verte sulla formulazione, non approssimata, del problema elettromagnetico caratterizzante il sistema GPR, ovvero sulla caratterizzazione dei campi elettromagnetici generati da una coppia di antenne poste in prossimità di una superficie di discontinuità

dielettrica. Ciò viene fatto determinando un'opportuna funzione di Green per campi elettromagnetici in un mezzo stratificato e, attraverso questa, determinando il campo caratteristico delle normali operazioni di indagine georadar.

Nel Capitolo 4 e nel Capitolo 5 sono riportate le misure sperimentali effettuate e le metodologie di analisi del segnale utilizzate; sono evidenziati i risultati e le problematiche legate all'utilizzo del sistema GPR, per la stima del contenuto idrico superficiale dei suoli, nella modalità proposta in questo lavoro. In particolare, nel Cap. 4 sono riportate le misure effettuate su di un sito naturale, mentre nel Cap. 5 le modalità di costruzione di un test site per effettuare indagini in condizioni idriche controllate e le misure su di esso effettuate sono riportate.

Il Capitolo 6 descrive il modello implementato computazionalmente per effettuare delle simulazioni numeriche del sistema sperimentale utilizzato per le indagini. In particolare, sono riportate le opportune equazioni integrali, la funzione di Green e le modalità di discretizzazione e soluzione numerica. Diverse simulazioni sono state effettuate variando i parametri di ingresso del modello così da indagare quali siano le condizioni di applicabilità, i limiti e i volumi di indagine della tecnica da noi utilizzata. In ultimo, modelli numerici simulanti le condizioni sperimentali in cui sono state effettuate le misure sono stati implementati e i risultati sono stati analizzati e confrontati con i dati sperimentali acquisiti.

1 ELEMENTI DI ELETTROMAGNETISMO

1.1 Le Equazioni di Maxwell

La forma differenziale delle equazioni di Maxwell è la rappresentazione più ampiamente utilizzata per descrivere e correlare i vettori di campo, le densità di corrente e le densità di carica in ogni punto dello spazio e del tempo. Tuttavia una completa descrizione dei vettori di campo in ogni punto (incluso le discontinuità) e ad ogni istante, richiede non solo l'utilizzo delle equazioni di Maxwell in forma differenziale, ma anche delle condizioni al contorno associate.

In forma differenziale le equazioni di Maxwell possono essere scritte come:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\vec{M}_i - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{M}_i - \vec{M}_d = -\vec{M}_t \quad 1.1.1$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_i + \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_{ic} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_{ic} + \vec{J}_d = \vec{J}_t \quad 1.1.2$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = q_{ev} \quad 1.1.3$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = q_{mv} \quad 1.1.4$$

dove

$$\vec{J}_{ic} = \vec{J}_i + \vec{J}_c$$

$$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad 1.1.5$$

$$\vec{M}_d = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Tutte le quantità $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{J}$, $\vec{M}$ e $q_{ev,mv}$ sono assunte dipendenti dal tempo e dalle coordinate spaziali, cioè funzioni del tipo $f = f(x, y, z, t)$; le definizioni e le unità di misura sono di seguito riportate:

$\vec{E}$ = vettore campo elettrico (Volt/metro);

$\vec{H}$ = vettore campo magnetico (Ampère/metro);

$\vec{D}$ = vettore spostamento elettrico (Coulomb/metro²);

$\vec{B}$ = vettore induzione magnetica (Weber/metro²);

$\vec{J}_i$ = densità di corrente elettrica applicata (Ampère/metro²);

$\vec{J}_c$ = densità di corrente elettrica di conduzione (Ampère/metro²);

$\vec{J}_d$ = densità di corrente elettrica di spostamento (Ampère/metro²);

$\vec{M}_i$ = densità di corrente magnetica applicata (Volt/metro²);

$\vec{M}_d$ = densità di corrente magnetica di spostamento (Volt/metro²);

q_{ev} = densità di carica elettrica (Coulomb/metro³);

q_{mv} = densità di carica magnetica (Weber/metro³).

La densità di corrente di spostamento $\vec{J}_d = \partial \vec{D} / \partial t$ fu introdotta da Maxwell per completare la legge stazionaria di Ampère $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$.

A causa della simmetria delle equazioni di Maxwell, il termine $\partial \vec{B} / \partial t$ nella Eq.1.1.1 è stato indicato come una densità di corrente magnetica di spostamento. In aggiunta la densità di corrente magnetica applicata $\vec{M}_i$ e la densità di carica magnetica q_{mv} sono state introdotte, rispettivamente, nella Eq.1.1.1 e nella Eq.1.1.4 attraverso il concetto di corrente “generalizzata”; sebbene quest’ultime non siano fisicamente realizzabili, sono state introdotte formalmente per bilanciare le equazioni di Maxwell.

Per completezza osserviamo che in aggiunta alle equazioni di Maxwell c’è un’altra equazione che lega le variazioni della densità di corrente alla densità di carica

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{ic} = -\frac{\partial q_{ev}}{\partial t}; \quad 1.1.6$$

questa è la cosiddetta equazione di continuità e può essere ottenuta combinando opportunamente le equazioni di Maxwell.

1.2 I Dielettrici

I dielettrici ideali sono materiali macroscopicamente neutri, caratterizzati dall’avere atomi o molecole con tutti gli elettroni fortemente legati ai rispettivi nuclei; non vi è, pertanto, al loro interno, nessuna carica libera di muoversi. Pur essendo elettricamente neutro, il dielettrico può produrre un campo elettrico macroscopico se possiede un

momento di dipolo elettrico diverso da zero. Tale momento di dipolo risultante, nullo in assenza di un campo elettrico esterno, può venir indotto sotto l'azione di questo (polarizzazione elettrica). Per tener conto di questo fenomeno macroscopico viene introdotto il vettore polarizzazione elettrica $\vec{P}$. Questo è definito come il momento di dipolo elettrico posseduto dal dielettrico per unità di volume, cioè:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^{N_e \Delta V} d\vec{p}_i \quad 1.2.1$$

dove ΔV è il volume, N_e il numero di dipoli per unità di volume, e $d\vec{p}_i$ sono i vari momenti che si formano nel volume in considerazione. Più in generale, quando un dielettrico viene sottoposto a un campo elettrico esterno, le sue molecole acquistano un dipolo elettrico medio $\langle d\vec{p} \rangle$ non nullo e orientato parallelamente al campo locale al quale è sottoposto. Quindi, è possibile definire il vettore polarizzazione elettrica anche come

$$\vec{P} = N_e \langle d\vec{p} \rangle. \quad 1.2.2$$

Esistono due categorie di dielettrici a seconda che sia presente o meno un momento di dipolo intrinseco. Nei dielettrici apolari le molecole non possiedono un momento di dipolo permanente ($d\vec{p}_i = 0$); la presenza di un campo elettrico esterno può, tuttavia, indurre un momento di dipolo diverso da zero separando i baricentri delle cariche positive e negative e dando origine a dei dipoli indotti. Nei dielettrici polari, come ad esempio l'acqua, le molecole possiedono, invece, un dipolo intrinseco diverso da zero, ma il loro orientamento casuale fa in modo che il vettore polarizzazione elettrica sia nullo. Quando un dielettrico isotropo, sia esso polare o apolare, è sottoposto ad un campo elettrico esterno, acquista una polarizzazione; i dipoli, permanenti o indotti, si orientano in direzione del campo elettrico applicato. Il processo di polarizzazione può avvenire attraverso i seguenti meccanismi:

i) Polarizzazione elettronica (o per deformazione): è dovuta allo spostamento della nube elettronica rispetto al nucleo; il campo elettrico $\vec{E}$ applicato induce, infatti, una forza proporzionale al campo elettrico locale pari a $\vec{f} = Ze\vec{E}_l$ sul nucleo e $-\vec{f} = Ze\vec{E}_l$ sul baricentro della nube elettronica. Il nucleo e il baricentro della carica negativa si spostano, di conseguenza, l'uno rispetto all'altro e, avendo carica opposta, si attraggono

con una forza elettrostatica $\vec{f}_{attr}$; l'equilibrio si ha quando $\vec{f} = \vec{f}_{attr}$. Lo spostamento dei baricentri produce un momento di dipolo indotto che, per campi non troppo intensi, risulta proporzionale al campo elettrico applicato ($\vec{p} = \alpha_e \vec{E}_l$, dove il coefficiente α_e rappresenta la polarizzabilità elettronica).

ii) Polarizzazione atomica: è analoga a quella elettronica con la differenza che il campo elettrico porta ad una variazione della posizione relativa degli atomi all'interno di una molecola invece che di quella tra baricentro delle cariche positive e negative all'interno dello stesso atomo.

iii) Polarizzazione dipolare: si verifica nei materiali costituiti da molecole polari (HCl, H₂O,...) ed è dovuta all'allineamento dei dipoli permanenti ad opera del campo elettrico applicato. In presenza di un campo elettrico locale $\vec{E}_l$, infatti, ogni dipolo $d\vec{p}_i$ è soggetto al momento meccanico $\vec{M} = d\vec{p}_i \times \vec{E}_l$ che tende ad orientarlo come $\vec{E}_l$, contrastando l'orientamento casuale dovuto all'agitazione termica.

iv) Polarizzazione ionica: si manifesta nei materiali che non sono dielettrici ideali, ma che contengono ioni al loro interno. Per azione del campo elettrico esterno anioni e cationi migrano in direzioni opposte, generando la separazione di carica che dà luogo alla polarizzazione del materiale.

La polarizzabilità totale è il risultato di questi quattro contributi, ma il peso con cui ciascun contributo interviene dipende dalla frequenza del campo elettrico applicato. I quattro tipi di polarizzazione, infatti, avvengono su scale temporali differenti perché i dipoli impiegano intervalli di tempo diversi per allinearsi con il campo. Se il campo elettrico applicato è a bassa frequenza, ogni tipo di polarizzazione riesce a seguire le variazioni del campo, mentre, per un campo elettrico a frequenza più elevata, può succedere che i processi di polarizzazione più lenti non riescano a seguire le variazioni del campo elettrico. La polarizzazione elettronica avviene in tempi molto piccoli e può, quindi, aver luogo anche per frequenze elevate (superiori alla luce visibile $\sim 10^6$ GHz). La polarizzazione atomica si manifesta a frequenze inferiori dal momento che i nuclei hanno una massa molto più grande di quella elettronica e rispondono più lentamente alle variazioni del campo applicato (da $\sim 10^2$ a $\sim 10^5$ GHz per gli atomi più leggeri, $\sim$ MHz per gli atomi più pesanti). La polarizzazione dipolare si manifesta nell'intervallo di frequenze che va da qualche kHz fino al GHz, ma, a causa della dipendenza dalla

temperatura, questo processo può interessare anche frequenze al di fuori di questo intervallo. Il tipo di polarizzazione più lenta è quella ionica in cui la separazione delle cariche può richiedere tempi dell'ordine del minuto. Qualunque sia il processo di polarizzazione, il dielettrico, alla fine, risulta caratterizzato da un momento di dipolo elettrico per unità di volume diverso da zero; il vettore spostamento elettrico, che nel vuoto è dato da

$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_a \quad 1.2.3$$

con $\vec{E}_a$ vettore campo elettrico applicato, risulta, quindi, nel dielettrico, della forma

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_a + \vec{P}. \quad 1.2.4$$

Il vettore spostamento elettrico può anche essere direttamente relazionato al campo applicato attraverso

$$\vec{D} = \epsilon_s \vec{E}_a \quad 1.2.5$$

e quindi $\vec{P}$ risulta essere legato a $\vec{E}_a$ da

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}_a \quad 1.2.6$$

dove χ_e è una quantità adimensionale nota come suscettività elettrica. Il vettore spostamento elettrico risulta essere, quindi, uguale a

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_a + \epsilon_0 \chi_e \vec{E}_a = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E}_a = \epsilon_s \vec{E}_a \quad 1.2.7$$

e si ha

$$\epsilon_s = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \quad 1.2.8$$

dove ϵ_s è la permittività statica del mezzo e il suo valore relativo

$$\epsilon_{sr} = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_0} = 1 + \chi_e \quad 1.2.9$$

è la permittività dielettrica relativa, meglio conosciuta come costante dielettrica.

L'Eq.1.2.7 è valida nel caso in cui il tempo necessario per la polarizzazione sia piccolo rispetto alle variazioni del campo applicato. Nel caso più generale l'applicazione di un campo elettrico a gradino al tempo $t=0$ farà aumentare in modo graduale la polarizzazione del materiale dal valore di polarizzazione istantanea, $\vec{P}_\infty$, fino a quello asintotico di polarizzazione statica, $\vec{P}_s$. Analogamente la permittività passerà dal valore istantaneo, ϵ_∞ , a quello statico, ϵ_s . In Fig.1.2.1 sono riassunti tutti i meccanismi di

polarizzazione e i relativi intervalli di frequenze di attivazione attraverso l'andamento della permittività con la frequenza nel caso di un mezzo che ammetta tutti i processi di polarizzazione descritti.

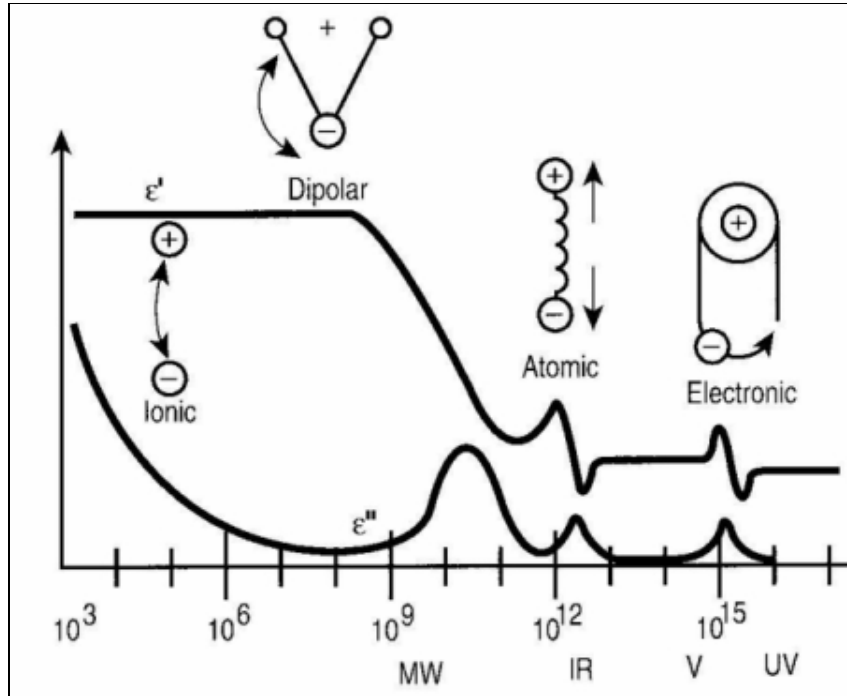


Fig. 1.2.1

1.3 I Materiali magnetici

I materiali magnetici sono quei materiali che mostrano una polarizzazione magnetica nel momento in cui sono sottoposti ad un campo magnetico esterno applicato. Il fenomeno di magnetizzazione è rappresentato dall'allineamento dei dipoli magnetici del materiale con il campo magnetico applicato, in analogia all'allineamento dei dipoli elettrici del materiale dielettrico con il campo elettrico applicato. Un'interpretazione quantitativamente soddisfacente, anche se non accurata, riguardante il comportamento dei materiali magnetici sottoposti a campi magnetici applicati, può essere ottenuta rappresentando semplicemente gli elettroni come cariche negative orbitanti attorno ad un nucleo carico positivamente. Gli elettroni sono pertanto assimilabili a spire

microscopiche percorse da corrente, e dunque ognuno di essi equivale ad un dipolo magnetico. In assenza di un campo magnetico locale internamente alla materia, tutti questi dipoli microscopici sono orientati casualmente con risultante macroscopica nulla. In presenza di un campo magnetico applicato si generano dei fenomeni di polarizzazione; il momento magnetico risultante di ogni porzione di materiale non è più nullo. Per tener conto di questo fenomeno macroscopicamente si introduce il vettore polarizzazione magnetica $\vec{M}$, definito come:

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^{N_m \Delta V} d\vec{m}_i = N_m \langle d\vec{m} \rangle \quad 1.3.1$$

dove ΔV è il volume, N_m il numero di dipoli per unità di volume, $d\vec{m}_i$ sono i vari momenti che si formano nel volume in considerazione e $\langle d\vec{m} \rangle$ il loro valore medio vettoriale.

Il vettore induzione magnetica è aumentato dalla presenza di $\vec{M}$ e, in ogni punto interno alla superficie, risulta essere dato da

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H}_a + \vec{M}) \quad 1.3.2$$

dove $\vec{H}_a$ è il campo magnetico applicato. In generale, è possibile correlare il vettore induzione magnetica al vettore campo magnetico attraverso la relazione

$$\vec{B} = \mu_s \vec{H}_a. \quad 1.3.3$$

Confrontando la Eq.1.3.2 con la Eq.1.3.3 si ottiene

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}_a \quad 1.3.4$$

dove χ_m è la suscettività magnetica (quantità dimensionale).

Sostituendo la Eq.1.3.4 nella Eq.1.3.2 ed uguagliandola alla Eq.1.3.3 si ricava

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H}_a + \chi_m \vec{H}_a) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}_a = \mu_s \vec{H}_a \quad 1.3.5$$

ed è, quindi, possibile definire

$$\mu_s = \mu_0 (1 + \chi_m) \quad 1.3.6$$

la permeabilità statica del mezzo ed il suo valore relativo

$$\mu_{sr} = \frac{\mu_s}{\mu_0} = 1 + \chi_m. \quad 1.3.7$$

1.4 La Permettività complessa

Nel caso in cui il processo di polarizzazione dielettrica, descritto nel Par.2, non sia istantaneo, l'Eq.1.2.7 deve essere modificata in modo da tener conto degli eventuali effetti di rilassamento del mezzo. Il vettore spostamento elettrico può essere, così, espresso come somma di due contributi aventi costanti di tempo diverse (Landau e Lifchitz, 1969)

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_\infty \vec{E}(t) + \int_0^\infty f(u) \vec{E}(t-u) du \quad 1.4.1$$

dove il primo termine rappresenta il contributo istantaneo proveniente dalla polarizzazione per deformazione, mentre il secondo tiene conto degli effetti dovuti all'orientamento dei dipoli. L'Eq.1.4.1 implica che il vettore spostamento al tempo t dipenda non soltanto dal valore di $\vec{E}$ al tempo t , ma anche da tutti i valori che il campo elettrico ha assunto prima di t attraverso le funzioni peso $f(u)$.

Nel modello di Debye si assume che queste funzioni siano esponenziali e del tipo:

$$f(t) = f(0) \exp(-t/\tau) \quad 1.4.2$$

dove τ indica il tempo di rilassamento, funzione del materiale e della temperatura. Per campi sinusoidali, della forma

$$\begin{aligned} \vec{D}(t) &= \vec{D}_0 \exp(j\omega t) \\ \vec{E}(t) &= \vec{E}_0 \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad 1.4.3$$

l'Eq.1.4.1, attraverso l'Eq.1.4.2, può essere scritta come

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_\infty \vec{E} + \frac{\vec{E} f(0)}{\frac{1}{\tau} + j\omega} \quad 1.4.4$$

da cui

$$\vec{D} = \left(\epsilon_0 \epsilon_\infty + \frac{f(0)}{\frac{1}{\tau} + j\omega} \right) \vec{E} \quad 1.4.5$$

Imponendo che a $\omega = 0$ valga l'Eq.1.2.7, si può ricavare $f(0)$

$$f(0) = \epsilon_0 \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{\tau} \quad 1.4.6$$

che permette di esprimere l'Eq.1.4.5 nella forma

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \right) \vec{E}. \quad 1.4.7$$

Dall'Eq.1.4.7 è possibile definire la costante dielettrica complessa relativa:

$$\varepsilon_r^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \quad 1.4.8$$

le cui parti, reale e immaginaria, risultano essere, rispettivamente:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r'(\omega) &= \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} \\ \varepsilon_r''(\omega) &= \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \end{aligned} \quad 1.4.9$$

Le relazioni di Eq.1.4.9 rappresentano le formule di Debye e descrivono l'andamento della permittività complessa in funzione della frequenza. In Fig.1.4.1 è mostrato come la parte immaginaria della permittività dielettrica abbia un massimo e la parte reale un punto di flesso in corrispondenza della frequenza di rilassamento

$$\omega_{rel} = \frac{1}{\tau}. \quad 1.4.10$$

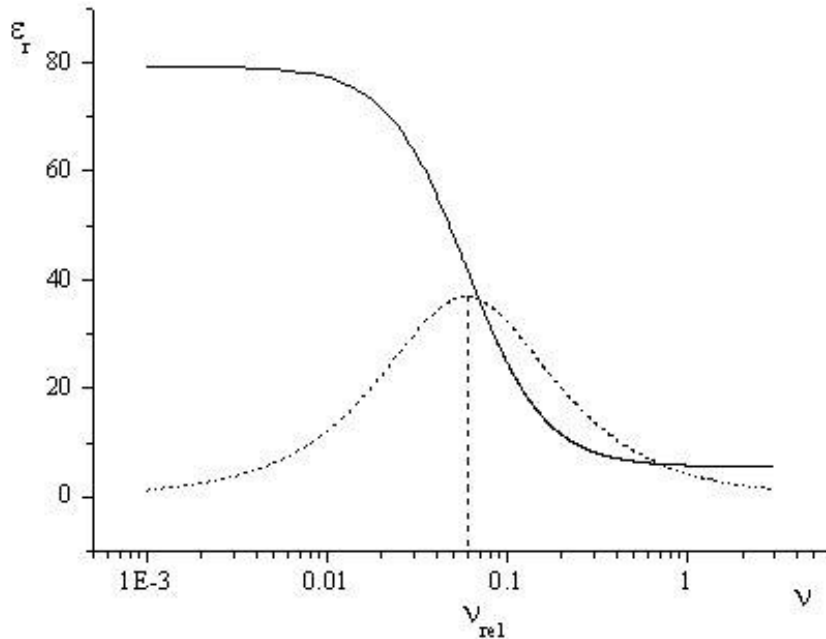


Fig. 1.4.1

In generale, indipendentemente o meno dall'utilizzo del modello di Debye, la presenza di fenomeni di polarizzazione non istantanei caratterizzanti il vettore spostamento elettrico, porta alla necessità di definire la permittività dielettrica relativa di un mezzo come quantità complessa

$$\epsilon_r^* = \epsilon_r' - j\epsilon_r'' \quad 1.4.11$$

le cui parti, reale ed immaginaria, risultano essere legate dalla relazione di Kramers-Kronig:

$$\begin{aligned} \epsilon_r'(\omega) &= 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega'' \epsilon_r''(\omega')}{(\omega')^2 - \omega^2} d\omega' \\ \epsilon_r''(\omega) &= \frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{1 - \epsilon_r'(\omega'')}{(\omega')^2 - \omega^2} d\omega' \end{aligned} \quad 1.4.12$$

Attraverso l'Eq.1.4.11, e considerando le permittività dielettriche

$$\begin{aligned} \epsilon^* &= \epsilon_0 \epsilon_r^* \\ \epsilon' &= \epsilon_0 \epsilon_r' \\ \epsilon'' &= \epsilon_0 \epsilon_r'' \end{aligned} \quad 1.4.13$$

è possibile scrivere, per campi sinusoidali, l'equazione di Maxwell-Ampere, in forma differenziale, come:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J}_i + \sigma_s \vec{E} + j\omega(\epsilon' - j\epsilon'')\vec{E} = \\ \vec{J}_i + (\sigma_s + \omega\epsilon'')\vec{E} + j\omega\epsilon'\vec{E} &= \vec{J}_i + \sigma_e \vec{E} + j\omega\epsilon_r' \vec{E} \end{aligned} \quad 1.4.14$$

dove

$$\sigma_e = \text{conducibilità equivalente} = \sigma_s + \omega\epsilon'' = \sigma_s + \sigma_a;$$

$$\sigma_a = \text{conducibilità dovuta al campo alternato} = \omega\epsilon'';$$

$$\sigma_s = \text{conducibilità statica.}$$

Il termine σ_e rappresenta, quindi, la conducibilità elettrica totale data dalla somma di un termine rappresentante la conducibilità elettrica statica e di un termine rappresentante la conducibilità elettrica dovuta alla presenza di un campo elettrico alternato, quest'ultima causata dalla rotazione dei dipoli nel momento in cui questi tendono ad allinearsi con il campo applicato. Nella Eq.1.4.14, accanto alla densità di corrente elettrica impressa $\vec{J}_i$, ci sono anche altre due componenti, la densità di corrente elettrica dovuta alla conducibilità elettrica effettiva, $\vec{J}_{ce}$, e la densità di corrente di spostamento $\vec{J}_{de}$. Così possiamo scrivere la densità di corrente elettrica totale, $\vec{J}_t$, come

$$\vec{J}_t = \vec{J}_i + \vec{J}_{ce} + \vec{J}_{de} \quad 1.4.15$$

dove $\vec{J}_{ce} = \sigma_e \vec{E}$ e $\vec{J}_{de} = j\omega\epsilon' \vec{E}$. L'Eq.1.4.15 può essere scritta, introducendo la tangente di perdita, anche come:

$$\vec{J}_t = \vec{J}_i + j\omega\epsilon' \left(1 - \frac{j\sigma_e}{\omega\epsilon'}\right) \vec{E} = \vec{J}_i + j\omega\epsilon' (1 - j \tan \delta_e) \vec{E} \quad 1.4.16$$

dove

$$\tan \delta_e = \text{tangente di perdita effettiva} = \frac{\sigma_e}{\omega\epsilon'} = \frac{\sigma_s + \sigma_a}{\omega\epsilon'} = \frac{\sigma_s}{\omega\epsilon'} + \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \tan \delta_s + \tan \delta_a$$

$$\text{con } \tan \delta_s = \text{tangente di perdita statica} = \frac{\sigma_s}{\omega\epsilon'}$$

$$\text{e } \tan \delta_a = \text{tangente di perdita alternata} = \frac{\sigma_a}{\omega\epsilon'} = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}.$$

1.5 La Permeabilità complessa

In materiali caratterizzati dall'avere un valore della permeabilità magnetica diversa da quella del vuoto ci possono essere dei fenomeni di perdita magnetica; possiamo tener conto di tali fenomeni, analogamente al caso elettrico, introducendo una permeabilità complessa

$$\mu^* = \mu' - j\mu'' \quad 1.5.1$$

Attraverso l'Eq.1.5.1 l'equazione di Maxwell-Faraday può essere scritta come

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\vec{M}_i - j\omega\mu^* \vec{H} = -\vec{M}_i - j\omega(\mu' - j\mu'') \vec{H} \\ &= -\vec{M}_i - \omega\mu'' \vec{H} - j\omega\mu' \vec{H} = -\vec{M}_t \end{aligned} \quad 1.5.2$$

dove

$$\vec{M}_t = \vec{M}_i + \omega\mu'' \vec{H} + j\omega\mu' \vec{H} \quad 1.5.3$$

con

$$\vec{M}_t = \text{densità di corrente magnetica totale;}$$

$$\vec{M}_i = \text{densità di corrente magnetica applicata;}$$

$$\vec{M}_c = \text{densità di corrente magnetica di conduzione} = \omega\mu'' \vec{H};$$

$\vec{M}_d$ = densità di corrente magnetica di spostamento = $j\omega\mu'\vec{H}$.

Introducendo la tangente di perdita possiamo scrivere la Eq.1.5.3 come

$$\vec{M}_i = \vec{M}_i + j\omega\mu'\left(1 - j\frac{\mu''}{\mu'}\right)\vec{H} = \vec{M}_i + j\omega\mu'(1 - j\tan\delta_m)\vec{H} \quad 1.5.4$$

dove

$$\tan\delta_m = \text{tangente di perdita magnetica alternata} = \frac{\mu''}{\mu'}.$$

In aggiunta all'essere complessa, la permeabilità magnetica, analogamente alla permittività dielettrica, risulta essere anche funzione della frequenza.

1.6 Onde Elettromagnetiche

Consideriamo le equazioni di campo di Maxwell nella forma differenziale

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon^* \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad 1.6.1$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu^* \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad 1.6.2$$

sotto la condizione aggiuntiva che il campo non contenga ne cariche elettriche libere

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad 1.6.3$$

ne poli magnetici

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0. \quad 1.6.4$$

Consideriamo la permeabilità magnetica complessa del mezzo della forma

$$\mu^* = \mu' - j\mu'' \quad 1.6.5$$

e consideriamo la permittività complessa del tipo

$$\varepsilon^* = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad 1.6.6$$

con

$$\varepsilon'' = \varepsilon'' + \frac{\sigma_s}{\omega} \quad 1.6.7$$

dove σ_s è la conducibilità statica del mezzo.

Introducendo il concetto di conducibilità equivalente

$$\sigma_e = \sigma_s + \omega \varepsilon'' \quad 1.6.8$$

la Eq.1.6.6 può essere espressa anche come

$$\varepsilon^* = \varepsilon' - j \frac{\sigma_e}{\omega}. \quad 1.6.9$$

La formulazione della Eq.1.6.6 nella forma

$$\varepsilon^* = \varepsilon' - j \left(\varepsilon'' + \frac{\sigma_s}{\omega} \right) \quad 1.6.10$$

risulta essere la formulazione più generale e tiene conto sia delle perdite dielettriche che di quelle conduttive.

Una interpretazione delle equazioni di campo richiede, come primo passo, la separazione dei vettori di campo $\vec{E}$ e $\vec{H}$. Questo può essere fatto differenziando le equazioni rispetto al tempo e sostituendo una equazione nell'altra. In questo modo otteniamo dalla Eq.1.6.1

$$\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu^*} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \varepsilon^* \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad 1.6.11$$

che diviene, attraverso la Eq.1.6.3 ed identità vettoriali

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad 1.6.12$$

Analogamente, differenziando la Eq.1.6.2, otteniamo per il campo magnetico la relazione completamente simmetrica

$$\nabla^2 \vec{H} = \varepsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad 1.6.13$$

Semplifichiamo queste equazioni assumendo che i vettori di campo $\vec{E}$ e $\vec{H}$ dipendano solamente da x e t , cioè

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{\partial \vec{H}}{\partial y} = \frac{\partial \vec{H}}{\partial z} = 0. \quad 1.6.14$$

La Eq.1.6.12 e la Eq.1.6.13 così diventano

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} &= \varepsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} &= \varepsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad 1.6.15$$

La soluzione di queste equazioni differenziali che qui ci interessa è un'onda piana

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 \exp(j\omega t - \gamma x) \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 \exp(j\omega t - \gamma x)\end{aligned}\tag{1.6.16}$$

che varia periodicamente nel tempo con una frequenza

$$\nu = \omega/2\pi\tag{1.6.17}$$

e avanza nella direzione $+x$ dello spazio con un fattore di propagazione complesso

$$\gamma = j\omega\sqrt{\epsilon^* \mu^*} = \alpha + j\beta\tag{1.6.18}$$

α è il fattore di attenuazione e β è il fattore di fase dell'onda. Introducendo questi fattori, possiamo riscrivere la Eq.1.6.16 come

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 \exp(-\alpha x) \exp[j2\pi(\nu t - \beta x/2\pi)] \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 \exp(-\alpha x) \exp[j2\pi(\nu t - \beta x/2\pi)]\end{aligned}\tag{1.6.19}$$

L'onda ha, quindi, un periodo temporale

$$T = 1/\nu,\tag{1.6.20}$$

un periodo spaziale

$$\lambda = 2\pi/\beta\tag{1.6.21}$$

e una velocità di fase

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{\beta}.\tag{1.6.22}$$

Per vedere come i vettori $\vec{E}$ e $\vec{H}$ sono accoppiati, consideriamo le equazioni di campo ed esplicitiamo le componenti di campo. A causa della condizione di Eq.1.6.14, solo le derivate rispetto ad x rimangono, e le equazioni di campo sono

$$\begin{aligned}0 &= \epsilon^* \frac{\partial E_x}{\partial t} & 0 &= -\mu^* \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} &= \epsilon^* \frac{\partial E_y}{\partial t} & -\frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu^* \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \epsilon^* \frac{\partial E_z}{\partial t} & \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu^* \frac{\partial H_z}{\partial t}\end{aligned}\tag{1.6.23}$$

In aggiunta, dal momento che le divergenze sono nulle

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0\tag{1.6.24}$$

possiamo osservare che:

i) Le componenti x dei vettori di campo, ovvero le componenti longitudinali di campo delle onde elettromagnetiche, sono indipendenti dallo spazio e dal tempo, e perciò

possono essere considerate nulle. Queste particolari onde piane sono onde trasversali elettromagnetiche (onde TEM);

ii) Le componenti trasversali accoppiate delle onde $\vec{E}$ e $\vec{H}$ sono perpendicolari tra loro, e formano, insieme con la direzione di propagazione, un sistema di coordinate destrorso $+X, E_y, H_z$. Ciò appare evidente quando introduciamo la soluzione per il vettore $\vec{E}$ ed $\vec{H}$ (Eq.1.6.16) in una delle equazioni di campo scalari. Scegliendo, ad esempio, la relazione

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon^* \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad 1.6.25$$

otteniamo

$$\gamma H_z = j\omega\epsilon^* E_y \quad 1.6.26$$

dove la componente E_y del campo elettrico è accoppiata con la componente H_z del campo magnetico.

Il rapporto tra i vettori di campo elettrico e magnetico accoppiati

$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon^*} \equiv Z \quad 1.6.27$$

ci fornisce l'impedenza intrinseca del dielettrico, che può essere scritta, con l'aiuto della Eq.1.6.18, anche come

$$Z = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon^*} = \sqrt{\frac{\mu^*}{\epsilon^*}} = \frac{j\omega\mu^*}{\gamma}. \quad 1.6.28$$

L'impedenza intrinseca del vuoto a sua volta può essere scritta, grazie alla Eq.1.6.28 anche come

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi = 376.6\Omega. \quad 1.6.29$$

Consideriamo nuovamente la Eq.1.6.18 ed andiamo ad esplicitarla in modo da ottenere relazioni più facilmente utilizzabili

$$\gamma = j\omega\sqrt{\epsilon^*\mu^*} = j\omega\sqrt{(\epsilon' - j\epsilon'')(\mu' - j\mu'')} = \alpha + j\beta. \quad 1.6.30$$

Andiamo ad eguagliare parte reale ed immaginaria da entrambi i membri dell'equazione. Otteniamo

$$\alpha = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon_e''^2} - \epsilon'\mu' + \epsilon_e''\mu'' \right]^{1/2} \quad 1.6.31$$

$$\beta = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon_e''^2} + \varepsilon' \mu' - \varepsilon_e'' \mu'' \right]^{1/2}. \quad 1.6.32$$

Consideriamo nuovamente anche la Eq.1.6.22; grazie alla Eq.1.6.32 la velocità di fase può ora essere scritta come

$$v = \frac{\sqrt{2}}{\left[\sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon_e''^2} + \varepsilon' \mu' - \varepsilon_e'' \mu'' \right]^{1/2}}. \quad 1.6.33$$

Analizziamo ora alcuni casi particolari:

per materiali senza perdite magnetiche ($\mu'' = 0$) si ha :

$$\alpha = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \left[\mu' \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon_e''^2} - \varepsilon' \mu' \right]^{1/2} \quad 1.6.34$$

$$v = \frac{\sqrt{2}}{\left[\mu' \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon_e''^2} + \varepsilon' \mu' \right]^{1/2}} \quad 1.6.35$$

Queste espressioni, attraverso opportuni passaggi algebrici, possono essere ricondotte alla forma più usuale

$$\alpha = \frac{\omega}{2} (\varepsilon_e'' \mu') \cdot \frac{1}{\left[\frac{(\varepsilon' \mu')}{2} \cdot \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon_e''}{\varepsilon'} \right)^2} \right\} \right]^{1/2}} \quad 1.6.36$$

$$v = \frac{1}{\left[\frac{(\varepsilon' \mu')}{2} \cdot \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon_e''}{\varepsilon'} \right)^2} \right\} \right]^{1/2}} \quad 1.6.37$$

che introducendo la tangente di perdita elettrica effettiva $\tan \delta_e = \frac{\varepsilon_e''}{\varepsilon'}$, come

generalmente usato nelle applicazioni, divengono

$$v = \frac{1}{\left[\frac{(\varepsilon' \mu')}{2} \cdot \left\{ 1 + \sqrt{1 + \tan^2 \delta_e} \right\} \right]^{1/2}} \quad 1.6.38$$

$$\alpha = \frac{\omega}{2} (\varepsilon_e'' \mu') \cdot \frac{1}{\left[\frac{(\varepsilon' \mu')}{2} \cdot \left\{ 1 + \sqrt{1 + \tan^2 \delta_e} \right\} \right]^{1/2}}. \quad 1.6.39$$

Per materiali non magnetici, per i quali $\mu' = \mu_0$ si ha (ricordando che la velocità di un'onda nel vuoto è $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ e che $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$)

$$\alpha = \frac{60\pi\omega\epsilon''}{\left[\frac{(\epsilon'_r)}{2} \cdot \left\{1 + \sqrt{1 + \tan^2 \delta_e}\right\}\right]^{1/2}} \quad 1.6.40$$

$$v = \frac{c}{\left[\frac{(\epsilon'_r)}{2} \cdot \left\{1 + \sqrt{1 + \tan^2 \delta_e}\right\}\right]^{1/2}} \quad 1.6.41$$

Nel caso siano trascurabili anche le perdite elettriche, e cioè $\epsilon^* \cong \epsilon'$ ($\epsilon'' = 0$), ovvero $\tan \delta_e \ll 1$ si ha

$$\alpha = \frac{60\pi\omega\epsilon''}{\sqrt{\epsilon'_r}} \quad 1.6.42$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon'_r}} \quad 1.6.43$$

2 METODI ELETTROMAGNETICI PER LA MISURA DEL CONTENUTO IDRICO DEI SUOLI

Un notevole numero di metodi utilizzati, ed in rapido sviluppo, per determinare le caratteristiche, ed in particolare il contenuto idrico, dei suoli, si basa sull'utilizzo delle proprietà di campo caratterizzanti le equazioni di Maxwell. Il suolo è considerato come il mezzo in cui i campi elettromagnetici si propagano e le equazioni delle onde, derivanti dalla manipolazione delle equazioni di Maxwell, sono utilizzate per determinarne le proprietà ed, in particolar modo, il contenuto idrico. Tra le varie tecniche elettromagnetiche, la tecnica TDR (Time Domain Reflectometry) e la tecnica GPR (Ground Penetrating Radar) risultano essere tra quelle maggiormente affermate per effettuare indagini su piccola e media scala.

2.1 Le Proprietà elettriche dell'acqua

Le tecniche di indagine, che si basano sulla misura di proprietà elettromagnetiche, risultano essere delle tecniche ampiamente utilizzate per determinare il contenuto d'acqua dei suoli. La natura dipolare delle molecole d'acqua, infatti, fa sì che questa sia caratterizzata da proprietà elettromagnetiche del tutto particolari. La permittività dielettrica relativa dell'acqua risulta, generalmente, circa un ordine di grandezza maggiore di quella caratterizzante i suoli. Essendo la permittività dielettrica di una miscela costituita da mezzi immiscibili, o insolubili, data da una sorta di media dei valori caratterizzanti i singoli componenti, il valore di permittività di un suolo umido risulterà principalmente influenzato dal contenuto volumetrico di acqua che lo caratterizza. Più precisamente, la permittività dielettrica bulk di un suolo sarà funzione del contenuto volumetrico d'acqua θ_v , con una sola leggera dipendenza dalla densità bulk che lo caratterizza.

La permittività dielettrica relativa, chiamata a volte costante dielettrica, non è costante bensì funzione della frequenza; tale dipendenza dalla frequenza deve essere tenuta in

considerazione quando si effettuano indagini elettromagnetiche. In Fig.2.1.1 è mostrato l'andamento della permittività dielettrica, in funzione della frequenza, dell'acqua distillata. Come si può osservare, ϵ_r' è caratterizzata da una decrescita per frequenze superiori a 1 GHz, mentre ϵ_r'' risulta caratterizzata da un massimo in prossimità dei 10 GHz. La parte immaginaria della permittività descrive le perdite dielettriche, che derivano dai meccanismi di assorbimento come le rotazioni e le vibrazioni molecolari e le transizioni elettroniche. Queste perdite dielettriche si sommano a quelle causate dalla conducibilità elettrica statica σ_s . Come mostrato nelle equazioni delle onde, l'attenuazione α risulta essere funzione crescente della frequenza, tuttavia l'effetto di σ_s/ω decresce al crescere della frequenza. L'acqua presente nei suoli è influenzata dalle cariche elettriche della matrice di suolo e dei soluti, e può essere, dunque, caratterizzata da alcune proprietà elettriche che differiscono da quelle dell'acqua pura. Tuttavia, alle frequenze in cui operano la maggior parte delle tecniche elettromagnetiche, ed in particolare le tecniche considerate nel presente lavoro (come mostrato in Fig.2.1.1), ϵ_r' , che dipende principalmente dal contenuto di acqua, è costante e molto maggiore di ϵ_r'' . Questo rende i metodi elettromagnetici particolarmente indicati nella stima del contenuto d'acqua e, nella maggior parte nei casi, non influenzati significativamente dalle caratteristiche costitutive del suolo.

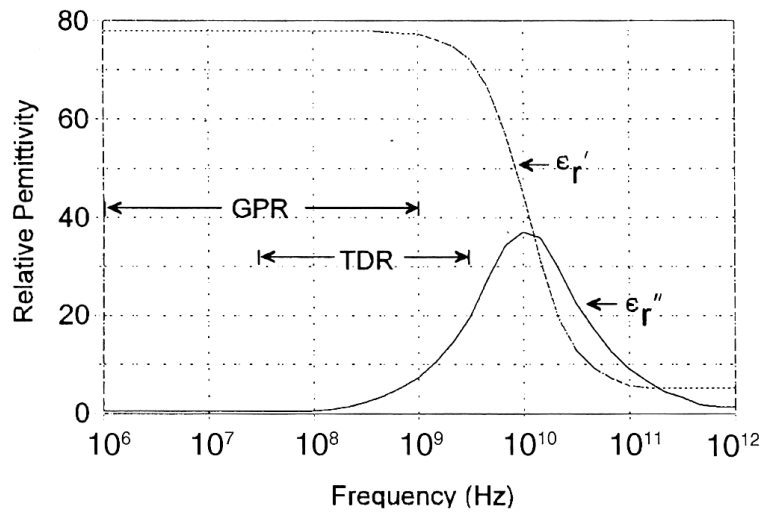


Fig. 2.1.1

Una stima del contenuto d'acqua attraverso metodi elettromagnetici fa uso del grande valore, rispetto a quello degli altri componenti del suolo, di ϵ'_r che la caratterizza al di sotto dei 10 GHz. I componenti minerali hanno, ad esempio, valori di ϵ'_r che variano da 3 a 7, i materiali organici valori che variano fra 2 e 5, il ghiaccio 3 e l'aria 1. Numerosi studi sono stati effettuati per cercare di determinare la natura della relazione fra il contenuto volumetrico d'acqua e ϵ'_r , al fine di stabilire una corretta retta di calibrazione. Non è stato possibile, tuttavia, determinare una relazione universale a causa della complessità delle interazioni fra le onde elettromagnetiche e le componenti del suolo. È stato dimostrato, comunque, come molti solidi presentino, fra loro, relazioni $\vartheta_v = \vartheta_v(\epsilon'_r)$ molto simili. In alcuni dei primi lavori, in questo campo, sono state trovate relazioni per il TDR (Topp et al., 1980) e per le tecniche dielettriche a microonde (Hallikainen et al., 1985); sono state sviluppate delle relazioni empiriche fra ϑ_v e ϵ'_r ciascuna delle quali utilizzabile in un ampio spettro di contesti sperimentali. Ulteriori sviluppi e raffinamenti hanno portato a trovare relazioni di calibrazione che riproducessero con più accuratezza la dipendenza della permittività dielettrica dal contenuto d'acqua, sfruttando però una conoscenza accurata delle caratteristiche costitutive del suolo (Dobson et al., 1985; Roth et al., 1992; Malicki et al., 1996). Da queste analisi e da lavori sperimentali correlati (Ledieu et al., 1986; Herkelrath et al., 1991; Whalley, 1993; White et al., 1994; Malicki et al., 1996; Hook & Livingstone, 1996), è stato dimostrato come il contenuto volumetrico di acqua ϑ_v possa essere considerato, con buona approssimazione, per una ampia varietà di suoli e su un ampio intervallo di contenuto idrico, funzione lineare di $\sqrt{\epsilon'_r}$.

2.2 Time Domain Reflectometry

La Reflettometria nel dominio del tempo (TDR) è una tecnica inizialmente sviluppata per effettuare misure in laboratorio di proprietà dielettriche di materiali (Fellner-Feldegg, 1969, 1972; Clarkson et al., 1977). Nei primi anni '70, Davis e Chubodiak (1975) mostrarono la correlazione fra la permittività elettrica e il contenuto volumetrico di acqua dei suoli. La dimostrazione che una singola relazione fosse valida per un ampio

numero di materiali porosi (Topp et al., 1980), diede inizio all'utilizzo sistematico del TDR per misure di contenuto d'acqua. Negli ultimi 30 anni, il TDR è stato utilizzato per misurare il contenuto d'acqua in differenti contesti ed è diventato uno dei principali metodi per questo tipo di misura, secondo solo al metodo gravimetrico.

La maggior parte degli strumenti TDR generano un segnale a gradino di tensione (solitamente con tempo di salita < 200 ps) che si propaga lungo una linea di trasmissione immersa o riempita del materiale in esame. Il gradino di tensione si propaga come un'onda elettromagnetica, viaggiando nel mezzo e guidata da materiali conduttori. La guida d'onda, all'interno della quale si propaga il segnale, è generalmente definita "sonda TDR". Tali sonde possono avere molteplici configurazioni. Le proprietà del materiale, e più specificatamente del suolo, che governano la propagazione dell'impulso TDR, sono descritte globalmente dal coefficiente di propagazione, dal quale è possibile ricavare la velocità di propagazione v e il coefficiente di attenuazione α caratterizzanti l'onda elettromagnetica. La risposta dello strumento TDR è, solitamente, costituita dal valore di tensione V , o dal coefficiente di riflessione ρ , registrato in funzione del tempo (come mostrato in Fig.2.2.1).

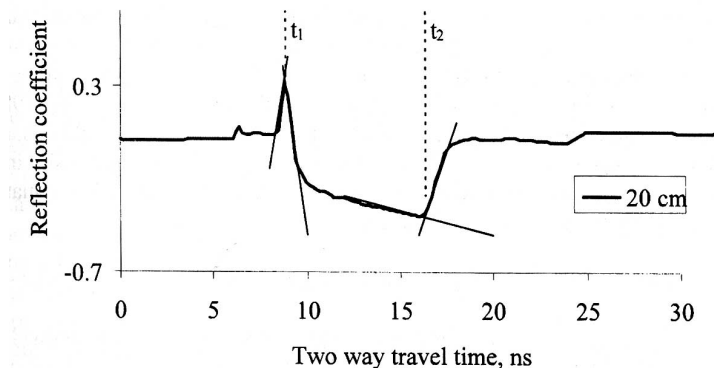


Fig. 2.2.1

2.2.1 Apparato sperimentale e principio di funzionamento

La strumentazione TDR consiste, essenzialmente, di quattro componenti principali: un circuito temporizzatore, un generatore di impulso, un ricevitore a campionamento e un display. Il generatore di impulsi trasmette una sequenza di impulsi, costituiti da onde quadre con rapido tempo di salita, in una linea di trasmissione immersa nel suolo. Attraverso il controllo di sincronizzazione effettuato tramite il timer, il ricevitore

campiona la tensione risultante a tempi differenti. Un cambiamento di impedenza lungo la linea di trasmissione genera un segnale riflesso che si propaga in direzione del generatore, dove il ricevitore misura la risultante delle tensioni trasmesse e riflesse. Il segnale registrato costituisce la forma d'onda TDR.

La propagazione di un'onda elettromagnetica all'interno di una linea di trasmissione è legata alle caratteristiche di impedenza della linea stessa. Consideriamo una linea di trasmissione avente un'impedenza caratteristica Z_0 ; nel momento in cui poniamo fra le superfici conduttrici un materiale uniforme, avente permittività elettrica ϵ^* e permeabilità magnetica μ^* , la sua impedenza diverrà:

$$Z_s = Z_0 \sqrt{\frac{\mu^*}{\epsilon^*}}. \quad 2.2.1$$

Quando la linea di trasmissione riempita è connessa al sistema TDR, avente un'impedenza di uscita Z_u , il disadattamento di impedenza tra Z_u e Z_s causa la riflessione di parte del segnale TDR che arriva al campione. Il resto del segnale è trasmesso all'interno del campione. Il coefficiente di riflessione per il potenziale è definito come:

$$\rho = \frac{(Z_s - Z_u)}{(Z_s + Z_u)} \quad 2.2.2$$

e rappresenta il rapporto delle ampiezze dei segnali TDR incidente e riflesso. Il coefficiente di trasmissione a sua volta sarà dato da

$$\tau = 1 + \rho. \quad 2.2.3$$

Esempi di riflessione sono mostrati in Fig.2.2.2

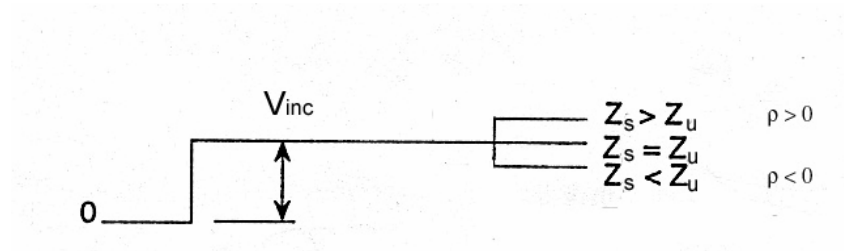


Fig. 2.2.2

Se consideriamo la riflessione e la trasmissione dell'impulso in un sistema caratterizzato da due disadattamenti di impedenza, il primo derivante dal disadattamento "sistema

TDR/sonda TDR” e il secondo dato dalla terminazione aperta della sonda TDR (per cui $\rho = 1$), la tensione registrata, al tempo caratterizzante la i-esima riflessione, sarà data da

$$V_i = V_0 \left[(1 + \rho) + (1 - \rho^2) \sum_{j=2}^i (-\rho)^{(j-2)} \right] \quad 2.2.4$$

dove V_0 è la tensione emessa dal generatore di impulsi e dove si è assunto non esserci attenuazione del segnale lungo il transito attraverso la sonda.

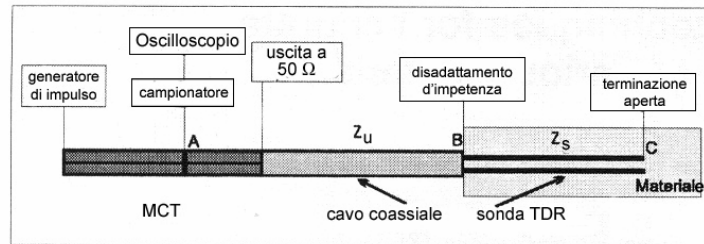
Le sonde TDR possono avere una varietà di forme. Gli elementi caratterizzanti sono le componenti conduttive, spesso costituite da bacchette metalliche, che hanno la funzione di guide d’onda e il materiale nel quale il segnale si propaga. Le sonde TDR più comunemente utilizzate sono costituite da bacchette metalliche parallele, anche se sonde cilindriche coassiali sono spesso utilizzate in misure di laboratorio con materiali liquidi o granulari. Le sonde bifilari, costituite da due bacchette metalliche parallele, sono la configurazione maggiormente adatta per effettuare misure in campo in virtù della semplicità di inserimento nel suolo indagato. Tuttavia tali sonde hanno lo svantaggio di necessitare di un adattatore di impedenza che permetta di passare da una configurazione non bilanciata, tipica del cavo coassiale d’uscita del sistema TDR, ad una configurazione bilanciata (Spaans & Baker, 1993) ed, inoltre, risultano essere caratterizzate da un campo elettrico non nullo all’estremità esterna laterale delle sonde non permettendo, quindi, di determinare con precisione il volume di suolo indagato. Zegelin et al. (1989) introdussero l’utilizzo di sonde multifilari non bilanciate, costituite da un conduttore centrale e da un numero variabile di bacchette conduttrici disposte intorno ad esso e che presentano una configurazione di campo approssimabile a quella di una linea coassiale (nella quale il campo è interamente contenuto fra il conduttore centrale e la superficie conduttrice esterna). L’approssimazione, naturalmente, sarà tanto più buona quanto maggiore sarà il numero delle sonde esterne. Tra le sonde multifilari quelle maggiormente utilizzate risultano essere le sonde trifilari, costituite da una bacchetta centrale e da due bacchette laterali, che possono considerarsi un buon compromesso fra la semplicità di inserimento, tipica delle sonde bifilari, e una buona localizzazione di campo, tipica delle sonde coassiali. Per quel che riguarda la profondità di indagine del sistema TDR questa può considerarsi, approssimativamente, coincidere con la lunghezza delle sonde utilizzate e il valore di velocità misurato può considerarsi un valore medio della porzione di suolo indagato.

2.2.2 Misure di velocità

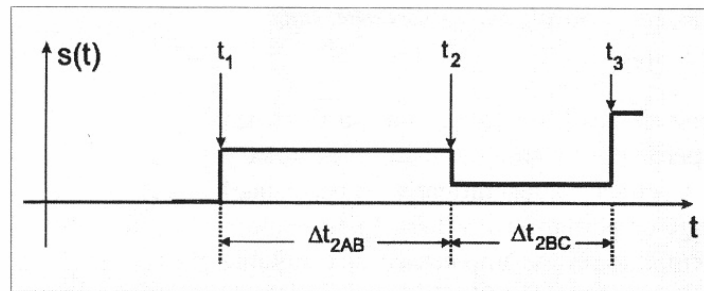
La forma d'onda mostrata sull'oscilloscopio rappresenta la sovrapposizione delle onde incidenti (il segnale a gradino emesso dal generatore) e le onde riflesse (in fase o in controfasce) generate ad ogni disadattamento di impedenza nel sistema. In Fig.2.2.3b è mostrato l'andamento di una forma d'onda ideale TDR in relazione alle impedenze caratteristiche Z_i delle differenti sezioni (Fig.2.2.3a). Con riferimento alla Fig.2.2.3, tutti i tempi misurati sono relativi al tempo t_1 (associato al punto A dove il gradino generato è rivelato dal campionatore). Il tempo di transito, diviso per due, di andata e ritorno nel cavo tra i punti A e B è Δt_{AB} , corrispondente a $t_2 - t_1$. Il tempo di transito di andata e ritorno, diviso per due, legato alla propagazione del segnale tra il punto di inizio B e il punto finale C della sonda TDR è Δt_{BC} corrispondente a $t_3 - t_2$. Questo valore viene utilizzato per calcolare la velocità di propagazione del segnale nel materiale, tramite la relazione

$$v = \frac{L}{\Delta t_{BC}} \quad 2.2.5$$

dove L è la lunghezza fisica della sonda TDR.



(a)



(b)

Fig. 2.2.3

Nei processi di misura le forme d'onda a gradino della traccia TDR assumono, nel caso reale, una forma arrotondata e irregolare, dovuta alla combinazioni di vari effetti dispersivi. Questa forma non ideale rende la determinazione dell'intervallo di tempo particolarmente delicata, condizionando l'accuratezza delle misure di velocità e costante dielettrica. Quindi un punto particolarmente critico nelle misure TDR di permittività e velocità risulta essere l'identificazione di quei punti della traccia usati per determinare il tempo di transito dell'onda elettromagnetica nel mezzo sotto indagine. Differenti procedure sono state utilizzate in letteratura per determinare tale tempo (Heimovaara et al., 1990; Todoroff et al., 2001); in Fig.2.2.4 e 2.2.5 sono riportate le modalità di stima maggiormente utilizzate: il metodo delle tangenti, che si basa sull'individuazione dei punti di intersezione fra le tangenti alla curva TDR tracciate subito prima e subito dopo il punto di discontinuità stimato, ed il metodo delle derivate, basato sullo studio dei massimi e dei minimi della derivata prima del segnale (Mojid et al., 2003, Mattei et al., 2006).

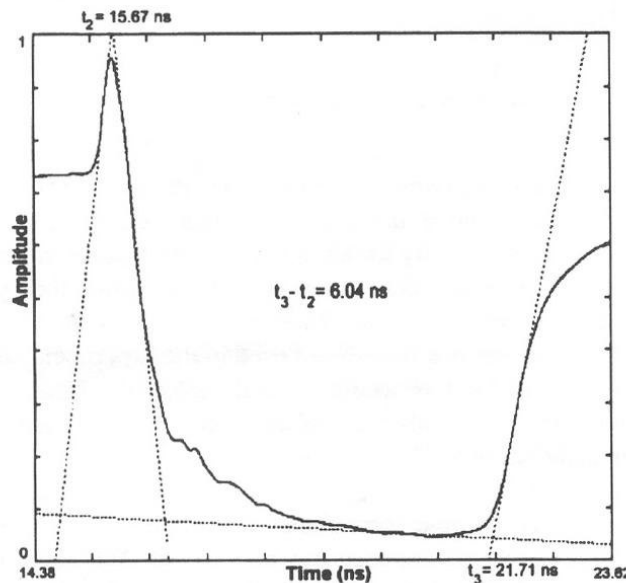


Fig. 2.2.4

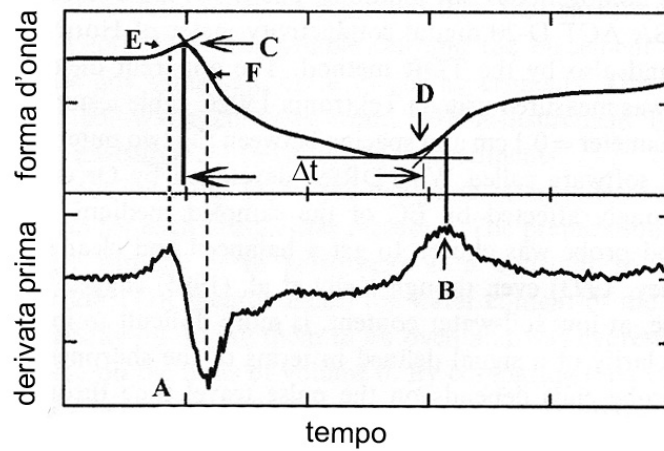


Fig. 2.2.5

2.2.3 Misure di conducibilità elettrica

La misura della conducibilità elettrica di un mezzo è possibile attraverso la misura dell'ampiezza del segnale riflesso, valutabile attraverso un'analisi della componente verticale della traccia TDR.

Tra le varie tecniche utilizzate a tale scopo, la tecnica maggiormente diffusa è il metodo dello studio del valore asintotico della tensione del segnale per la determinazione della conducibilità elettrica statica. Giese e Tiemann (1975) sono stati i primi che hanno determinato la resistenza di un campione utilizzando le forme d'onda del TDR. Il metodo utilizzato equivale a misurare la resistenza, a basse frequenze, del mezzo in cui sono immerse le sonde del TDR e, quindi, fornisce una stima della conducibilità elettrica statica (Topp et al., 1988; Topp et al., 2000).

La resistenza del mezzo presente tra le sonde TDR può essere determinata attraverso la relazione

$$R_L = Z_{cavo} \frac{1 + \rho_{\infty}}{1 - \rho_{\infty}} \quad 2.2.6$$

dove R_L è la resistenza di carico della linea di trasmissione (Ω) immersa nel mezzo che stiamo investigando, Z_{cavo} è l'impedenza del cavo che collega il sistema TDR alle sonde, e ρ_{∞} è il coefficiente di riflessione preso sulla forma d'onda ad un tempo infinito, ovvero ad un punto della traccia dove il coefficiente di riflessione si è stabilizzato ad un valore massimo. La conducibilità elettrica del mezzo, ad una data

temperatura dipenderà, oltre che dalla resistenza del mezzo, come sopra definito, dal fattore geometrico g (m^{-1}) della sonda dalla quale è indagato, e sarà data da (Robinson et al., 2003):

$$\sigma_s = \frac{1}{R_L g} . \quad 2.2.7$$

Il fattore geometrico risulta direttamente proporzionale alla costante geometrica delle sonde (m^{-1}), $K_G = 1/g$, che può essere espressa nella forma (Krauss, 1984) :

$$K_G = \frac{Z_0}{120\pi L} \quad 2.2.8$$

dove Z_0 è l'impedenza caratteristica delle sonde e L è la loro lunghezza. La conducibilità elettrica statica del mezzo in cui sono immerse le sonde risulta, quindi, essere data da:

$$\sigma_s = \frac{K_G}{Z_{cavo}} \left(\frac{1 - \rho_\infty}{1 + \rho_\infty} \right) \quad 2.2.9$$

che, considerando il coefficiente di riflessione nella forma

$$\rho_\infty = \frac{V_f - V_0}{V_0} \quad 2.2.10$$

dove V_f e V_0 sono i valori di tensione del gradino emesso dal generatore e del segnale registrato una volta che siano terminati i fenomeni di riflessione e abbia raggiunto un valore asintotico, può essere espressa nella forma:

$$\sigma_s = \frac{K_G}{Z_{cavo}} \left(\frac{2V_0 - V_f}{V_f} \right) \quad 2.2.11$$

2.3 Ground Penetrating Radar

La tecnica GPR è una tecnica dalle grandi potenzialità per effettuare misure non invasive di contenuto d'acqua dei suoli su larghe aree (Basson et al., 1993; Chanzy et al., 1996; van Overmeeren et al., 1997). Misure GPR sono solitamente effettuate anche in applicazioni civili, idrogeologiche ed ambientali (Davis et al., 1994; Maser, 1992;

Annan et al., 1997; Redman et al., 1996, 1998; Fisher et al., 1992; Hubbard et al., 1997).

Il principio di funzionamento del GPR è simile a quello della tecnica TDR. Il TDR è effettivamente un sistema radar bidimensionale nel quale i segnali a radiofrequenze sono guidati lungo una linea di trasmissione formata da conduttori paralleli immersi nel materiale indagato. Entrambi i metodi misurano il tempo di transito e l'ampiezza del campo elettromagnetico. A differenza delle sonde TDR, le antenne GPR non hanno bisogno di essere poste in diretto contatto con il materiale misurato. Il fatto che il cammino del segnale nel materiale non sia guidato nella tecnica GPR, rende questa tecnica particolarmente adatta a rapide misure su larghe aree, a differenza della tecnica TDR, particolarmente adatta a misure dettagliate su piccola scala.

2.3.1 Principio di funzionamento

Il GPR è una tecnica geofisica nella quale i segnali elettromagnetici che si propagano sono onde utilizzate per effettuare una mappatura delle strutture superficiali. Le applicazioni sono numerose e diverse sono le scale spaziali di indagine (Davis & Annan, 1989).

La tecnica GPR è simile, in principio, ai metodi sismici e sonar, dai quali ha preso buona parte delle tecniche di analisi del segnale. Nel caso dei sistemi più comunemente utilizzati, ovvero dei sistemi bistatici, un antenna, la trasmittente, emette un impulso elettromagnetico ad alta frequenza (MHz o GHz) di breve durata e l'altra antenna, la ricevente, misura il segnale della trasmittente come funzione del tempo. Quando l'antenna sorgente è posta sulla superficie del suolo da analizzare, onde sferiche sono emesse sia in aria sia dentro il suolo, come indicato dai fronti d'onda A e B in Fig.2.3.1.

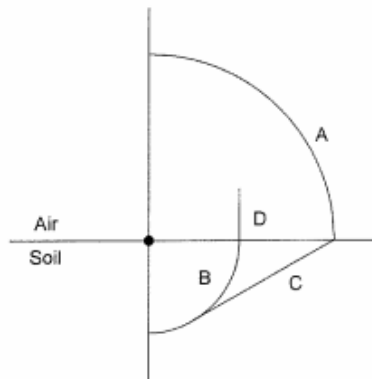


Fig. 2.3.1

In virtù delle condizioni di continuità dei campi elettromagnetici sulla superficie di discontinuità (interfaccia aria-suolo), l'onda sferica in aria dà origine ad un fronte d'onda laterale nel suolo ("lateral wave", C in Fig.2.3.1). Analogamente, l'onda sferica che si propaga nel suolo dà origine ad un'onda di terra ("ground wave", D in Fig.2.3.1). L'ampiezza della ground wave decresce fortemente con la distanza dalla superficie, e perciò, non è rappresentata come un fronte d'onda in Fig.2.3.1.

In Fig.2.3.2 sono riportati i possibili cammini di propagazione per le onde elettromagnetiche in un suolo costituito da due strati aventi differente permittività dielettrica.

In linea di principio, tutte queste onde possono essere utilizzate per misurare il contenuto d'acqua dei suoli.

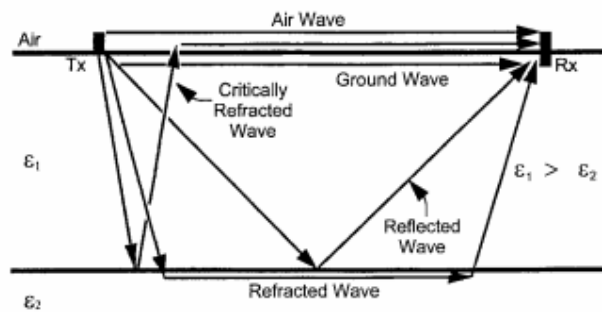


Fig. 2.3.2

L'intervallo di frequenze 1-2000 MHz è molto comune nelle applicazioni GPR. A frequenze più basse, infatti, i campi elettromagnetici sono diffusi nel suolo, mentre a frequenze più alte il segnale è diffuso e fortemente assorbito dai materiali geologici. Ad alte frequenze, inoltre, il rilassamento delle molecole d'acqua introduce fenomeni di dispersione e la forte attenuazione limita fortemente la profondità di indagine. Nell'intervallo di frequenze di utilizzo del GPR, i campi elettromagnetici si propagano come onde all'interno del materiale e la velocità di fase, l'attenuazione e l'impedenza possono considerarsi approssimativamente costanti, come funzioni della frequenza (Fig.2.3.3), e date da:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad 2.3.1$$

$$\alpha = \left[\sqrt{\mu/\epsilon} (\sigma_0/2) \right] \approx 120\pi [\sigma_0 / (2\sqrt{\epsilon_r})] \quad 2.3.2$$

$$Z = \sqrt{\mu/\epsilon} \approx 120\pi / \sqrt{\epsilon_r} \quad 2.3.3$$

dove le espressioni a destra sono valide nel caso in cui i materiali possano considerarsi buoni dielettrici ($\sigma_0^2 / \omega^2 \epsilon^2 \ll 1$) e le proprietà magnetiche siano vicine a quelle del vuoto ($\mu = \mu_0$).

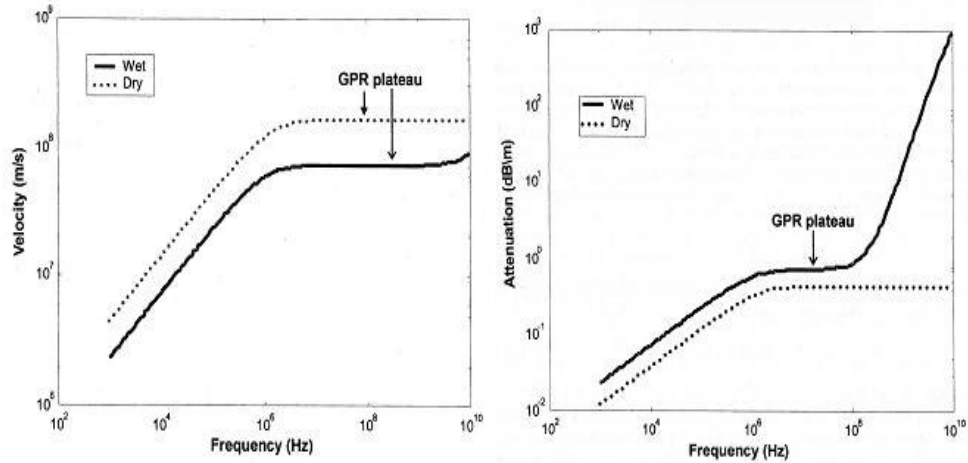


Fig. 2.3.3

La tecnica GPR non è senza limitazioni; in alcuni casi, i campi sono assorbiti in così fortemente da rendere la penetrazione del segnale nel suolo molto limitata. La profondità di indagine del GPR può essere stimata utilizzando la “radar range equation analysis” come discusso da Annan e Davis (1977). In forma semplificata, per un perfetto piano orizzontale di riflessione nel suolo, la profondità di indagine, d , è determinata dall’espressione

$$\exp(-2\alpha d)/d = C \quad 2.3.4$$

dove α è il coefficiente di attenuazione e C è il fattore di qualità GPR (con valori tipici dell’ordine di 10^{-5} m). La penetrazione del segnale GPR è determinata, quindi, anche dalla conducibilità elettrica del suolo. In suoli poco conduttivi, come la sabbia o la ghiaia, una profondità di penetrazione dell’ordine della decina di metri è possibile. In solidi saturi d’acqua, in cui siano presenti composti salini (100-1000 mS/m), la penetrazione del segnale è praticamente nulla. Valori tipici di penetrazione risultano essere dell’ordine del metro. Come risulta, la risposta GPR risulta strettamente legata al

sito analizzato e uno studio preventivo delle capacità di indagine del segnale risulta quindi necessario.

Un importante aspetto delle misure GPR è la risoluzione spaziale (Δx) che le caratterizza. La risoluzione spaziale, come nel caso di tutte le tecniche di misura che utilizzano campi elettromagnetici, è determinata dalla frequenza del segnale ed è fornita, in prima approssimazione e supponendo nulla la distanza fra l'antenna trasmittente e ricevente, dalla relazione

$$\Delta x = v/B \quad 2.3.5$$

dove B è la larghezza di banda in frequenza (solitamente, nei sistemi GPR, posta uguale alla frequenza centrale) e v è la velocità di propagazione del segnale. Incrementando la frequenza aumenta, quindi, la capacità di risolvere piccole scale (Fig.2.3.4).

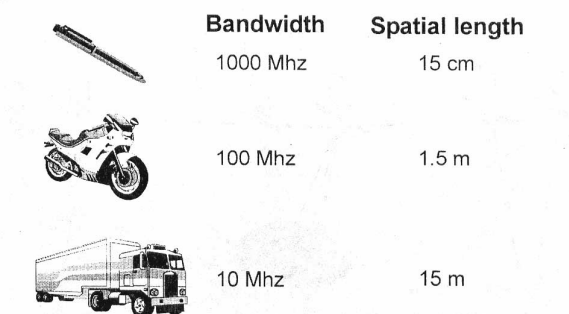


Fig. 2.3.4

La risoluzione spaziale (Δx) deve essere minore della profondità di penetrazione (d); in caso contrario sarà possibile ottenere solamente una indicazione di massima sulle proprietà elettriche superficiali del suolo analizzato e non sarà possibile ottenere informazioni sulle variazioni delle sue proprietà con la profondità.

Le misure GPR sono effettuate utilizzando strumenti che possono generare e rilevare segnali; un ampio spettro di frequenze è generato e la propagazione e la riflessione di tale impulso nel suolo è rilevata e registrata. Solitamente il segnale è generato da un antenna, detta antenna trasmittente, ed è rilevato da un antenna ricevente. Tale configurazione è chiamata configurazione bistatica, e la distanza reciproca fra le antenne può essere variata lungo l'acquisizione dei profili (acquisizione in modalità multi-offset) o mantenuta costante (acquisizione in modalità single-offset). Esistono, comunque, anche sistemi radar che prevedono l'implementazione del sistema di trasmissione e di ricezione all'interno della stessa antenna; tale configurazione è

chiamata configurazione monostatica e risulta particolarmente indicata quando si desiderano effettuare delle misure non ponendo l'antenna in contatto diretto con il suolo indagato. Il più comune metodo di utilizzo del sistema GPR consiste nell'acquisizione di profili di riflessione, come mostrato in Fig.2.3.5. Questo tipo di misura fornisce un'immagine o una sezione del sottosuolo. L'immagine contiene indirettamente informazioni sul contenuto d'acqua del mezzo; tale informazione non risulta, tuttavia, sufficiente per effettuarne una stima quantitativa in assenza di informazioni aggiuntive.

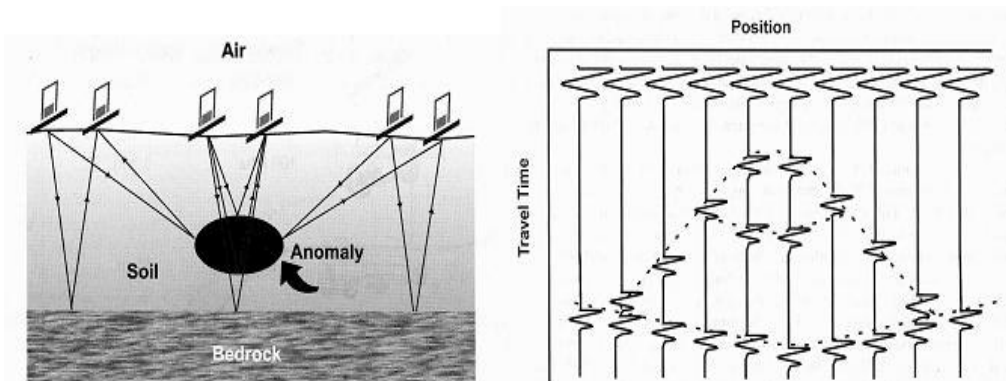


Fig. 2.3.5

2.3.2 Metodi di utilizzo

Il georadar può essere utilizzato per la stima del contenuto d'acqua in differenti modi. I diversi approcci sono schematicamente riportati di seguito. La scelta dipende dalle condizioni pratiche nelle quale si effettuano le misure, ovvero dal tempo disponibile, dall'estensione dell'area di indagine, dall'accuratezza cercata e dal costo.

Metodo “Air-Lunched Surface Reflection”. In questa tecnica, come mostrato in Fig.2.3.6, un trasmettitore a radiofrequenze e un ricevitore sono posti ad una certa distanza sopra il suolo. Nessun contatto fisico con il suolo è richiesto. Questo comporta una notevole possibilità di poter muovere il sistema rapidamente su larghe aree al fine di generare mappe delle condizioni di contenuto d'acqua dei suoli analizzati. La misura fisica che viene effettuata è la misura del coefficiente di riflessione caratteristico dell'interfaccia aria/soilo. C'è naturalmente bisogno di misurare tale coefficiente con un notevole grado di accuratezza. Ciò significa che bisogna essere in grado di misurare l'ampiezza del segnale di ritorno e trasformarla in una stima del coefficiente di

riflessione. Solitamente il sistema è calibrato misurando il segnale riflesso da una superficie perfettamente riflettente, come una piastra di metallo, larga rispetto alla zona di indagine orizzontale del segnale (Davis et al., 1994).

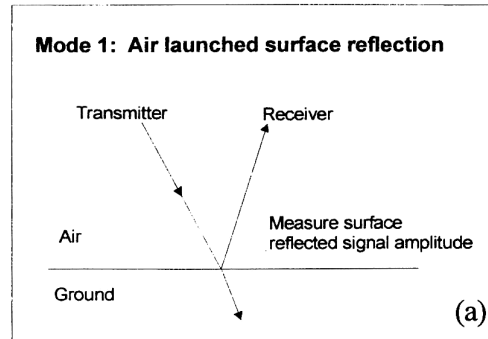


Fig. 2.3.6

Se il coefficiente di riflessione aria suolo può essere misurato con sufficiente accuratezza, allora la conversione in contenuto d'acqua è abbastanza semplice. Il coefficiente di riflessione, infatti, è legato dalla permittività dielettrica del suolo, e quindi al contenuto d'acqua, tramite la relazione

$$\rho = \frac{(Z_g - Z_a)}{(Z_g + Z_a)} \Rightarrow \frac{(1 - \sqrt{\epsilon_{rg}})}{(1 + \sqrt{\epsilon_{rg}})} \quad 2.3.6$$

dove g indica il suolo e a l'aria.

Questo metodo assume di operare nell'intervallo di frequenze in cui la risposta del terreno sia nel plateau GPR. La frequenza di utilizzo deve essere, perciò, sufficientemente alta, solitamente al di sopra dei 10 MHz, e la conducibilità elettrica del terreno deve essere trascurabile. In queste condizioni il coefficiente di riflessione è funzione della sola permittività dielettrica, e quindi del contenuto d'acqua, del suolo. La misura fornisce un valore di permittività mediato, non linearmente, su di una profondità inferiore a d e su un'estensione orizzontale inferiore a Δx .

Queste misure, facili sia da un punto di vista pratico che concettuale, presentano, tuttavia, delle problematiche che non le rendono così ampiamente e sistematicamente utilizzate. In particolare:

- Per misurare il coefficiente di riflessione, un modello geometrico dell'interfaccia aria/suolo deve essere assunto;

- In molte applicazioni un interfaccia piatta è assunta. Questa approssimazione non è valida se la rugosità superficiale non risulta trascurabile (rugosità non piccola rispetto a Δx);
- L'ampiezza del segnale, affinché la calibrazione effettuata per determinare il coefficiente di riflessione sia valida, deve essere stabile e riproducibile;
- Il coefficiente di riflessione dell'interfaccia aria/suolo è determinato dalla distribuzione di acqua su uno spessore di suolo ed è, quindi, influenzato dalla sua distribuzione verticale;
- Ulteriori informazioni sulla profondità di influenza e sulle modalità di media del coefficiente di riflessioni sono ancora necessarie.

Tale tecnica, comunque, risulta ancora in fase di sviluppo e modelli che tengano conto della natura irregolare della superficie e modelli che estraggano dal segnale acquisito informazioni differenti rispetto al coefficiente di riflessione risultano in via di implementazione.

Metodo “Surface-Lunched Subsurface Reflection and Scattering”. In questa modalità di utilizzo le antenne, trasmittente e ricevente, sono poste in contatto con la superficie. La ragione nel porre le antenne a diretto contatto con il terreno è quella di ottenere un accoppiamento ottimale con la superficie e di minimizzare gli effetti dovuti a fenomeni sopra superficiali. La trasmittente e la ricevente sono poste sul terreno con distanza fissa, ovvero in modalità bistatica single-offset come mostrato in Fig.2.3.7. Come il sistema è mosso, i segnali registrati sono costituiti dalle riflessioni dovute alle interfacce del suolo o da fenomeni di diffrazione generati da oggetti localizzati nel sottosuolo. La prima informazione utilizzata è il tempo di transito del segnale. L'ampiezza del segnale è anche registrata ma un suo utilizzo quantitativo risulta molto difficoltoso, a meno che non si voglia determinare delle variazioni di massima sulle ampiezze relative dei segnali. I tempi di transito sono relativamente semplici da determinare e sono utilizzati per determinare la velocità.

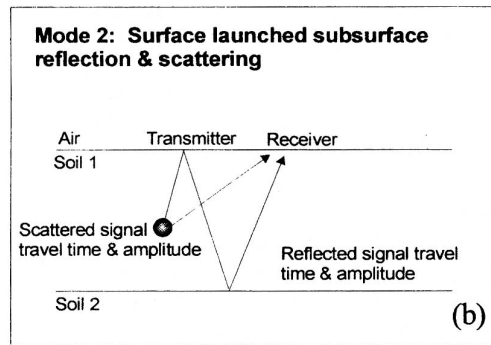


Fig. 2.3.7

Le misure possono essere effettuate in due modi. Uno è quello di identificare esistenti, o artificiali, strutture sepolte localizzate. Quando il sistema GPR passa sopra ad un bersaglio localizzato, una iperbole di diffrazione è osservabile nella sezione radar, come schematizzato in Fig.2.3.8 dalla linea B. Dal momento che il GPR emette onde in tutte le direzioni, l'energia riflessa dalla discontinuità sarà misurata prima che il radar sia sopra di essa. Valutando matematicamente la convessità dell'iperbole, è possibile stimare la velocità di propagazione del segnale GPR nella zona compresa fra l'oggetto localizzato e la superficie (Caffey, 1996). Questa velocità può, naturalmente, essere utilizzata per stimare il contenuto medio di acqua caratterizzante la zona interessata. L'approccio alternativo, schematizzato in Fig.2.3.8 dalla linea C, è quello di utilizzare uno strato di discontinuità, quale potrebbe essere quello dovuto alla presenza di una tavola d'acqua, posto ad una profondità nota. Utilizzando tale strato come una profondità di riferimento e misurando il tempo di transito, risulta, quindi, possibile ottenere la velocità del segnale fra la superficie e lo strato di discontinuità.

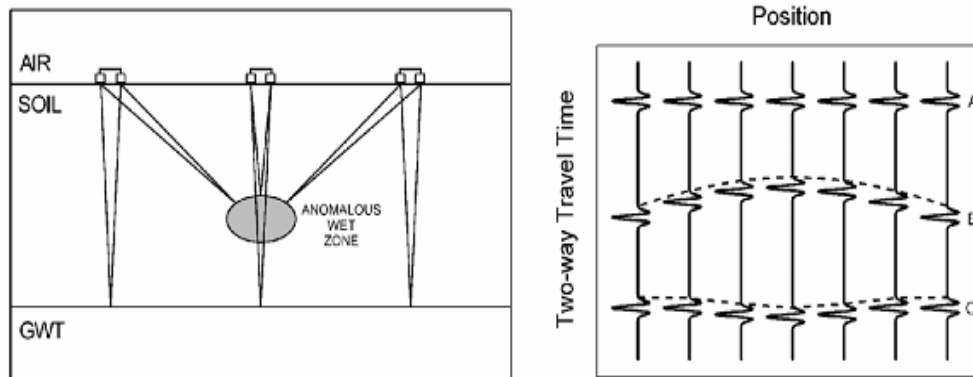


Fig. 2.3.8

Il vantaggio di impiegare il sistema GPR in questa modalità consiste nel fatto che una tecnologia GPR standard può essere utilizzata per le acquisizioni. Inoltre, sebbene si sviluppi sulla superficie, tale metodo risulta non invasivo, rapido e quindi applicabile per effettuare misure su larghe aree. La profondità di penetrazione del segnale e la risoluzione verticale dipendono, rispettivamente, da d e Δx . Le limitazioni di questo metodo derivano, principalmente, dall'analisi dei dati; bisogna avere informazioni sulla stratigrafia del suolo se si desidera avere una profondità di riferimento o bisogna essere in presenza di discontinuità dielettriche sottosuperficiali localizzate. Tale metodo, inoltre, fornisce solamente un valore medio di velocità e la risoluzione dell'indagine è legata alla posizione degli oggetti di riferimento.

Metodo “Surface-Lunched Multi-Offset Subsurface Reflection”. Le misure in modalità single-offset non possono essere, generalmente, utilizzate per stimare il contenuto d'acqua se non si è in possesso di informazioni sulla profondità dello strato riflettente o se non vi è la presenza di bersagli localizzati. In questi casi, è possibile utilizzare una geometria di acquisizione multi-offset per determinare il contenuto d'acqua dei suoli attraverso le riflessioni radar. In Fig.2.3.9 sono mostrate le due differenti geometrie di acquisizione in modalità multi-offset solitamente utilizzate: la CMP (Common-MidPoint) e la WARR (Wide Angle Reflection and Refraction).

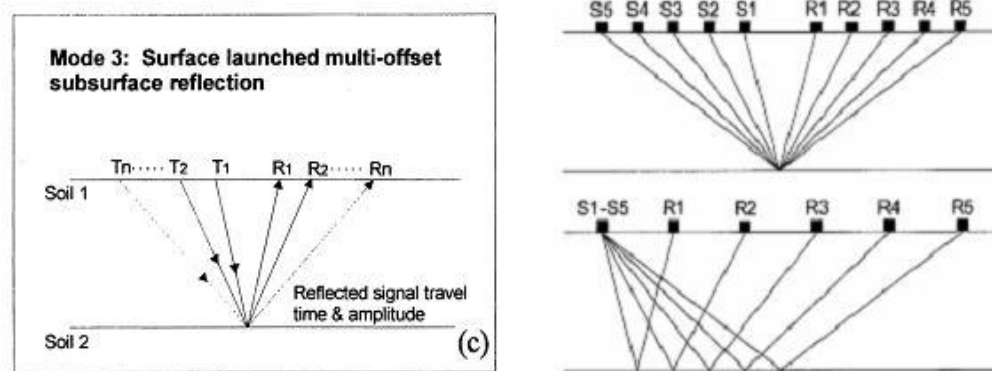


Fig. 2.3.9

Nell'acquisizione CMP, la distanza fra le antenne è incrementata progressivamente mantenendo fisso il punto medio comune. Nell'acquisizione WARR, la distanza tra le antenne è incrementata progressivamente mantenendo l'antenna trasmittente in

posizione fissa. Una risposta schematica caratterizzante le misure multi-offset è mostrata in Fig.2.3.10.

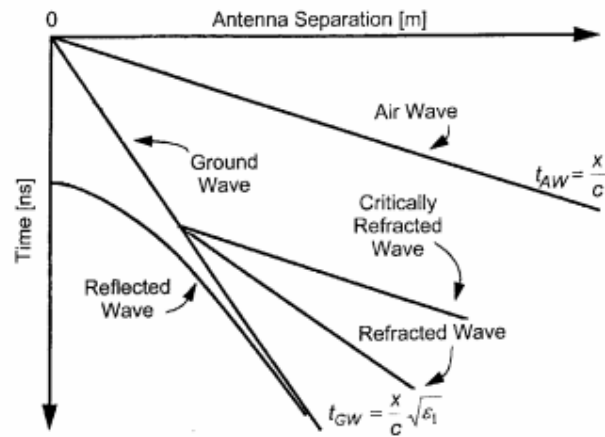


Fig. 2.3.10

Se l'onda riflessa è presente nelle misure, questa può essere utilizzata per determinare la velocità del segnale stimando la convessità dell'iperbole che la caratterizza. Le condizioni di applicabilità della tecnica di misura multi-offset sono simili a quelle che caratterizzano le modalità di misura single-offset: buona penetrazione del segnale e la presenza di un contrasto dielettrico che fornisca una chiara, e preferibilmente continua, superficie di riflessione. Sottolineiamo, inoltre, come in caso di materiali eterogenei tale modalità di misura fornisca solamente informazioni sulle caratteristiche medie (media orizzontale sulla distanza tra antenne e media verticale dalla superficie alla profondità del riflettore) del mezzo indagato.

Metodo “Surface-Launched Direct Wave Arrivals”. La ground wave è la parte di energia irradiata che viaggia tra la trasmittente e la ricevente in aria e in prossimità della parte superiore del suolo. La ground wave è rilevata dall'antenna ricevente anche in assenza di uno strato riflettore all'interno del suolo (Du, 1996; Berktold et al. 1998; Sperl, 1999). Il carattere evanescente della ground wave comporta che entrambe le antenne debbano essere poste nelle vicinanze del suolo affinché essa sia misurabile. La ground wave può essere facilmente riconosciuta, come mostrato in Fig.2.3.11, analizzando i dati acquisiti in modalità multi-offset e osservando la relazione lineare fra la distanza fra le antenne e i tempi di arrivo del segnale.

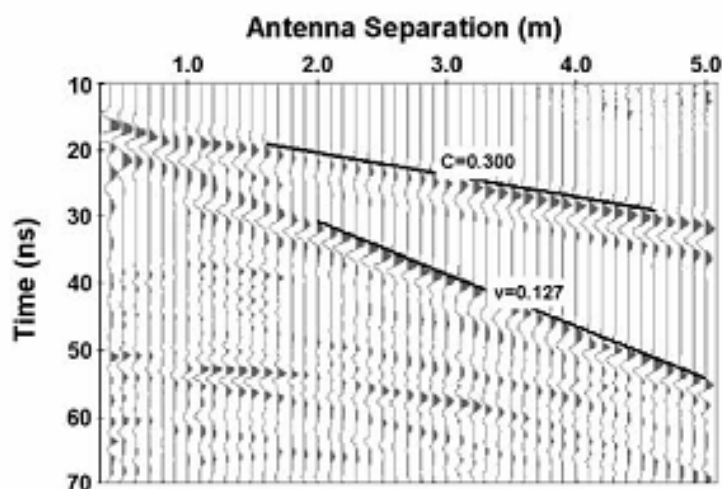


Fig. 2.3.11

La pendenza che caratterizza tale relazione lineare, è direttamente legata alla velocità della ground wave e può essere direttamente utilizzata per la stima del contenuto d'acqua del suolo. La profondità di influenza della ground wave risulta limitata (dell'ordine della metà della lunghezza d'onda) ed il suo utilizzo permette la sola caratterizzazione superficiale dei suoli. Tale tecnica fornisce informazioni sulle caratteristiche medie (media orizzontale su distanza fra le antenne dell'ordine del metro) del mezzo indagato e non permette di avere informazioni puntuali del sito analizzato. La maggior limitazione nell'utilizzo di tale tecnica risulta essere la quantità di tempo e di lavoro necessari per effettuare misure in modalità multi-offset. La velocità della ground wave può essere determinata anche attraverso misure in modalità single-offset, a condizione che il tempo di arrivo approssimativo per la ground wave sia stato precedentemente determinato attraverso misure multi-offset e che la separazione fra l'antenna trasmittente e riflettente sia tale per cui si abbia un chiaro disaccoppiamento fra la air wave e la ground wave. Le difficoltà nella modalità single-offset risultano, tuttavia:

- nel separare la ground wave dalle onde riflesse e rifratte con angolo critico;
- nello scegliere una separazione fra le antenne che permetta un disaccoppiamento fra la air wave e la ground wave in tutte le condizioni di misura caratterizzanti il sito indagato; la ground wave, infatti, è attenuata più rapidamente delle altre onde e ciò limita la separazione fra le antenna alla quale può essere osservata.

Metodo “Borehole Transillumination”. In questa modalità di analisi l’antenna trasmittente o l’antenna ricevente o entrambe le antenne sono poste al di sotto della superficie del suolo. La schematizzazione del funzionamento è riportata in Fig.2.3.12, dove è mostrato il caso particolare in cui buche verticali siano presenti nel suolo. La quantità fisica misurata, con tale tecnica, è il tempo di transito del segnale tra l’antenna trasmittente e quella ricevente. Il metodo è concettualmente molto semplice; nota la distanza fra le antenne, la misura del tempo di transito permette di determinare la velocità del segnale.

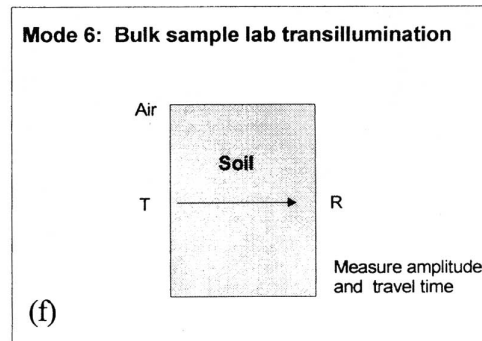


Fig. 2.3.12

La limitazione di questo approccio consiste, essenzialmente, nell’invasività e nella difficoltà di spostamento del processo di misura su larghe zone.

3 FUNZIONE DI GREEN PER CAMPI ELETTROMAGNETICI IN UN MEZZO STRATIFICATO

La tecnica GPR si basa sulla propagazione dei campi elettromagnetici sulla superficie e all'interno del suolo e sull'interazione che questi hanno con il mezzo circostante. Come precedentemente descritto nel capitolo 2, onde sferiche sono emesse dall'antenna trasmittente sia in aria sia all'interno del suolo. Nel suolo il segnale trasmesso si divide in due parti; un'onda sferica e un fronte d'onda piano che si propaga lungo l'angolo critico che connette l'onda sferica diretta in aria e l'onda sferica nel terreno. Vicino all'interfaccia, l'onda sferica nel suolo, in virtù della continuità dei campi elettromagnetici, si estende in aria come campo evanescente. Tale onda evanescente è solitamente indicata con il termine “ground wave”.

La risoluzione del problema elettromagnetico nel caso in cui le antenne siano poste in prossimità della superficie di discontinuità, costituita dal suolo, risulta piuttosto complessa e prevede una forte trattazione matematica che prende origine dalla manipolazione delle equazioni di Maxwell.

3.1 Il Campo elettromagnetico

Consideriamo le equazioni di Maxwell vettoriali (Eq.1.6.1, Eq.1.6.2) nella forma:

$$-\vec{\nabla} \times \vec{H} + (\sigma + \epsilon \partial_t) \vec{E} = -\vec{J} \quad 3.1.1$$

$$-\vec{\nabla} \times \vec{E} + \mu \partial_t \vec{H} = 0 \quad 3.1.2$$

nelle quali sono state fatte le assunzioni:

$\mu^* = \mu' = \mu$, ovvero perdite magnetiche trascurabili;

$\epsilon^* = \epsilon' + \frac{\sigma_s}{j\omega} = \epsilon + \frac{\sigma}{j\omega}$, ovvero perdite dielettriche dovute alle sole perdite conduttive;

$\vec{J} = \vec{J}_i$, densità di corrente elettrica impressa.

Applicando, per passare nel dominio della frequenza, la trasformata di Laplace ($\partial_t \rightarrow s$) otteniamo

$$-\vec{\nabla} \times \vec{H} + \eta \vec{E} = -\vec{J} \quad 3.1.3$$

$$-\vec{\nabla} \times \vec{E} + s\mu \vec{H} = 0 \quad 3.1.4$$

dove $\eta = \sigma + s\epsilon$.

Applicando la trasformata di Fourier tridimensionale ($\partial_m \rightarrow -ik_m$) otteniamo

$$i\vec{k} \times \vec{H} + \eta \vec{E} = -\vec{J} \quad 3.1.5$$

$$-i\vec{k} \times \vec{E} + s\mu \vec{H} = 0 \quad 3.1.6$$

Al fine di determinare il campo elettrico in un spazio costituito da due semispazi (come modello per antenne GPR poste all'interfaccia aria/suolo) risulta necessario esprimere le precedenti equazioni in un nuovo dominio: il dominio di Laplace temporale e di Fourier bidimensionale spaziale.

Consideriamo un sistema di riferimento definito dai versori $\vec{i}_1$, $\vec{i}_2$ e $\vec{i}_3$ dove, in riferimento alla configurazione GPR, $\vec{i}_1$ e $\vec{i}_2$ indichino il piano orizzontale e $\vec{i}_3$ la direzione verticale, come mostrato in Fig.3.1.1

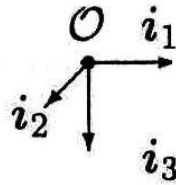


Fig. 3.1.1

Dal momento che, nel problema da noi indagato, la configurazione dello spazio varia in funzione della quota ($x_3 = z$), risulta necessario effettuare una trasformata di Fourier inversa nel dominio spaziale x_3 del campo elettrico e del campo magnetico. Indichiamo con il pedice T le componenti dei vettori nel piano spaziale orizzontale, ovvero $\vec{k}_T = k_x \vec{i}_1 + k_y \vec{i}_2$. Applicando la trasformazione

$$\tilde{F}(\vec{k}_T, z, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \exp(-ik_z z) \tilde{F}(\vec{k}, s) dk_z \quad 3.1.7$$

le equazioni precedenti, scritte nel dominio del numero d'onda orizzontale, divengono

$$-\partial_z \vec{i}_3 \times \vec{H} + i\vec{k}_T \times \vec{H} + \eta \vec{E} = -\vec{J} \quad 3.1.8$$

$$\partial_z \vec{i}_3 \times \vec{E} - i\vec{k}_T \times \vec{E} + s\mu\vec{H} = 0 \quad 3.1.9$$

e possono essere separate nella forma

$$\eta E_z = -J_z - i\vec{k}_T \times \vec{H}_T \quad 3.1.10$$

$$s\mu H_z = i\vec{k}_T \times \vec{E}_T \quad 3.1.11$$

$$\eta \vec{E}_T = -\vec{J}_T + \partial_z i_3 \times \vec{H}_T - i\vec{k}_T \times i_3 H_z \quad 3.1.12$$

$$s\mu \vec{H}_T = -\partial_z i_3 \times \vec{E}_T + i\vec{k}_T \times i_3 E_z. \quad 3.1.13$$

Eliminando le componenti orizzontali del vettore campo elettrico e magnetico, otteniamo l'equazione delle onde per le componenti verticali

$$(\partial_z \partial_z - \Gamma^2) E_z = s\mu J_z + \eta^{-1} \partial_z (i\vec{k}_T \cdot \vec{J}_T - \partial_z J_z) \quad 3.1.14$$

$$(\partial_z \partial_z - \Gamma^2) H_z = i\vec{k}_T \times \vec{J}_T \quad 3.1.15$$

con $\Gamma = (\vec{k}_T \cdot \vec{k}_T + \gamma^2)^{1/2}$ definita per $\Re\{\Gamma\} \geq 0$ e $\gamma = \sqrt{s\mu\eta}$. Senza perdita di generalità la sorgente può essere assunta come sorgente puntiforme, definita come

$$\vec{J} = \vec{J} \delta(z - z'). \quad 3.1.16$$

La corrispondente funzione di Green è soluzione dell'equazione di Helmholtz modificata

$$(\partial_z \partial_z - \Gamma^2) G = -\delta(z - z') \quad 3.1.17$$

la soluzione della quale è nota (ad esempio Nabighian, 1998)

$$G(z - z') = \frac{\exp(-\Gamma|z - z'|)}{2\Gamma}. \quad 3.1.18$$

In virtù delle Eq.3.1.14, 3.1.15, 3.1.16 e 3.1.18, le componenti verticali dei vettori campo elettrico e campo magnetico sono date da

$$E_z = \left(-s\mu J_z - \eta^{-1} \partial_z [i\vec{k}_T \cdot \vec{J}_T - \partial_z J_z] \right) G(x_3 - x'_3) \quad 3.1.19$$

$$H_z = -i\vec{k}_T \times \vec{J}_T G(x_3 - x'_3). \quad 3.1.20$$

Raggruppando i risultati, possiamo esprimere le componenti verticali di campo elettrico e magnetico in termini di componenti tensoriali delle funzioni di Green, come

$$E_z = \vec{G}_z^{EJ} \cdot \vec{J} \quad 3.1.21$$

$$H_z = \vec{G}_z^{HJ} \cdot \vec{J} \quad 3.1.22$$

dove le corrispondenti componenti tensoriali delle funzioni di Green sono date da

$$\vec{G}_{z,T}^{EJ} = -\eta^{-1} i\vec{k}_T \partial_z G = \frac{i\vec{k}_T}{\eta} \Gamma \text{sign}(z - z') G \quad 3.1.23$$

$$\vec{G}_{z,z}^{EJ} = (-s\mu + \eta^{-1} \partial_z \partial_z) G = \eta^{-1} \kappa^2 G - \eta^{-1} \delta(z - z') \quad 3.1.24$$

$$\vec{G}_{z,T}^{HJ} = -i\vec{k}_T \times G \quad 3.1.25$$

dove $\kappa = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2} = |k_T|$ e la funzione *sign* è definita come

$$\text{sign}(z - z') = \begin{cases} -1 & \text{for } z < z' \\ 0 & \text{for } z = z' \\ 1 & \text{for } z > z' \end{cases}$$

Si può osservare come un dipolo elettrico verticale ecciti solamente modi TM ($E_z \neq 0$).

La sostituzione dei precedenti risultati, ovvero delle componenti verticali di campo elettrico e magnetico e del termine sorgente, permette di determinare le componenti orizzontali del campo elettrico

$$\vec{E}_T = \frac{i\vec{k}_T}{\eta\kappa^2} [\vec{k}_T \cdot \vec{J}_T - \partial_z (\eta E_z + J_z)] + \frac{s\mu}{\kappa^2} i\vec{k}_T \times i_3 H_z. \quad 3.1.26$$

Come si può osservare le componenti del campo elettrico consistono di modi TE e TM.

Il risultato finale del vettore campo elettrico totale può essere scritto nella forma

$$\vec{E} = \vec{G}^{TMEJ} \cdot \vec{J} + \vec{G}^{TEEJ} \cdot \vec{J} \quad 3.1.27$$

con i tensori di Green associati ai modi TM e TE dati da

$$\tilde{\vec{G}}^{EJ(TM)} = \begin{pmatrix} \frac{ik_x ik_x \Gamma}{2\eta\kappa^2} & \frac{ik_x ik_y \Gamma}{2\eta\kappa^2} & \frac{ik_x}{2\eta} \text{sign}(z - z') \\ \frac{ik_x ik_y \Gamma}{2\eta\kappa^2} & \frac{ik_y ik_y \Gamma}{2\eta\kappa^2} & \frac{ik_y}{2\eta} \text{sign}(z - z') \\ \frac{ik_x}{2\eta} \text{sign}(z - z') & \frac{ik_y}{2\eta} \text{sign}(z - z') & \frac{\kappa^2}{2\eta\Gamma} - \eta^{-1} \delta(z - z') \end{pmatrix} \exp(-\Gamma|z - z'|) \quad 3.1.28$$

e

$$\tilde{\vec{G}}^{EJ(TE)} = \frac{s\mu}{2\kappa^2\Gamma} \begin{pmatrix} ik_y k_y & -ik_x k_y & 0 \\ -ik_x k_y & ik_x k_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp(-\Gamma|z - z'|). \quad 3.1.29$$

Questi risultati possono essere utilizzati per determinare il campo elettrico generato da una sorgente puntiforme posta all'interfaccia fra due differenti domini elettromagnetici. Introduciamo la notazione tensoriale per rendere la formulazione del problema più snella ed evitare così di dover lavorare con le matrici. I risultati precedentemente trovati

per le componenti verticali del vettore campo elettrico e campo magnetico, Eq.3.1.21 e Eq.3.1.22, possono essere riscritti nella forma

$$E_3 = G_{3r}^{EJ} J_r \quad 3.1.30$$

$$H_3 = G_{3\beta}^{HJ} J_\beta \quad 3.1.31$$

dove le componenti tensoriali delle funzioni di Green, Eq.3.1.23, 3.1.24 e 3.1.25, possono essere scritte come

$$G_{3\alpha}^{EJ} = -\eta^{-1} i k_\alpha \partial_3 G = \frac{i k_\alpha}{\eta} \Gamma \text{sign}(x_3 - x'_3) G \quad 3.1.32$$

$$G_{33}^{EJ} = (-s\mu + \eta^{-1} \partial_3 \partial_3) G = \eta^{-1} \kappa^2 G - \eta^{-1} \delta(x_3 - x'_3) \quad 3.1.33$$

$$\vec{G}_{3\alpha}^{HJ} = -\epsilon_{3\beta\alpha} i k_\beta G \quad 3.1.34$$

con ϵ_{mnp} tensore anti-simmetrico di Levi-Civita definito come

$$\epsilon_{mnp} = \begin{cases} +1 & \text{per } mnp \text{ permutazione pari di } 1, 2, 3 \\ 0 & \text{per } mnp \text{ non tutti differenti fra loro} \\ -1 & \text{per } mnp \text{ permutazione dispari di } 1, 2, 3 \end{cases}$$

Le componenti orizzontali del vettore campo elettrico, Eq.3.1.26, possono essere scritte nella forma

$$E_\alpha = G_{\alpha r}^{TMEJ} J_r + G_{\alpha\beta}^{TE EJ} J_\beta \quad 3.1.35$$

con i modi TE e TM, Eq.3.1.28 e 3.1.29, dati da

$$G_{\alpha\beta}^{TMEJ} = \frac{i k_\alpha}{\kappa^2 \eta} [i k_\beta \delta(x_3 - x'_3) - \partial_3 (\eta G_{3\beta}^{EJ})] = \frac{i k_\alpha i k_\beta}{\eta \kappa^2} \Gamma^2 G \quad 3.1.36$$

$$G_{\alpha 3}^{TMEJ} = -\frac{i k_\alpha}{\eta \kappa^2} \partial_3 [\eta G_{33}^{EJ} + \delta(x_3 - x'_3)] = \eta^{-1} i k_\alpha \Gamma \text{sign}(x_3 - x'_3) \quad 3.1.37$$

$$G_{\alpha\beta}^{TE EJ} = \frac{\epsilon_{\alpha\gamma 3} i k_\gamma}{\kappa^2} s\mu G_{3\beta}^{HJ} = \frac{(k_\alpha k_\beta - \kappa^2 \delta_{\alpha\beta})}{\kappa^2} s\mu G \quad 3.1.38$$

Consideriamo la situazione mostrata in Fig.3.1.2

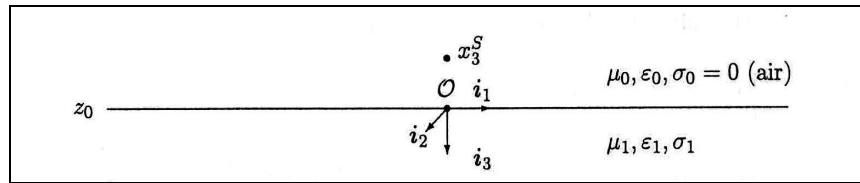


Fig. 3.1.2

Sia il semispazio superiore costituito da aria, con valori di permittività elettrica e permeabilità magnetica del vuoto e con conducibilità elettrica nulla. Sia il semispazio inferiore costituito da un mezzo conduttivo arbitrario con permittività elettrica, permeabilità magnetica e conducibilità elettrica costanti e positive. Sia la sorgente posta a $x_\alpha^S = 0$, $x_3^S < 0$ e l'interfaccia a $x_3 = 0$, con $z_0 = 0$, come mostrato in Fig.3.1.2.

Dall'equazione delle onde per le componenti verticali

$$(\partial_3 \partial_3 - \Gamma^2)E_3 = s\mu J_3 + \eta^{-1} \partial_3 (i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{J}_\alpha - \partial_3 J_3), \quad 3.1.39$$

il campo elettrico verticale nello strato d'aria tra z_0 e z_S e nel semispazio inferiore all'interfaccia può essere descritto, tenendo conto dei coefficienti di riflessione e trasmissione dell'interfaccia aria/suolo, come

$$E_{3,0} = X^{TM} \{ \exp(-\Gamma_0 x_3) + r_0^{TM} \exp(\Gamma_0 x_3) \} \quad x_3^S < x_3 < 0 \quad 3.1.40$$

$$E_{3,1} = X^{TM} t_0^{TM} \exp(-\Gamma_1 x_3) \quad x_3 < z_0 \quad 3.1.41$$

dove X^{TM} è dato (vedi Eq.3.1.32 e 3.1.33)

$$X^{TM} = \frac{ik_\alpha J_\alpha + \kappa^2 J_3}{2\eta_0 \Gamma_0} \exp(\Gamma_0 x_3^S). \quad 3.1.42$$

I fattori r_0^{TM} , t_0^{TM} sono i coefficienti di riflessione e trasmissione dei modi locali TM dovuti all'interfaccia aria/suolo. L'interfaccia è priva di sorgenti quindi si possono utilizzare le equazioni di continuità per il campo elettrico. Nel dominio del numero d'onda orizzontale, queste condizioni sono, per la componente verticale del campo elettrico date da

$$\begin{aligned} \lim_{x_3 \uparrow z_0} \eta_0 E_{3,0} &= \lim_{x_3 \downarrow z_0} \eta_1 E_{3,1} \\ \lim_{x_3 \uparrow z_0} \eta^{-1} \partial_3 (E_{3,0}) &= \lim_{x_3 \downarrow z_0} \eta^{-1} \partial_3 (E_{3,1}) \end{aligned} \quad 3.1.43$$

dove la prima condizione viene dalla continuità della componente normale della corrente elettrica totale (correnti di spostamento e conduzione), mentre la seconda viene direttamente dalla condizione di continuità per le componenti orizzontali di campo elettrico. Imponendo le precedenti condizioni si ha

$$\begin{aligned} \eta_0 [1 + r_0^{TM}] &= \eta_1 t_0^{TM} \\ \Gamma_0 [1 - r_0^{TM}] &= \Gamma_1 t_0^{TM} \end{aligned} \quad 3.1.44$$

Queste equazioni possono essere facilmente risolte per determinare i coefficienti locali di riflessione e trasmissione

$$r_0^{TM} = \frac{\eta_1 \Gamma_0 - \eta_0 \Gamma_1}{\eta_1 \Gamma_0 + \eta_0 \Gamma_1} \quad 3.1.45$$

$$t_0^{TM} = \frac{2\eta_0 \Gamma_0}{\eta_1 \Gamma_0 + \eta_0 \Gamma_1}$$

La stessa procedura può essere utilizzata per la componente verticale del vettore campo magnetico, ottenendo

$$H_{3;0} = X^{TE} \{ \exp(-\Gamma_0 x_3) + r_0^{TE} \exp(\Gamma_0 x_3) \} \quad x_3^S < x_3 < 0 \quad 3.1.46$$

$$H_{3;1} = X^{TE} t_0^{TE} \exp(-\Gamma_1 x_3) \quad x_3 < z_0 \quad 3.1.47$$

con

$$X^{TE} = \frac{\epsilon_{3v\alpha} i k_\alpha J_\alpha}{2\Gamma_0} \exp(\Gamma_0 x_3^S) \quad 3.1.48$$

dove i coefficienti di riflessione e trasmissione del modo TE all'interfaccia aria/suolo sono dati da

$$r_0^{TE} = \frac{\mu_1 \Gamma_0 - \mu_0 \Gamma_1}{\mu_1 \Gamma_0 + \mu_0 \Gamma_1} \quad 3.1.49$$

$$t_0^{TM} = \frac{2\mu_0 \Gamma_0}{\mu_1 \Gamma_0 + \mu_0 \Gamma_1}$$

Possiamo quindi esprimere la componente verticale del campo elettrico in termini di funzioni di Green rappresentanti la risposta totale dei due semispazi

$$E_{3;n} = G_{3k;n}^{EJ} J_k \quad 3.1.50$$

per $n = 0, 1$ con le funzioni di Green date da

$$G_{3\alpha;0}^{EJ} = \frac{i k_\alpha}{2\eta_0} \{ \text{sign}(x_3 - x_3^S) \exp[-\Gamma_0 |x_3 - x_3^S|] + r_0^{TM} \exp[\Gamma_0 (x_3 + x_3^S)] \} \quad 3.1.51$$

$$G_{33;0}^{EJ} = \frac{\kappa^2}{2\eta_0 \Gamma_0} \{ \exp[-\Gamma_0 |x_3 - x_3^S|] + r_0^{TM} \exp[\Gamma_0 (x_3 + x_3^S)] \} - \eta_0^{-1} \delta(x_3 - x_3^S) \quad 3.1.52$$

nel semispazio superiore $x_3 < 0$, mentre nel semispazio inferiore date da

$$G_{3\alpha;1}^{EJ} = t_0^{TM} \frac{i k_\alpha}{2\eta_1} \exp(-\Gamma_1 x_3 + \Gamma_0 x_3^S) \quad 3.1.53$$

$$G_{33;1}^{EJ} = t_0^{TM} \frac{\kappa^2}{2\eta_1 \Gamma_0} \exp(-\Gamma_1 x_3 + \Gamma_0 x_3^S). \quad 3.1.54$$

Le componenti orizzontali di campo elettrico risultano invece essere date da

$$E_{\alpha;n} = G_{\alpha r;n}^{TMEJ} J_r + G_{\alpha\beta;n}^{TEEJ} J_\beta \quad 3.1.55$$

con

$$G_{\alpha\beta;0}^{TMEJ} = \frac{ik_\alpha ik_\beta \Gamma_0}{2\eta_0 \kappa^2} \left\{ \exp(-\Gamma_0 |x_3 - x_3^S|) - r_0^{TM} \exp[\Gamma_0 (x_3 + x_3^S)] \right\} \quad 3.1.56$$

$$G_{\alpha\beta;0}^{TMEJ} = \frac{ik_\alpha}{2\eta_0} \left\{ \text{sign}(x_3 - x_3^S) \exp(-\Gamma_0 |x_3 - x_3^S|) - r_0^{TM} \exp[\Gamma_0 (x_3 + x_3^S)] \right\} \quad 3.1.57$$

$$G_{\alpha\beta;0}^{TEJ} = \frac{s\mu_0 (k_\alpha k_\beta - \kappa^2 \delta_{\alpha\beta})}{2\Gamma_0 \kappa^2} \left\{ \exp(-\Gamma_0 |x_3 - x_3^S|) + r_0^{TE} \exp[\Gamma_0 (x_3 + x_3^S)] \right\} \quad 3.1.58$$

nel semispazio superiore, dove $x_3 < 0$. Nel semispazio superiore, invece, si ha

$$G_{\alpha\beta;1}^{TMEJ} = \frac{ik_\alpha ik_\beta \Gamma_1}{2\eta_1 \kappa^2} t_0^{TM} \exp(\Gamma_0 x_3^S - \Gamma_1 x_3) \quad 3.1.59$$

$$G_{\alpha\beta;1}^{TMEJ} = \frac{ik_\alpha \Gamma_1}{2\eta_1 \Gamma_0} t_0^{TM} \exp(\Gamma_0 x_3^S - \Gamma_1 x_3) \quad 3.1.60$$

$$G_{\alpha\beta;1}^{TEJ} = \frac{s\mu_0 (k_\alpha k_\beta - \kappa^2 \delta_{\alpha\beta})}{2\Gamma_0 \kappa^2} t_0^{TM} \exp(\Gamma_0 x_3^S - \Gamma_1 x_3). \quad 3.1.61$$

I risultati trovati possono essere facilmente generalizzati nel caso in cui ci sia la presenza di un semispazio inferiore multistratificato con stratificazione orizzontale, come mostrato in Fig.3.1.3.

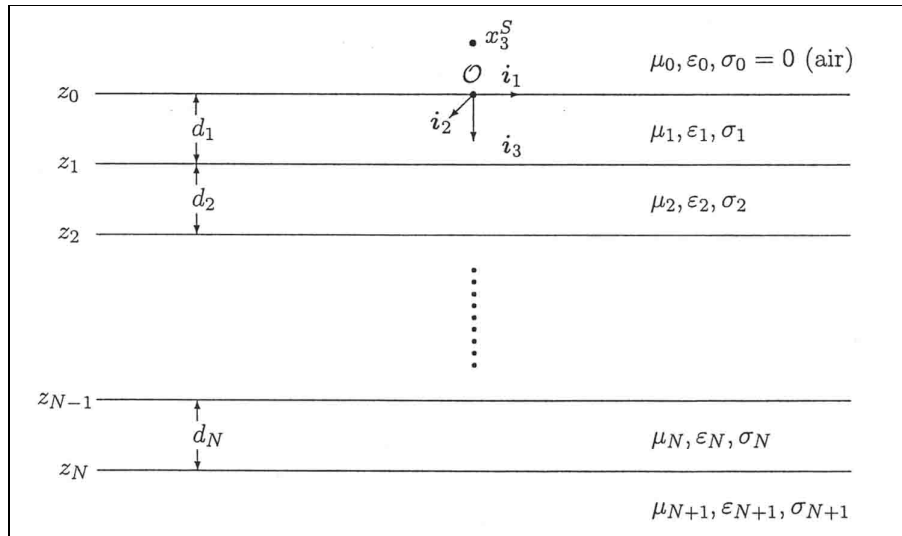


Fig. 3.1.3

In questo caso, i coefficienti di riflessione e trasmissione per i modi TE e TM (r_0^{TE} , t_0^{TE} , r_0^{TM} , t_0^{TM}) all'interfaccia aria/suolo presenti nelle precedenti equazioni, debbono essere sostituiti con gli opportuni coefficienti di riflessione e trasmissione globale per i modi TE e TM, tenenti conto di tutte le riflessioni e delle riflessioni multiple tra la superficie e le interfacce. Questi risultano essere dati dalle equazioni

$$R_n^{TM} = \frac{r_n^{TM} + R_{n+1}^{TM} \exp(-2\Gamma_{n+1}d_{n+1})}{1 + r_n^{TM} R_{n+1}^{TM} \exp(-2\Gamma_{n+1}d_{n+1})} \quad 3.1.62$$

$$r_n^{TM} = \frac{\eta_{n+1}\Gamma_n - \eta_n\Gamma_{n+1}}{\eta_{n+1}\Gamma_n + \eta_n\Gamma_{n+1}} \quad 3.1.63$$

$$R_n^{TE} = \frac{r_n^{TE} + R_{n+1}^{TE} \exp(-2\Gamma_{n+1}d_{n+1})}{1 + r_n^{TE} R_{n+1}^{TE} \exp(-2\Gamma_{n+1}d_{n+1})} \quad 3.1.64$$

$$r_n^{TE} = \frac{\mu_{n+1}\Gamma_n - \mu_n\Gamma_{n+1}}{\mu_{n+1}\Gamma_n + \mu_n\Gamma_{n+1}} \quad 3.1.65$$

calcolate per $n = 0$, dove $r_n^{TM,TE}$ denotano i coefficienti di riflessione delle onde piane locali per i modi TM e TE all' interfaccia n . Queste espressioni sono poste in forma ricorsiva e la condizione iniziale può essere posta osservando che non sono presenti onde riflesse verso l'alto dallo strato più basso del semispazio inferiore, ovvero ponendo $R_{N+1}^{TM,TE} = 0$.

3.2 Il campo per il Ground Penetrating Radar

Per le applicazioni GPR, il modello più semplice per le antenne sorgente e ricevente è la distribuzione di Dirac. Nelle normali operazioni di indagine in modalità bistatica, la antenne sono poste parallele fra loro. Per una sorgente puntiforme diretta lungo la direzione x_1 , il campo elettrico diretti lungo x_1 è misurato. Per una tale sorgente puntiforme, posta in aria e in prossimità dell'interfaccia aria/suolo, il corrispondente campo elettrico in aria sarà dato da

$$E_1(ik_\alpha, x_3, s) = (G_{11}^{TMEJ} + G_{11}^{TEEJ})J_1 \quad 3.2.1$$

che, utilizzando le Eq.3.1.56 e 3.1.58, può essere scritta nella forma

$$\begin{aligned}
E_1(ik_\alpha, x_3, s) = & -\left(s\mu_0 + \frac{k_1^2}{\eta_0}\right) \frac{\exp(-\Gamma_0|x_3 - x_3^s|)}{2\Gamma_0} J_1(s) + \\
& + \left(\frac{\Gamma_0 k_1^2}{2\eta_0 \kappa^2} r_0^{TM} - \frac{s\mu_0 k_2^2}{2\Gamma_0 \kappa^2} r_0^{TE}\right) \exp(-\Gamma_0|x_3 + x_3^s|) J_1(s)
\end{aligned} \tag{3.2.2}$$

Assumiamo, per semplicità, $\mu_1 = \mu_0$. Sostituiamo i coefficienti di riflessione dei modi TE e TM

$$\begin{aligned}
r_0^{TE} &= -1 + \frac{2\Gamma_0}{\Gamma_0 + \Gamma_1} \\
r_0^{TM} &= 1 - \frac{2\eta_0 \Gamma_1}{\eta_1 \Gamma_0 + \eta_0 \Gamma_1}
\end{aligned} \tag{3.2.3}$$

e $k_2^2 = \kappa^2 - k_1^2$. L'Eq.3.2.2 può essere scritta nella forma

$$\begin{aligned}
E_1(ik_\alpha, x_3, s) = & -\left(s\mu_0 + \frac{k_1^2}{\eta_0}\right) \frac{\exp(-\Gamma_0|x_3 - x_3^s|) - \exp(-\Gamma_0|x_3 + x_3^s|)}{2\Gamma_0} J_1(s) + \\
& -\left(\frac{s\mu_0}{\Gamma_0 + \Gamma_1} + \frac{k_1^2}{\eta_1 \Gamma_0 + \eta_0 \Gamma_1}\right) \exp(-\Gamma_0|x_3 + x_3^s|) J_1(s)
\end{aligned} \tag{3.2.4}$$

Del primo termine dell'equazione può essere effettuata una trasformazione inversa nel dominio dello spazio e del tempo analiticamente. Il risultato intermedio, nel dominio di Laplace, può essere scritto come

$$E_1(\bar{x}, s) = E_1^- + E_1^+ + E_1' \tag{3.2.5}$$

con i primi due termini dati dalle espressioni analitiche

$$E_1^- = -\frac{Z_0}{4\pi c_0^2} \left[(\Theta_1^- \Theta_1^- - 1) \frac{s}{T_0^-} + (3\Theta_1^- \Theta_1^- - 1) \left(\frac{1}{(T_0^-)^2} + \frac{1}{s(T_0^-)^3} \right) \right] \exp(-sT_0^-) \tag{3.2.6}$$

$$E_1^+ = -\frac{Z_0}{4\pi c_0^2} \left[(\Theta_1^+ \Theta_1^+ - 1) \frac{s}{T_0^+} + (3\Theta_1^+ \Theta_1^+ - 1) \left(\frac{1}{(T_0^+)^2} + \frac{1}{s(T_0^+)^3} \right) \right] \exp(-sT_0^+) \tag{3.2.7}$$

dove

$$\Theta_1^- = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + (x_3 - x_3^s)^2}}, \quad T_0^- = \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + (x_3 - x_3^s)^2}}{c_0} \tag{3.2.8}$$

e

$$\Theta_1^+ = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + (x_3 + x_3^s)^2}}, \quad T_0^+ = \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + (x_3 + x_3^s)^2}}{c_0} \tag{3.2.9}$$

sono le componenti x_1 del vettore unitario e i tempi di arrivo dell'onda diretta e riflessa.

Il terzo termine rimane come trasformata inversa di Fourier spaziale bidimensionale

$$E_1'(\vec{x}, s) = -\frac{J_1(s)}{4\pi^2} \int_{k_\alpha=-\infty}^{\infty} \left(\frac{s\mu_0}{\Gamma_0 + \Gamma_1} + \frac{k_1^2}{\eta_1\Gamma_0 + \eta_0\Gamma_1} \right) \exp[-ik_\alpha x_\alpha - \Gamma_0(x_3 + x_3^s)] dk_\alpha. \quad 3.2.10$$

Scriviamo lo spazio k_α in coordinate cilindriche

$$k_1 = \kappa \cos(\psi + \phi), \quad x_1 = \rho \cos(\phi) \quad 3.2.11$$

$$k_2 = \kappa \sin(\psi + \phi), \quad x_2 = \rho \sin(\phi) \quad 3.2.12$$

dove

$$\rho = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \quad dk_1 dk_2 = \kappa d\kappa d\psi, \quad 0 < \kappa < \infty \quad 0 < \psi < 2\pi \quad 3.2.13$$

L'Eq.3.210, in tale sistema di riferimento, può essere scritta nella forma

$$E_1'(\vec{x}, s) = -\frac{J_1(s)}{2\pi^2} \int_{k_\alpha=-\infty}^{\infty} \left(\frac{s\mu_0}{\Gamma_0 + \Gamma_1} - \frac{\partial_1 \partial_1}{\eta_1\Gamma_0 + \eta_0\Gamma_1} \right) \exp[-\Gamma_0(x_3 + x_3^s)] J_0(\kappa\rho) \kappa d\kappa \quad 3.2.14$$

$$\text{dove } k_1^2 \xrightarrow{F^{-1}} -\partial_1 \partial_1 \quad 3.2.15$$

e J_0 è la funzione di Bessel di primo tipo e ordine zero

$$J_0(\kappa\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} \exp[-i\kappa\rho \cos(\psi)] d\psi. \quad 3.2.16$$

La regola generale per la differenziazione delle funzioni di Bessel $J_n(z)$ rispetto al loro argomento è

$$J_n'(z) = \frac{1}{2} [J_{n-1}(z) - J_{n+1}(z)]. \quad 3.2.17$$

Tramite le relazioni

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z) \quad J_{n+1}(z) + J_{n-1}(z) = \frac{2n}{z} J_n(z) \quad 3.2.18$$

e il fatto che

$$\partial_1 J_0(\kappa\rho) = -\frac{x_1 \kappa}{\rho} J_1(\kappa\rho) \quad 3.2.19$$

otteniamo

$$\partial_1 \partial_1 J_0(\kappa\rho) = -\frac{1}{2} \kappa^2 [J_0(\kappa\rho) - \cos(2\phi) J_2(\kappa\rho)], \quad \cos(2\phi) = \frac{x_1^2 - x_2^2}{\rho^2}. \quad 3.2.20$$

Sostituendo i risultati di Eq.3.2.20 in Eq.3.2.14 otteniamo un'espressione in termini di un solo integrale semi-infinito, dove non sono presenti differenziazioni e adatto a valutazioni numeriche

$$E_1'(\rho, \phi, x_3, s) = -\frac{J_1(s)}{4\pi} \int_{\kappa=0}^{\infty} \left(\frac{2s\mu_0 \mathbf{J}_0(\kappa\rho)}{\Gamma_0 + \Gamma_1} - \frac{[\mathbf{J}_0(\kappa\rho) - \cos(2\phi)\mathbf{J}_2(\kappa\rho)]\kappa^2}{\eta_1\Gamma_0 + \eta_0\Gamma} \right) \exp[-\Gamma_0(x_3 + x_3^s)] \kappa d\kappa \quad 3.2.21$$

Per arrivare ad una espressione nella quale sia possibile discriminare l'onda diretta in aria e la "ground wave" è necessario fare alcune approssimazioni. La prima è trascurare la distanza verticale dell'antenna dalla superficie della terra, ovvero assumere $x_3 = 0$ e $x_3^s = 0$. Come conseguenza abbiamo per il campo elettrico totale all'antenna ricevente

$$E_1'(\rho, \pi/2, 0, s) = -\frac{I(s)}{4\pi} \int_{\kappa=0}^{\infty} \left(\frac{2s\mu_0 \mathbf{J}_0(\kappa\rho)}{\Gamma_0 + \Gamma_1} - \frac{[\mathbf{J}_0(\kappa\rho) + \mathbf{J}_2(\kappa\rho)]\kappa^2}{\eta_1\Gamma_0 + \eta_0\Gamma} \right) \kappa d\kappa \quad 3.2.22$$

La successiva approssimazione effettuabile è l'approssimazione di campo lontano. In questa approssimazione la distanza ρ fra la sorgente e l'antenna ricevente deve essere sufficientemente larga comparata con la lunghezza d'onda. In questo caso abbiamo $\mathbf{J}_2(\kappa\rho) \approx -\mathbf{J}_0(\kappa\rho)$, eccetto per valori piccoli di κ , e l'espressione per il campo elettrico si riduce a

$$E_1^{FF}(\rho, \pi/2, 0, s) = -\frac{s\mu_0 I(s)}{2\pi} \int_{\kappa=0}^{\infty} \left(\frac{\mathbf{J}_0(\kappa\rho)}{\Gamma_0 + \Gamma_1} \right) \kappa d\kappa \quad 3.2.23$$

La soluzione di questo integrale è nota ed è data da

$$E_1^{FF}(\rho, \pi/2, 0, s) = -\frac{I}{2\pi\rho^3[\sigma_1 + s(\epsilon_1 - \epsilon_0)]} [(1 + \gamma_0\rho)\exp(-\gamma_0\rho) - (1 + \gamma_1\rho)\exp(-\gamma_1\rho)] \quad 3.2.24$$

In questa espressione il primo termine costituisce l'onda diretta in aria, viaggiante con velocità c_0 , mentre il secondo termine costituisce la ground wave, viaggiante con velocità c_1 . Per arrivare ad un risultato nel dominio del tempo di facile interpretazione, facciamo l'approssimazione ad alta frequenza. Il campo elettrico è, quindi, dato da

$$E_1^{FFHF}(\rho, \pi/2, 0, \omega) = -\frac{I}{2\pi\rho^2(\epsilon_1 - \epsilon_0)} \left\{ \exp\left(-i\frac{\omega}{c_0}\rho\right) \Big/ c_0 - \exp\left[-\left(\frac{1}{2}Z\sigma + i\frac{\omega}{c_1}\right)\rho\right] \Big/ c_1 \right\} \quad 3.2.25$$

che corrisponde ad una risposta nel dominio del tempo

$$E_1^{FFHF}(\rho, \pi/2, 0, t) = \frac{c_1 I(t - \rho/c_0) H(t - \rho/c_0) - c_0 \exp\left(-\frac{1}{2} Z \sigma \rho\right) I(t - \rho/c_1) H(t - \rho/c_1)}{2\pi_0 c_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \rho^2} \quad 3.2.26$$

dove

$$H(t - \rho/c_0) = \begin{cases} 0 & t < \rho/c_0 \\ 1 & t > \rho/c_0 \end{cases}$$

è la funzione di Heaviside.

In questa approssimazione non c'è ritardo nell'arrivo del picco di impulso sorgente a causa di perdite conduttive. Questo implica che, per alte frequenze, c'è un decadimento esponenziale con l'aumento dell'offset fra le antenne ma non dispersione. Su un radargramma queste l'onda diretta in aria e la ground wave sono registrate come eventi lineari in funzione dell'aumento della distanza fra le antenne. Dalla pendenza di queste curve è possibile determinare la velocità e dall'ampiezza, in linea di principio, è possibile determinare la conducibilità del semispazio inferiore proprio sotto all'interfaccia.

4 MISURE SPERIMENTALI SU DI UN SITO NATURALE

Scopo del presente lavoro di dottorato è la stima del contenuto idrico superficiale dei suoli attraverso tecniche di indagine elettromagnetica. In particolare un nuovo approccio per la stima del contenuto idrico dei suoli, che utilizzi le informazioni contenute nell'ampiezza del segnale che si propaga in maniera diretta tra l'antenna trasmittente e quella ricevente, è proposto. Tale tecnica, analizzando le caratteristiche di accoppiamento antenna-suolo di misure acquisite in modalità "single-offset" (ovvero mantenendo costante la distanza relativa fra le antenne trasmittente e ricevente), permetterebbe di effettuare, in maniera rapida e con buona risoluzione spaziale, una stima della permittività dielettrica superficiale, e quindi del contenuto d'acqua, dei suoli. Tale tecnica risulterebbe, inoltre, applicabile in qualsiasi contesto sperimentale e, quindi, anche in assenza di strati riflettori, di profondità nota, o anomalie dielettriche localizzate.

4.1 Il sito

Misure sperimentali sono state effettuate su di un sito naturale caratterizzato da un forte gradiente laterale dei parametri fisici del suolo. Questa configurazione del sito risulta ottimale per poter indagare ed ottenere evidenze sperimentali su una possibile correlazione fra le caratteristiche del segnale GPR, ed in particolare le caratteristiche di ampiezza della traccia, e la distribuzione spaziale dei parametri elettromagnetici. Il sito scelto, localizzata a circa 120 km NW da Roma, entro il complesso Vulcanico di Latera, consiste in un largo gas-vent caratterizzato da forti variazioni laterali di contenuto d'acqua nel sottosuolo che producono un forte gradiente laterale nelle proprietà elettromagnetiche del suolo. Un "gas-vent" è caratterizzato da risalita di gas che proviene dalle profondità terrestri e fuoriesce dalla superficie. L'origine di tali cammini preferenziali per le emanazioni gassose è da relazionarsi all'elevato flusso di calore generato da intrusioni magmatiche che, causando in profondità alterazione delle unità carbonatiche locali, producono CO₂ (Pettinelli et al., 2004). Il gas-vent, come mostrato

in Fig.4.1.1, è chiaramente visibile sulla superficie come un'area subcircolare di 6 m di diametro e completamente priva di vegetazione, circondata da una serie di anelli quasi simmetrici in cui la vegetazione appare progressivamente meno stressata man mano che ci si allontana dalla zona centrale di fuoriuscita gassosa.



Fig. 4.1.1

In particolare sono individuabili:

- i) una zona di vegetazione rada (di circa 2 m di diametro);
- ii) una zona caratterizzata da moderata vegetazione (di circa 3 m);
- iii) una zona caratterizzata da vegetazione gialla (di circa 6 m).

Allontanandosi ulteriormente dal centro del gas-vent la vegetazione risulta non influenzata dall'emissioni gassose del sottosuolo. Una rappresentazione schematica, rappresentante la geometria e le caratteristiche del sito, è riportata in Fig.4.1.2.

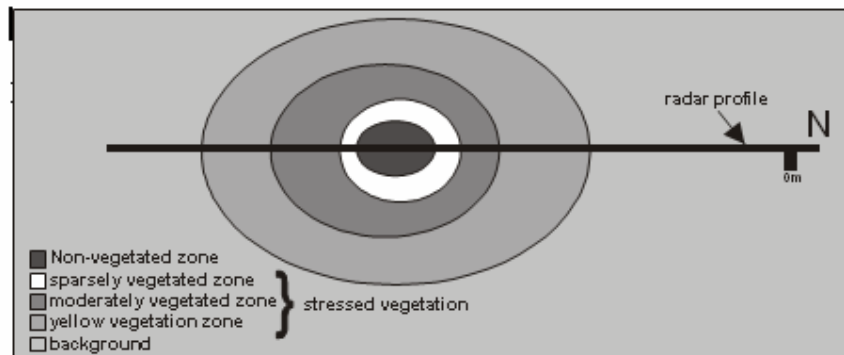


Fig. 4.1.2

Il sito risulta essere piatto e privo di rocce, condizione ottimale per ridurre gli effetti della rugosità topografica sull'accoppiamento antenna-suolo (Lampeand & Holliger, 2003).

4.2 Apparato sperimentale e modalità di misura

Le indagini GPR sono state condotte con un sistema GPR Noggin^{plus}, operante con banda di frequenza centrale a 250 MHz, caratterizzato da una separazione fra antenna trasmittente e ricevente di 28 cm e montato su di uno Smart-Cart (Sensors and Software, Inc.). Le acquisizioni sono state effettuate, in modalità single offset, lungo un profilo lineare, di circa 60 m, passante attraverso la zona caratterizzata dal gas vent. Le tracce sono state campionate con un passo di 5 cm, misurato attraverso l'utilizzo di un odometro, con una finestra temporale di 60 ns e con una media digitale di 16 tracce per ogni traccia acquisita.

Diverse informazioni possono essere ottenute attraverso un'analisi, nel dominio del tempo, degli attributi della traccia GPR. L'analisi della traccia complessa (Complex trace analysis) permette di considerare ogni traccia acquisita come la parte reale di una traccia complessa avente componenti in fase e in quadratura. In questo modo, gli attributi (ampiezza e fase istantanee della traccia complessa) possono essere calcolati (Taner, 1979). Una descrizione dettagliata di tale metodologia di elaborazione del segnale è riportata in Appendice A. In questo lavoro, il valore medio dell'attributo rappresentante l'ampiezza della traccia complessa, ovvero l'involuppo della traccia reale (Taner, 2007), è stato calcolato per diverse finestre temporali al fine di ottenere informazioni sul contenuto energetico del pacchetto di onde in funzione dello spazio e del tempo. La durata della finestra temporale è stata scelta sulla base della lunghezza nominale del pacchetto d'onde trasmesso (4 ns).

Al fine di stimare la permittività dielettrica relativa del suolo e la conducibilità elettrica statica su di un intervallo di profondità compreso fra 0–30 cm, misure TDR sono state acquisite, con passo di 1 m, lungo la stessa linea GPR. Le misure sono state effettuate con un sistema TDR Tektronix 1502C (Metallic Cable Tester), connesso attraverso un

cavo coassiale di impedenza 50Ω ad una sonda trifilare non bilanciata. La sonda, inserita verticalmente nel suolo, è costituita da tre bacchette parallele in acciaio, lunghe 30 cm, aventi un diametro di 0.4 cm e distanziate di 4.5 cm l'una dall'altra. I valori di permittività e conducibilità elettrica statica sono stati determinati utilizzando le metodologie di analisi della traccia precedentemente descritte nel Cap.2.

4.3 Analisi dei risultati

Una prima analisi dell'influenza del gas-vent sul segnale GPR può essere effettuata calcolando il valore medio dell'ampiezza della traccia complessa (Average Envelope Amplitude) per diverse finestre temporali.

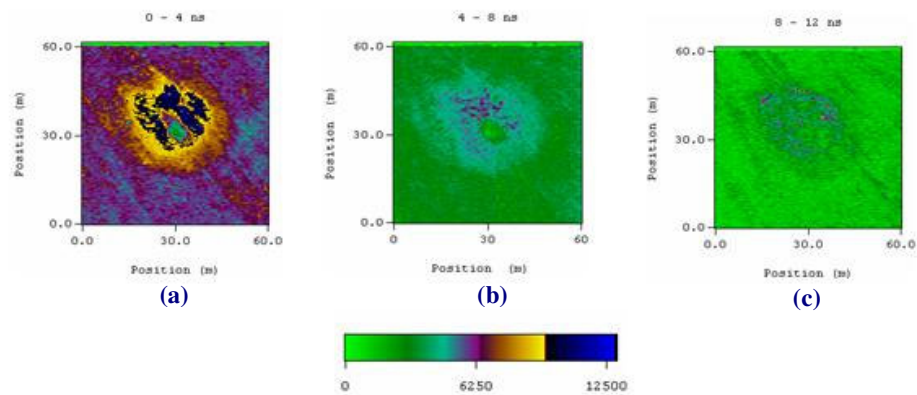


Fig. 4.3.1

Come mostrato in Fig.4.3.1(a), in corrispondenza della finestra temporale 0-4 ns, è osservabile una correlazione qualitativa con la variabilità spaziale dei parametri elettromagnetici. Si noti, infatti, come le variazioni spaziali di ampiezza corrispondano, in linea di massima, alle differenti aree, mostrate in Fig.4.1.2, che caratterizzano il gas-vent. Da Fig.4.3.1(b) e Fig.4.3.1(c) è osservabile come la correlazione, consistente per la prima finestra temporale, diminuisca man mano che si considerino intervalli temporali posteriori (ad esempio 4-8 ns o 8-12 ns); questo ad indicare come le informazioni ottimali sull'accoppiamento antenna-suolo siano contenute nelle parte iniziale del segnale GPR.

Per confrontare direttamente i dati GPR e TDR, sono state estratte dalle sezioni radar, ed elaborate tramite ampiezza media della traccia complessa, le forme d'onda acquisite ogni metro in corrispondenza dei punti di misura TDR. In Fig.4.3.1 è riportato un esempio di tracce GPR acquisite in aree a differente permittività.

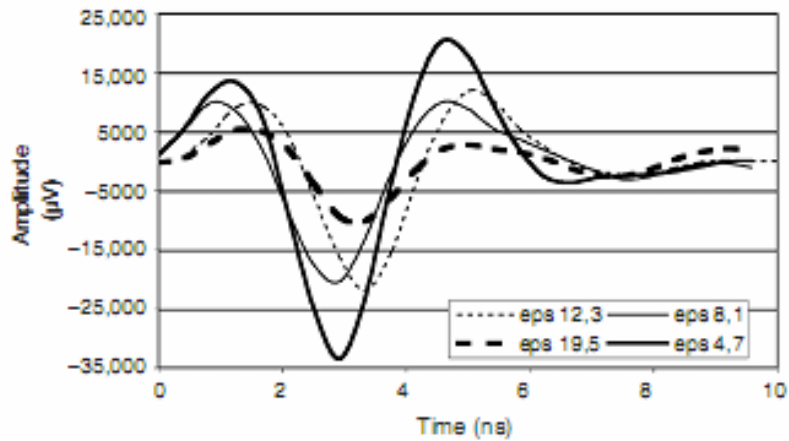


Fig. 4.3.2

È chiaramente osservabile come le forme d'onda differiscano fra loro in termini di ampiezza e andamento temporale. Tali variazioni risultano essere legate ai parametri elettromagnetici del suolo. Nella Fig.4.3.3 è riportato, in scala inversa, il valore dell' Average Envelope Amplitude in funzione della posizione spaziale GPR; un confronto con i valori di permittività e conducibilità misurati tramite TDR può essere effettuato confrontando tale figura con la Fig.4.3.4.

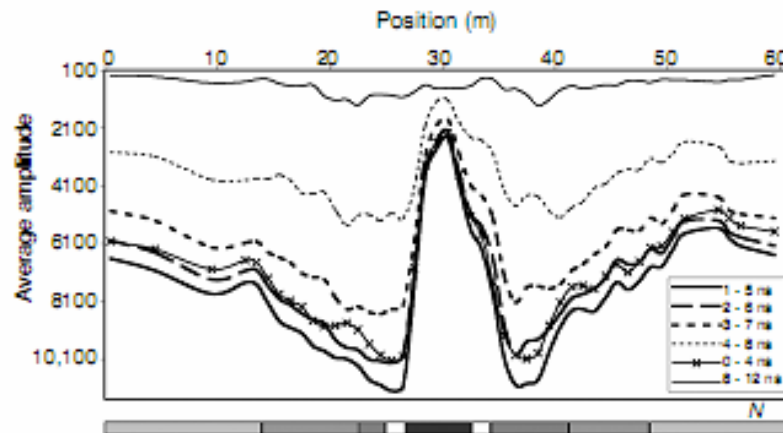


Fig. 4.3.3

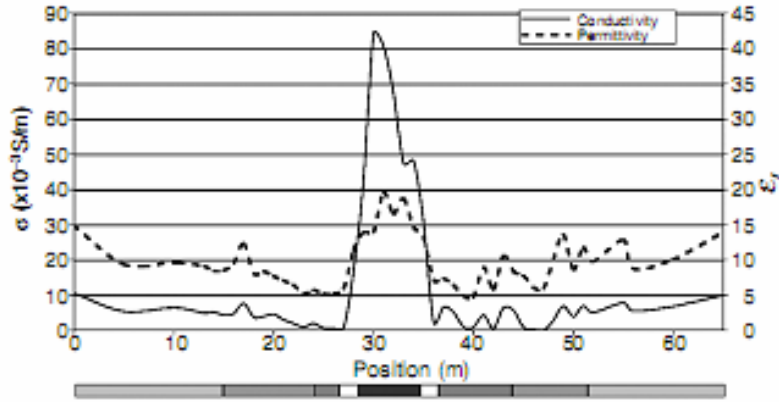


Fig. 4.3.4

In entrambe le figure è evidente una regione, approssimativamente fra i 25 e i 35 metri e corrispondente alla zona centrale del gas vent, caratterizzata da un elevato valore di ϵ_r e σ_{DC} e da un basso valore di ampiezza GPR. Si noti come l'ampiezza del segnale GPR segua, in funzione della distanza, in maniera sistematica le variazioni di proprietà dielettriche, suggerendo una sua buona correlazione con i parametri elettromagnetici superficiali caratteristici del suolo.

Una stima quantitativa del grado di correlazione lineare fra le quantità misurate può essere ottenuta attraverso il coefficiente di correlazione r , definito come

$$r = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{[N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]^{1/2} [N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]^{1/2}} \quad 4.3.1$$

dove x_i e y_i rappresentano, nel nostro caso, la coppia di misure ($N = 50$) prese nello stesso punto lungo la linea radar centrale. In particolare, essendo il presente lavoro centrato sullo studio della possibilità di stimare il contenuto idrico dei suoli attraverso le informazioni contenute nelle forme d'onda GPR, l'attenzione è stata posta sull'analisi della correlazione fra l'ampiezza media della traccia complessa, associata ai primi tempi di arrivo del segnale, e la permittività dielettrica dei suoli, solitamente utilizzata in letteratura per stimarne, con un buon grado di affidabilità, il contenuto d'acqua. In Fig.4.3.5 sono riportati i valori di Average Envelope Amplitude del segnale calcolati per l'intervallo 0-4 ns in funzione dei valori di permittività dielettrica del suolo misurati tramite TDR. In Tabella1 sono riportati il valore di correlazione r , i coefficienti della

retta $y = mx + q$ interpolante i punti sperimentali (dove le ascisse rappresentano i valori di permittività TDR misurati) e la deviazione standard σ ad essa associata.

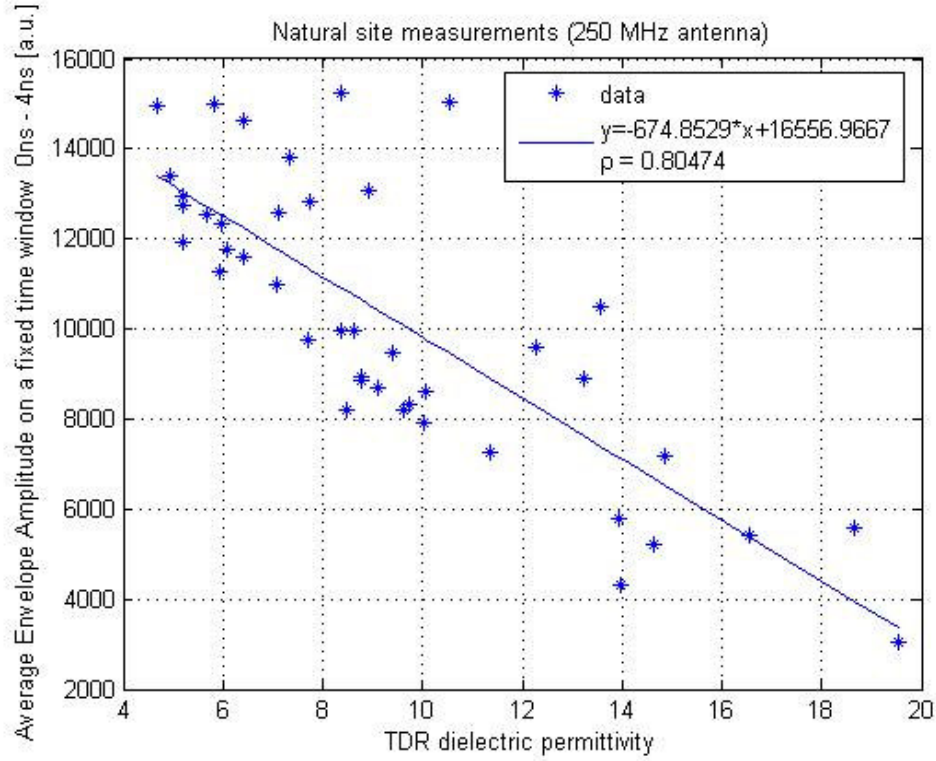


Fig. 4.3.5

Natural site (250 MHz)		$y = mx + q$	
$r \pm \sigma_r$	σ	$m \pm \sigma_m$	$q \pm \sigma_q$
0.80 ± 0.06	$1.9E+03$	$(-6.75 \pm 0.79)E+02$	$(16.56 \pm 0.81)E+03$

Tabella 1

Il coefficiente di correlazione r è stato ottenuto tramite l'Eq.4.3.1, mentre i coefficienti m e q sono stati ottenuti tramite le equazioni:

$$m = \frac{N \sum x_i y_i - \sum y_i \sum x_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad 4.3.2$$

$$q = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad 4.3.3$$

applicabili nel caso in cui si assuma che le variabili y_i siano caratterizzate dalla stessa varianza, ovvero $\sigma_i^2 \equiv \sigma^2$. Qualora la varianza σ^2 non sia nota, come nel nostro caso, essa può essere stimata dagli stessi valori sperimentali y_i utilizzando la relazione

$$\sigma = \frac{1}{N-2} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad 4.3.4$$

dove

$$\hat{y}_i = mx_i + q \quad 4.3.5$$

Le indeterminazioni associate ai parametri m e q sono state determinate tramite le relazioni

$$\sigma_m = \frac{N \sum x_i y_i - \sum y_i \sum x_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad 4.3.6$$

$$\sigma_q = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad 4.3.7$$

mentre l'indeterminazione associata al coefficiente di correlazione è stata determinata scrivendo r nella forma

$$r = \sqrt{m \cdot \tilde{m}} \quad 4.3.8$$

ed applicando la formula di propagazione dell'errore statistico

$$\sigma_r^2 = \left(\frac{\partial r}{\partial m} \right)^2 \sigma_m^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial \tilde{m}} \right)^2 \sigma_{\tilde{m}}^2 \quad 4.3.9$$

dove $\tilde{m}$ risulta essere il coefficiente angolare della retta dei minimi quadrati ottenuta scambiando fra loro i valori delle ascisse e delle ordinate associati ai dati sperimentale, e $\sigma_{\tilde{m}}$ risulta essere l'indeterminazione ad esso associata.

Per ottenere informazioni significative sul grado di correlazione, il coefficiente r deve essere associato alla funzione di distribuzione $P_c(r, N)$, che esprime la probabilità che gli N dati osservati appartengano a popolazioni non correlate. Perciò, un piccolo valore di $P_c(r, N)$ implica come le variabili siano, presumibilmente, correlate. Minore è il numero dei campioni N , maggiore dovrà essere il valore del coefficiente di correlazione r affinché si ottenga un piccolo valore di $P_c(r, N)$ e quindi una

significativa correlazione fra le popolazioni. I valori di probabilità $P_c(r, N)$ sono tabulati in diversi riferimenti (per esempio Bevington (1969)). Per il coefficiente di correlazione da noi ottenuto, la probabilità $P_c(r, N)$ è risultata essere inferiore a 0.001, indicando, così, come le varie coppie siano caratterizzate da una non trascurabile dipendenza lineare. La distribuzione dei punti sperimentali è risultata caratterizzata, tuttavia, da una notevole dispersione intorno alla linea di tendenza lineare ottenuta, come dimostrato dall'elevato valore della deviazione standard σ , portando ad un errore relativo $(\sigma/\hat{y})$ del 20% nella stima della variabile dipendente $\hat{y}$. L'andamento dei residui standardizzati

$$\gamma_i = (y_i - \hat{y}_i) / \sqrt{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad 4.3.10$$

in funzione della variabile indipendente x , riportato in Fig.4.3.6, mostra comunque una distribuzione Normale, indicando, quindi, l'assenza, di una particolare causa di deviazione dei valori di y_i intorno alla retta di regressione stimata ed indicando la correttezza della relazione lineare ipotizzata.

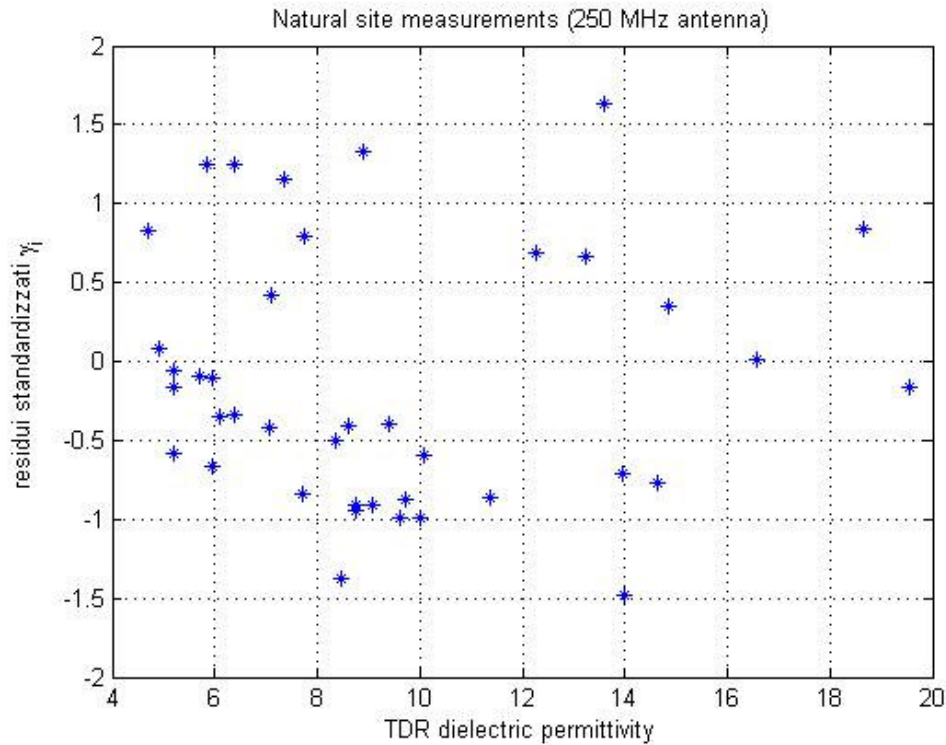


Fig. 4.3.6

I risultati ottenuti hanno mostrato come i dati misurati esibiscano un buon grado di correlazione lineare, indicando come l'analisi delle caratteristiche della prima finestra temporale del segnale GPR possa, in linea di massima, essere utilizzata per caratterizzare la permittività dielettrica superficiale dei suoli e, quindi, il contenuto idrico. L'elevata deviazione standard e il valore di r , dell'ordine di 0.8, fanno presupporre, comunque, la presenza di fattori secondari che influenzino la dipendenza fra il valore di Average Envelope Amplitude, caratterizzante la prima finestra temporale del segnale GPR, e la permittività dielettrica caratterizzante il materiale con cui il sistema radar risulta accoppiato. Tuttavia non si esclude che questo fenomeno sia, in parte, imputabile ai diversi volumi di suolo indagato dalle tecniche GPR e TDR utilizzate. Il volume di suolo indagato dalla tecnica TDR corrisponde ad una regione cilindrica di altezza 30 cm (lunghezza delle sonde) e di sezione dell'ordine dei 10 cm (distanza fra i conduttori esterni della sonda trifilare utilizzata). Il volume di suolo indagato dal GPR può essere assunto, dal momento che si stanno considerando le informazioni contenute nel primo tempo di arrivo del segnale, di un ordine di grandezza corrispondente al raggio della regione di campo vicino radiante di un'antenna $R = 2D^2/\lambda$ (con λ lunghezza d'onda nel mezzo, associata alla frequenza dominante del segnale radar emesso, e D dimensione massima dell'antenna). Considerando la grande variabilità della permittività caratterizzante il sito, il volume radiale di indagine GPR risulta essere compreso, approssimativamente, fra i 30 e i 60 cm. Dal momento, però, che il segnale acquisito, in corrispondenza della prima finestra temporale, risulta essere una composizione dell'onda diretta in aria e della ground wave (cfr. Cap.2), non si esclude che la profondità di indagine del segnale possa essere quella caratteristica di quest'ultima onda. Molti studi sono stati effettuati al fine di determinare la profondità di penetrazione, e quindi di indagine, della ground wave, lasciando tuttavia la questione ancora irrisolta e determinando, a seconda delle ipotesi dei vari autori, uno spessore di suolo indagato compreso fra $0.145\lambda^{1/2}$ e $\lambda/2$ (Galagedara et al., 2005a, Galagedara et al., 2005b e riferimenti all'interno), che, nel nostro caso, corrisponderebbe ad intervalli di 8 - 11 cm o 13 - 27 cm.

5 MISURE SPERIMENTALI SU DI UN TEST SITE

Le misure effettuate su di un sito sperimentale, e riportate nel precedente paragrafo, hanno fornito risultati interessanti ed innovativi, pur tuttavia lasciando questioni irrisolte che necessitano di studi ulteriori, sia di natura teorica che sperimentale. Allo scopo di affrontare in maniera sistematica e sperimentale tali questioni, è stato progettato e realizzato “ad hoc” un sito artificiale (Test site). Il motivo per cui diversi lavori, presenti in letteratura (Van Overmeeren et al., 1997; Daniel et al., 1995; Schmalz et al., 2002), siano sviluppati in siti artificiali piuttosto che in siti naturali dipende dal fatto che quest’ultimi, sebbene forniscano informazioni più realistiche, spesso presentano parametri non controllabili che rendono difficoltosa l’interpretazione dei risultati. Il sito realizzato permette di effettuare misure GPR e TDR in un suolo sabbioso in condizioni idriche controllate, eliminando gli effetti dovuti alla presenza di vegetazione e alla rugosità del terreno e ottimizzando, così, l’accoppiamento antenna-suolo.

5.1 Caratteristiche e costruzione del Test-site

Il test site è stato realizzato all’interno della Azienda Agraria dell’Università degli Studi della Tuscia (VT). Il trivellamento preliminare, effettuato nell’area prescelta, ha stabilito uno spessore massimo utile, a causa della presenza di tufo, di 1.20 m. Le dimensioni areali sono state scelte dell’ordine di 4 m x 6 m, ovvero tali da garantire la possibilità di eseguire un sufficiente numero di misure al centro del test site evitando la sovrapposizione delle riflessioni laterali provenienti dalle estremità del sito.

La realizzazione del sito sperimentale è stata sviluppata in varie fasi:

- i) È stato effettuato uno scavo con l’ausilio di una pala meccanica. Il principale problema affrontato in questa fase è stato quello di scavare in modo sistematico e simmetrico l’area, cercando di ottenere una geometria rettangolare. Alla fine dei lavori, a causa delle difficoltà oggettive dovute alla profondità non costante del tufo, si è ottenuta una “vasca” trapezoidale di dimensioni 4.50 x 8.50 x 1.20 m³. Su un lato della vasca è stato predisposto un canale di scolo al fine di minimizzare la spinta dell’acqua

sulle pareti laterali esterne. In Fig.5.1.1 sono riportate le fasi relative allo scavo e al livellamento del fondo;



Fig. 5.1.1

ii) Il fondo della vasca, spianato e livellato con pendenza adeguata, è stato coperto da un sottile strato di sabbia (ϕ 0.3 mm), per circa 3 cm di spessore, allo scopo di salvaguardare la copertura impermeabile (inserita nella fase successiva) sia durante le successive operazioni di riempimento sia contro l'usura del tempo. Per lo stesso motivo è stata stesa, sopra lo strato di sabbia, una copertura in feltro. In Fig.5.1.2 sono mostrati lo strato di sabbia e la copertura di feltro utilizzata;



Fig. 5.1.2

iii) Una parete in legno, per rendere più regolare la geometria dello scavo, è stata costruita e al suo interno è stato posto un robusto telo impermeabile in PVC per il contenimento dell'acqua (Fig.5.1.3). Le dimensioni effettive della vasca dopo tale contenimento sono risultate di circa $4 \times 8 \text{ m}^2$ per 1 m di profondità;



Fig. 5.1.3

iv) La base della vasca è stata ricoperta con uno strato di ghiaia di fiume grossolana (diametro medio 15 mm), avente uno spessore di circa 20 cm, allo scopo di favorire un deflusso il più uniforme possibile ed una saturazione omogenea della vasca durante l'immissione/drenaggio dei volumi d'acqua;

v) Due piezometri, a due lati opposti della vasca, sono stati inseriti contemporaneamente al riempimento della vasca con lo strato di ghiaia di base, al fine di monitorare il contenuto idrico (mediante l'altezza di falda) del sistema. In Fig.5.1.4 è riportato un particolare del sistema di piezometri utilizzato;



Fig. 5.1.4

vi) Un sistema per l'immissione e il drenaggio dell'acqua è stato installato all'interno dello strato di ghiaia. Tale sistema è costituito da tubi, in materiale plastico (polietilene)

(PN 20; ϕ 0.40 mm), opportunamente forati per tutta la loro lunghezza e rivestiti con rete metallica ed un ulteriore strato esterno in T.N.T. al fine di evitare l'occlusione dei fori da parte delle particelle di sabbia più fini. Un particolare di tali tubi è mostrato in Fig.5.1.5. In Fig.5.1.6 è mostrato il sistema di alimentazione dell'acqua costituito da un tubo verticale, dai due tubi di raccordo laterali (arancioni) e dai tre tubi orizzontali forati precedentemente descritti;



Fig. 5.1.5



Fig. 5.1.6

vii) Sopra lo strato di ghiaia è stato ricreato un orizzonte sabbioso dello spessore di circa 80-90 cm, a colmare la vasca fino alla sommità del piano campagna (Fig.5.1.7).



Fig. 5.1.7

In fase di progettazione, per la necessità di ottenere un mezzo omogeneo, si è deciso di utilizzare sabbia quarzosa a basso tenore di minerali magnetici, in modo da poter

assumere $\mu'_r = 1$ e $\mu''_r = 0$. E' stata così scelta la sabbia di fiume lavata avente la distribuzione granulometrica mostrata in Fig.5.1.8. Per minimizzare la formazione di stratificazioni o di zone eterogenee, dovute al passaggio dei mezzi meccanici o al calpestio, la vasca è stata riempita manualmente.

RAPPORTO DI PROVA N.952/04

Sabbia 0/6

Quantitativo analizzato: 556,7 g

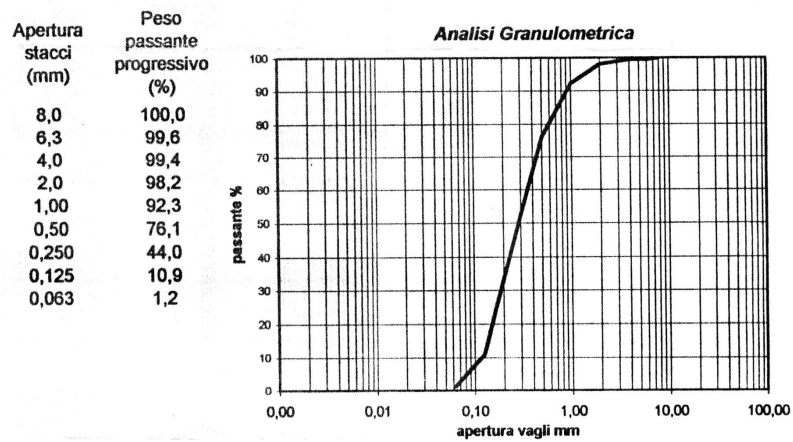


Fig. 5.1.8

- viii) Terminata la costruzione della vasca, è stato collegato al sistema di irrigazione/drenaggio il serbatoio in PVC tarato, della capacità di 1000 litri, mostrato in Fig.5.1.9.



Fig. 5.1.9

Per completezza riportiamo che all'interno della vasca è stato inserito anche un sistema per l'immissione di gas e un sistema TDR multilivello per effettuare misure di profili verticali di permittività dielettrica. Tali componenti non sono stati utilizzati in questa fase del lavoro, ma sono stati implementati in previsione di studi futuri e di un diverso utilizzo del test-site.

5.2 Apparato sperimentale e modalità di misura

Le misure GPR e TDR sono state eseguite variando, progressivamente, le caratteristiche elettromagnetiche superficiali del suolo. Questo è stato fatto immettendo, tramite il sistema descritto, acqua dal fondo della vasca al fine di modificare, il più omogeneamente possibile, il contenuto idrico superficiale del suolo. Si è voluto così ottenere un ampio intervallo di valori di permittività, analogamente alle condizioni osservate in prossimità del gas-vent (Cap.4), che permettesse di analizzare la correlazione fra i risultati ottenuti con le due differenti tecniche di misura utilizzate.

Per confrontare direttamente i dati GPR e TDR è stato necessario effettuare le misure negli stessi punti; a tal fine è stato realizzato il reticolato, rappresentato in Fig.5.2.1, attraverso cordoni di nylon posti sulla superficie del sito. Le dimensioni esterne del reticolo, determinate in modo da non avere effetti dovuti al bordo della vasca, sono pari a $2.60 \times 6.00 \text{ m}^2$. Le misure TDR sono state eseguite con sonde inserite verticalmente nei punti di intersezione tra le linee 1, 5, 9 e 13, in direzione Y , e le linee 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, in direzione X . Le misure GPR sono state acquisite in direzione Y lungo 14 profili (dalla linea 0 alla linea 13) spaziate di 20cm e le tracce corrispondenti ai punti di misura TDR sono state estratte dalle sezioni. Le misure TDR sono state effettuate con un sistema Tektronix 1502C (Metallic Cable Tester), connesso attraverso un cavo coassiale di impedenza 50Ω ad una sonda trifilare non bilanciata costituita da bacchette parallele in acciaio, di lunghezza 20cm, diametro 0.4cm e distanza reciproca 4.5cm. Le misure georadar sono state condotte con un sistema GPR Noggin^{plus} operante in modalità bistatica, con antenne da 250 MHz (distanza trasmettente - ricevente 30cm) e 500 MHz (distanza trasmettente - ricevente 14cm), e montato su di uno Smart-Cart (Sensors and Software, Inc.). Le acquisizioni sono state effettuate, in modalità single offset e le tracce

sono state campionate con un passo di 5cm, con una finestra temporale di 60ns e con una media digitale di 16 tracce per ogni traccia acquisita.

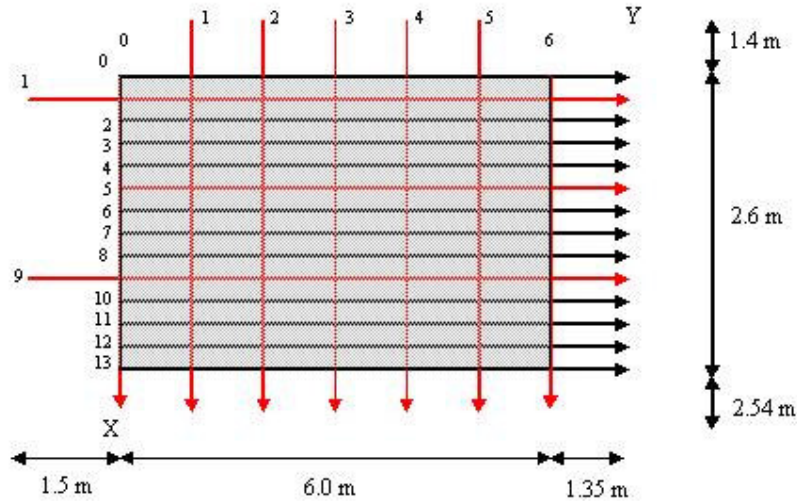


Fig. 5.2.1

Le differenti caratteristiche superficiali del suolo sono state ottenute effettuando misure in 8 diverse condizioni di contenuto idrico denominate DRY, W1, W2, W3, W4, W5, W6, W7. La misura DRY corrisponde alla situazione iniziale in cui non è stata aggiunta acqua dall'esterno e la sabbia che riempie la vasca contiene solo quella igroscopica. Successivamente sono stati immessi nella vasca volumi di acqua tramite il serbatoio tarato: inizialmente (W1,W2,W3 e W4) con incrementi di 1000 l, poi con carichi ridotti da 500 l (W5 e W6) ed infine, raggiungendo quasi il livello di saturazione, con un carico da 1000 l (W7). La Tabella 1 riassume le diverse condizioni di contenuto idrico con le modalità di aggiunta di acqua e le date relative all'immissione e alle misurazioni. In Fig.5.2.2 è riportato il livello della falda freatica espresso come profondità rispetto al piano di campagna e controllato, per ogni contenuto idrico, tramite i piezometri.

WATER CHARGE CONDITION	
Added water (litres)	Water charge reference name
0	DRY
1000	W1
1000	W2
1000	W3
1000	W4
500	W5
500	W6
1000	W7

Tabella 2

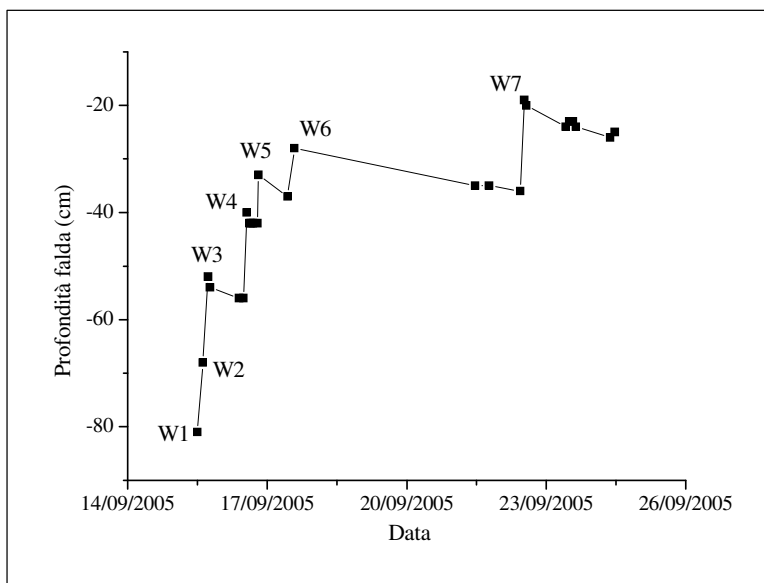


Fig. 5.2.2

5.3 Analisi dei risultati

In analogia alla metodologia utilizzata nell'analisi delle misure effettuate su di un sito naturale, i valori puntuali di permittività dielettrica, misurati tramite TDR, sono stati confrontati con le informazioni ottenute attraverso un'analisi, nel dominio del tempo, degli attributi delle tracce GPR acquisite in corrispondenza di essi. In particolare, l'ampiezza media dell'involuppo della traccia reale (Average Envelope Amplitude) è stata calcolata per l'intervallo temporale 0-4 ns per l'antenna da 250 MHz e per l'intervallo 0-2 ns per l'antenna da 500 MHz. La durata della finestra temporale è stata scelta sulla base della lunghezza nominale del pacchetto d'onde trasmesso e si è considerata la parte iniziale del segnale GPR (primo tempo di arrivo del segnale) in quanto contenete, come osservato nel Cap.4, le informazioni ottimali sull'accoppiamento antenna-suolo. In Fig.5.3.1 è mostrata qualitativamente la correlazione, riferita ad una particolare condizione di contenuto idrico del sito, fra la variabilità spaziale dei valori di permittività dielettrica e l'Average Envelope Amplitude delle tracce GPR acquisite con antenna da 250 MHz.

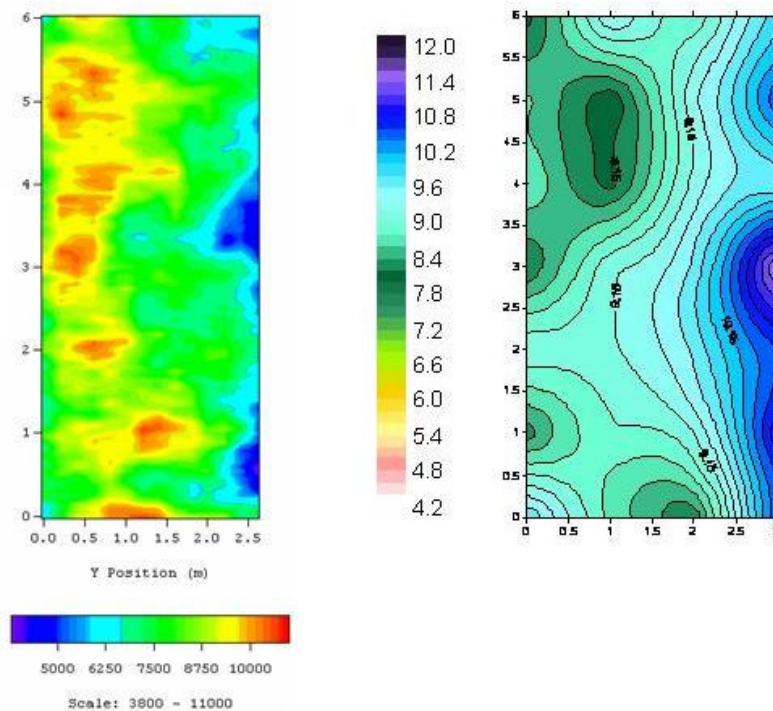


Fig. 5.3.1

Con riferimento alla metodologia di analisi introdotta nel Cap.4, i risultati ottenuti, per una stima quantitativa del grado di correlazione lineare fra le grandezze considerate, sono di seguito riportati (Fig.5.3.2 e Tabella 2, Fig.5.3.3 e Tabella 3).

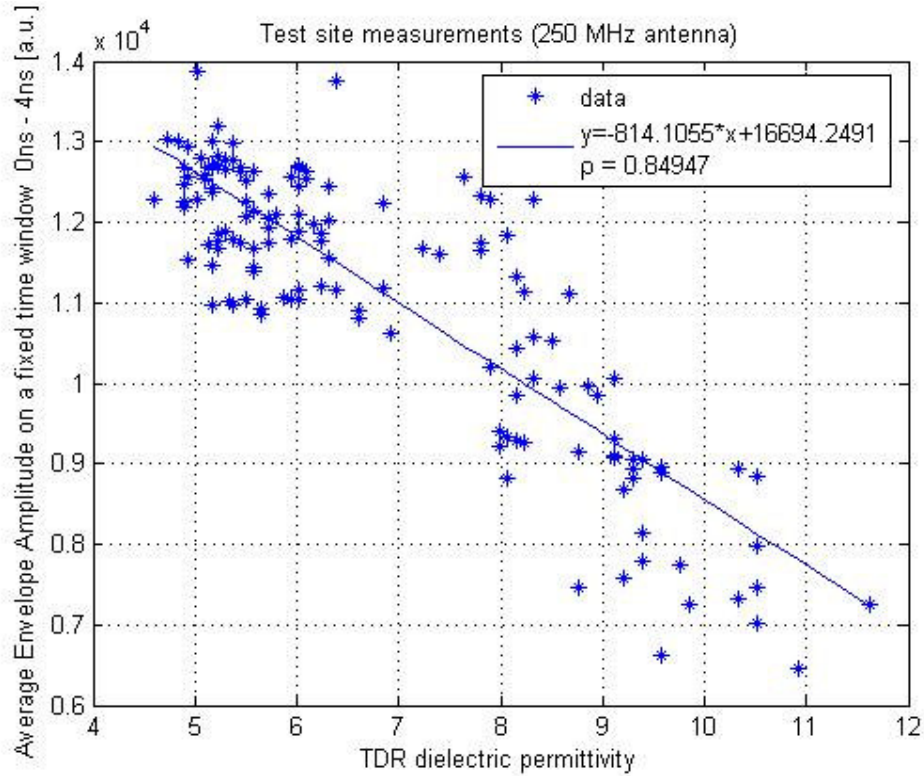


Fig. 5.3.2

Test site (250 MHz)		$y = mx + q$	
$r \pm \sigma_r$	σ	$m \pm \sigma_m$	$q \pm \sigma_q$
0.84 ± 0.03	$9.1\text{E}+02$	$(-8.14 \pm 0.43)\text{E}+02$	$(16.69 \pm 0.31)\text{E}+03$

Tabella 3

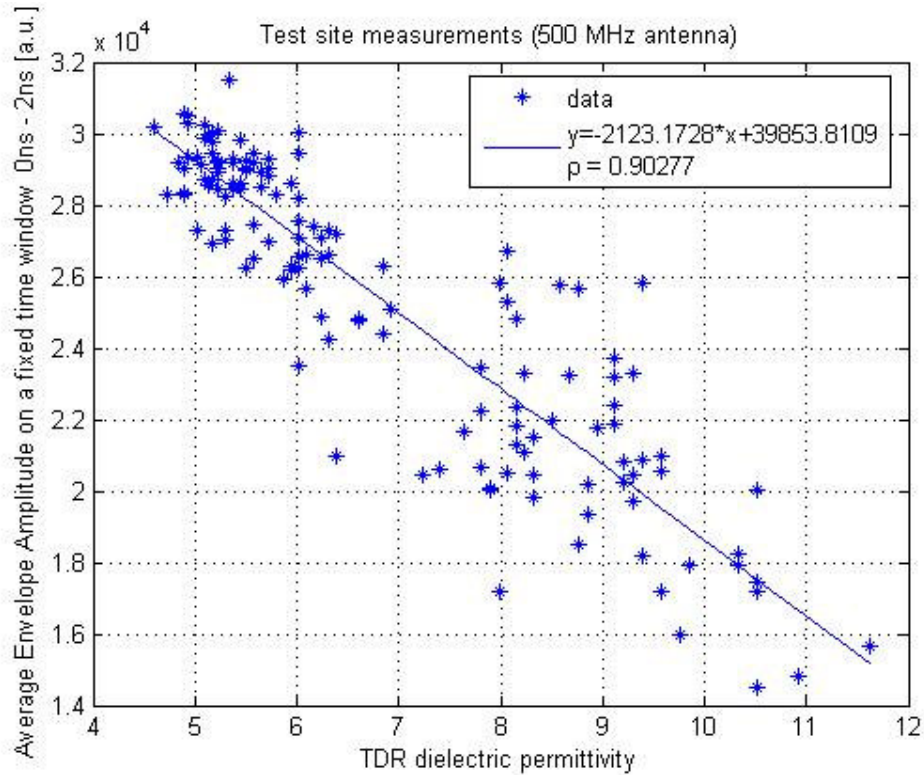


Fig. 5.3.3

Test site (500 MHz)		$y = mx + q$	
$r \pm \sigma_r$	σ	$m \pm \sigma_m$	$q \pm \sigma_q$
0.90 ± 0.03	$1.8E+03$	$(-21.23 \pm 0.86)E+02$	$(39.85 \pm 0.62)E+03$

Tabella 4

dove le grandezze r , σ_r , σ , m , σ_m , q , σ_q corrispondono a quelle introdotte nel precedente capitolo. Le considerazioni statistiche effettuate durante l'analisi delle misure sperimentali su di un sito naturale, riguardanti la funzione di distribuzione $P_c(r, N)$ e l'andamento dei residui standardizzati γ_i , sono state effettuate anche in questo contesto sperimentale, fornendo analoghi risultati (correttezza della relazione lineare ipotizzata e bontà del grado di correlazione ottenuto).

I valori di correlazione ottenuti, per entrambe le antenne, sono risultati essere maggiori rispetto alla correlazione ottenuta per le misure in un sito naturale ($r = 0.80$) e anche gli

errori relativi ($\sigma/\hat{y}$) sono risultati essere minori (7-8% rispetto al 20%). Tale fenomeno è probabilmente dovuto alle caratteristiche costitutive del sito sperimentale che permettono di minimizzare la presenza di fattori secondari, eliminando gli effetti dovuti alla presenza di vegetazione e alla rugosità del terreno e ottimizzando l'accoppiamento antenna-suolo.

Come si può osservare da Tabella 2 e Tabella 3, il valore di correlazione caratterizzante le misure effettuate con antenna da 500 MHz è risultato essere significativamente maggiore rispetto a quello caratterizzante le misure effettuate con antenna da 250 MHz. Tale comportamento, sebbene in parte possa anche dipendere dalle differenti profondità di indagine dalle due antenne, non si esclude possa essere dovuto alle diverse durate delle finestre temporali scelte per effettuare la media dell'ampiezza della traccia complessa (0-4 ns per l'antenna da 250 MHz e 0-2 ns per l'antenna da 500 MHz). Un'ulteriore analisi è stata quindi effettuata, al fine di ottimizzare le informazioni ottenibili attraverso l'utilizzo dell'antenna da 250 MHz, scegliendo, anche per questo caso, una finestra temporale di 0-2 ns per il processo di media. I risultati ottenuti sono riportati in Fig.5.3.4 e in Tabella 4.

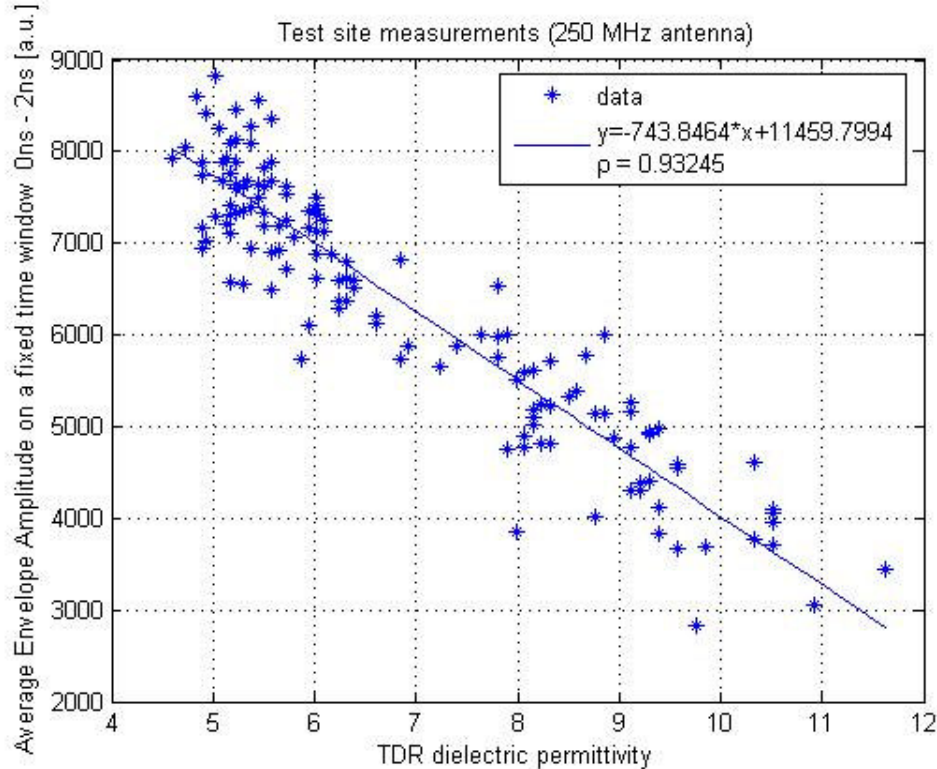


Fig. 5.3.4

Test site (250 MHz)		$y = mx + q$	
$r \pm \sigma_r$	σ	$m \pm \sigma_m$	$q \pm \sigma_q$
0.93 ± 0.02	$5.2E+02$	$(-7.43 \pm 0.25)E+02$	$(11.46 \pm 0.17)E+03$

Tabella 5

Si può notare come, con la scelta della suddetta finestra temporale, il grado di correlazione associato all'antenna da 250 MHz è risultato essere leggermente maggiore di quello associato all'antenna da 500 MHz. È quindi ipotizzabile una dipendenza del valore di r dalla durata della finestra temporale; una sua opportuna scelta permette, quindi, di massimizzare il valore del coefficiente di correlazione e, conseguenzialmente, di ottimizzare le informazioni contenute nella traccia radar. Uno studio sistematico è stata effettuato per determinare, per entrambe le antenne, la dipendenza del valore del coefficiente di correlazione dalla durata dell'intervallo temporale scelto per il processo di media dell'ampiezza della traccia complessa. Tali intervalli sono stati scelti della forma $\Delta t = [0ns; t_f]$, con $t_f = [0.1ns; 20ns]$ e $t_f(i_esimo) - t_f(i-1_esimo) = 0.1ns$. In Fig.5.3.5 e in Fig.5.3.6 sono riportati, rispettivamente, i risultati relativi all'antenna da 250 MHz e 500 MHz.

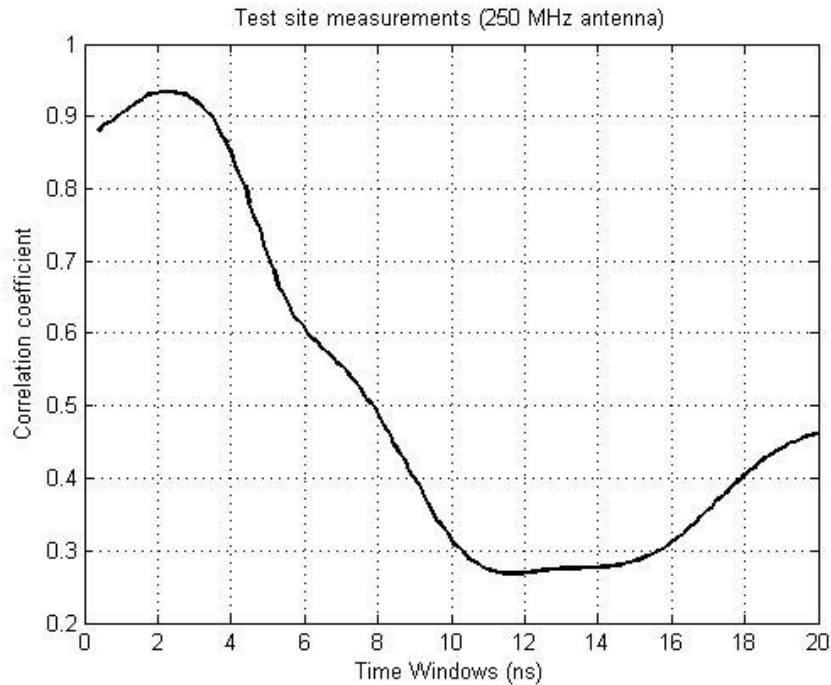


Fig. 5.3.5

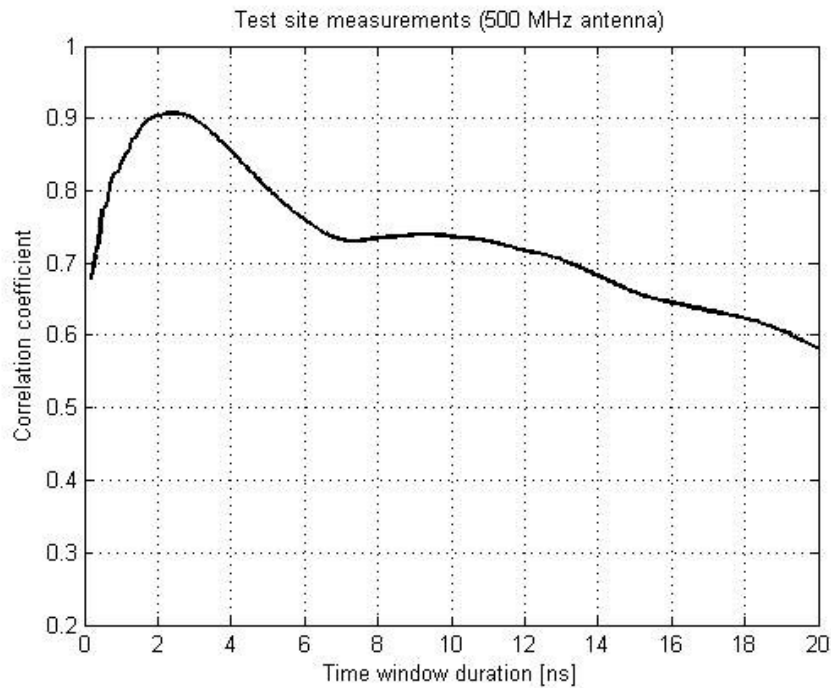


Fig. 5.3.6

Come si può osservare, vi è una chiara dipendenza del valore del coefficiente di correlazione dall'intervallo temporale scelto. In entrambi i casi l'andamento di r risulta crescente fino al raggiungimento di un valore massimo (0-2.4 ns per l'antenna da 250 MHz e 0-2.5 ns per l'antenna da 500 MHz). Tale valore corrisponde al tempo necessario affinché l'ampiezza della traccia complessa contenga sufficienti informazioni sul contenuto energetico del segnale radar acquisito. È proprio tale contenuto energetico, infatti, che, dipendendo dai fenomeni di accoppiamento antenna-suolo, risulta essere funzione delle caratteristiche elettromagnetiche del suolo e, in particolar modo, della sua permittività dielettrica. Dopo il raggiungimento del suo valore massimo, r assume, a meno di massimi locali, valori relativamente bassi. Tale comportamento può essere imputabile a fenomeni di interferenza dovuti ad eventi non dipendenti dall'accoppiamento antenna-suolo, quali ad esempio riflessioni da discontinuità locali, che diventano sempre più consistenti man mano che si considerino finestre temporali più estese. Tali fenomeni si presentano come rumore nella nostra metodologia di analisi. La scelta ottimale della finestra temporale risulta, quindi, un giusto compromesso fra l'informazione ed il rumore contenuti nel segnale.

Per verificare una possibile dipendenza della durata ottimale della finestra temporale dalle particolari caratteristiche sperimentali del sito analizzato, la precedente analisi è stata effettuata anche per le misure effettuate con antenna da 250 MHz su di un sito naturale (Cap.4). L'andamento del coefficiente di correlazione lineare è riportato in Fig.5.3.7.

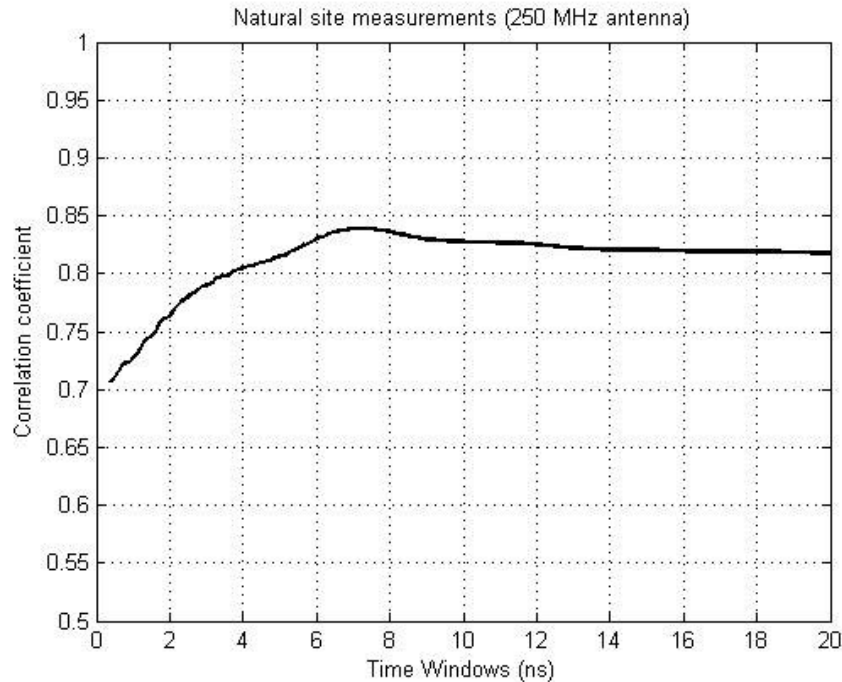


Fig. 5.3.7

Si può notare come l'andamento di r sia differente dagli andamenti dei coefficienti di correlazione associati alle misure effettuate sul Test site; in questo caso il valore massimo è raggiunto per una durata della finestra temporale maggiore ($r = 0.84$ per $\Delta t = 0-7\text{ns}$) e risulta tendere, al crescere della larghezza dell'intervallo, ad un valore asintotico relativamente alto ($r = 0.82$). Ciò può essere, in parte, spiegato analizzando le caratteristiche delle forme d'onda acquisite. In Fig.5.3.8 sono riportate le tracce acquisite, con antenna da 250 MHz e nelle stesse condizioni di permittività dielettrica del terreno, nei due differenti siti analizzati.

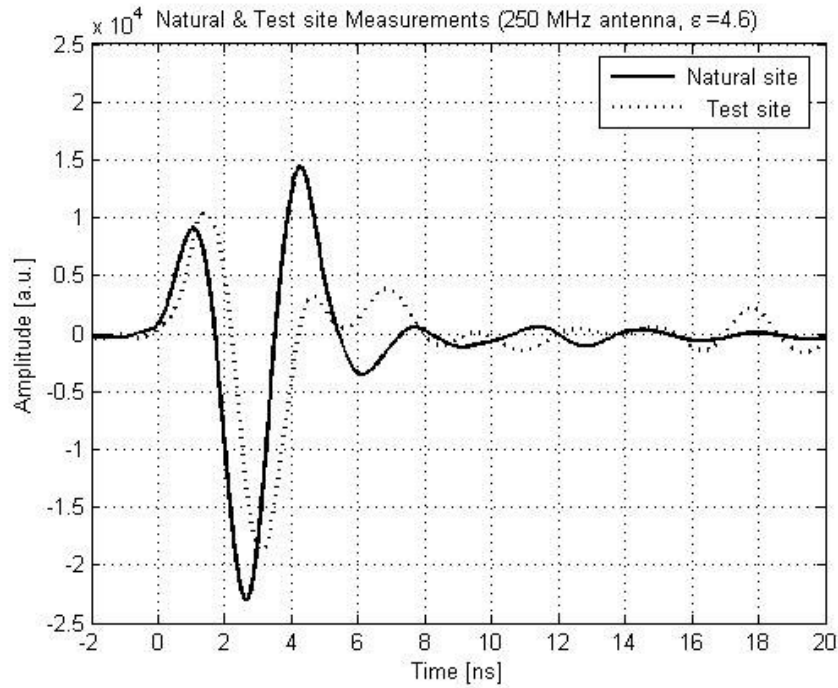


Fig. 5.3.8

La forma d'onda acquisita sul Test-site, date le caratteristiche costitutive del sito, è caratterizzata da numerosi eventi di riflessione, dovuti alla presenza dell'interfaccia sabbia/ghiaia e alla presenza di tubi sepolti. Tali eventi di riflessione interferiscono con l'onda diretta che si propaga dall'antenna trasmittente a quella ricevente e si presentano, per la nostra metodologia di analisi, come rumore, non essendo associati alle caratteristiche di accoppiamento antenna-suolo. L'utilizzo di una finestra temporale che includa l'arrivo di tali eventi comporta, quindi, una conseguente diminuzione della correlazione tra ampiezza media della traccia complessa e permittività dielettrica del suolo. Tale fenomeno non è osservabile nelle misure effettuate su di un sito naturale in quanto la mancanza di nette superfici di discontinuità dielettrica limita fortemente l'entità degli eventi di riflessione; non si osserva, quindi, una significativa diminuzione del valore di correlazione al crescere dell'intervallo temporale scelto. D'altro canto, in questo caso, le caratteristiche di accoppiamento antenna-suolo risultano essere peggiori, a causa delle caratteristiche di rugosità del terreno e della possibile presenza di vegetazione, rispetto a quelle che caratterizzano le misure sul test site. Questo comporta che il valore di correlazione massimo ottenibile sia inferiore e che sia necessario

considerare finestre temporali più lunghe per rendere poco significativi gli eventi di riflessione antenna-superficie del suolo che possono verificarsi, nei primi nanosecondi, nel caso in cui l'antenna non sia posta in contatto perfetto con essa.

La durata ottimale della finestra temporale, su cui effettuare il valor medio dell'ampiezza della traccia complessa, risulta quindi altamente *site-specific*. Questo comporta notevoli problemi nel momento in cui si vanno ad analizzare siti con forti eterogeneità di suolo. La scelta di una finestra non corretta per l'intero sito analizzato porterebbe, infatti, a notevoli errori nella stima delle caratteristiche elettromagnetiche del suolo; basti pensare che, utilizzando la durata ottimale per le misure sul test site (0-2.4 ns) per interpretare le misure sul sito naturale avremmo una diminuzione del valore di correlazione da 0.84 a 0.77, mentre utilizzando la durata ottimale per le misure sul sito naturale (0-7 ns) per interpretare le misure sul test site avremmo una diminuzione del valore di correlazione, per l'antenna da 250 MHz, da 0.93 a 0.55. Per ovviare a tale problema, un metodo alternativo per la determinazione della durata della finestra temporale è stato introdotto; l'intervallo temporale è stato scelto, traccia per traccia, basandosi sulla durata del primo semiciclo del segnale acquisito. In questo modo si è cercato di considerare, per il calcolo dell'ampiezza media dell'involuppo, la sola parte del segnale contenente l'onda diretta che si propaga tra l'antenna trasmittente e quella ricevente e la correlazione, così indagata, è stata quella fra l'energia contenuta nel primo semiciclo della forma d'onda e la permittività dielettrica del suolo. In Fig.5.3.9 è riportato un esempio relativo alle tracce acquisite, con l'antenna da 250 MHz, per il minimo e il massimo valore di permittività del suolo caratterizzante il test site.

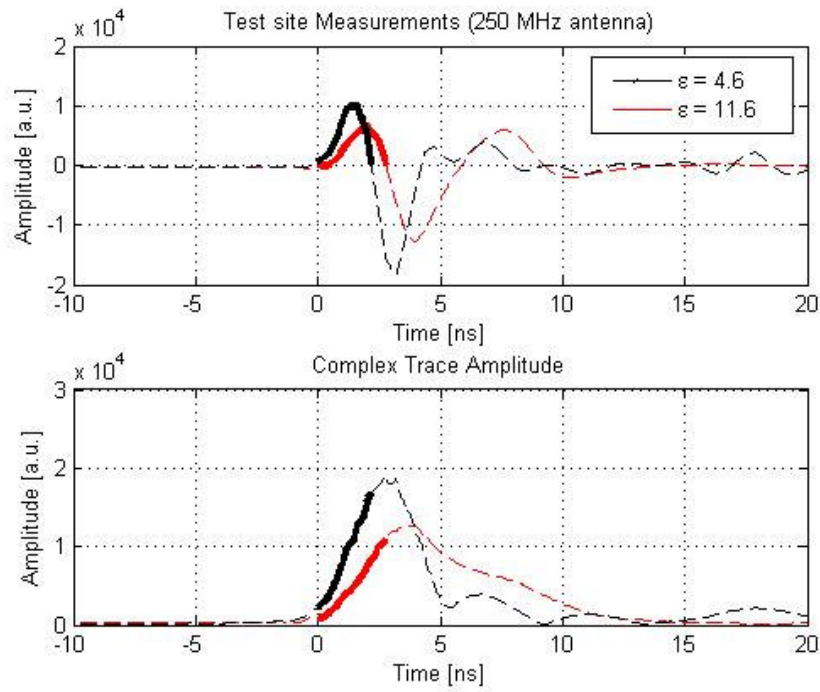


Fig. 5.3.9

I valori di correlazione ottenuti con tale processo di analisi, per le misure su test site effettuate con antenne da 250 e 500 MHz e per le misure su sito naturale effettuate con antenna da 250 MHz, sono riportati in Tabella 5.

Test site Measurements (500 MHz)	$r \pm \sigma_r$
	0.90 ± 0.03
Test site Measurements (250 MHz)	$r \pm \sigma_r$
	0.87 ± 0.03
Natural site Measurements (250 MHz)	$r \pm \sigma_r$
	0.80 ± 0.07

Tabella 6

Come osservabile, i valori di r ottenuti, sebbene inferiori a quelli ottenibili con la scelta di una finestra temporale fissa di durata ottimale, mostrano, in tutti i casi analizzati, una chiara dipendenza lineare delle grandezze considerate. Una finestra temporale di durata variabile può, quindi, essere convenientemente utilizzata come alternativa ad una

finestra temporale di durata fissa nel caso in cui non sia possibile determinare a priori la durata ottimale dell'intervallo temporale o, nel caso in cui, il sito analizzato mostri grande eterogeneità di suolo.

6 SIMULAZIONI NUMERICHE

I risultati sperimentali ottenuti utilizzando le informazioni contenute nella prima finestra temporale del segnale GPR, sembrano mostrare l'effettiva possibilità di utilizzare un sistema radar bistatico in modalità "single-offset" per la stima del contenuto idrico superficiale dei suoli, anche in assenza di riflettori posti a profondità nota, di discontinuità dielettriche localizzate o di misure geofisiche integrate. I risultati sperimentali, acquisiti su di un sito naturale e su di un sito artificiale, hanno mostrato le potenzialità di tale tecnica, lasciando tuttavia delle questioni, sulle caratteristiche delle informazioni contenute nel segnale, sulle corrette modalità interpretative e sui limiti di utilizzo, ancora aperte.

Al fine di rendere teoricamente consistente tale metodologia di analisi del segnale e verificarne l'applicabilità in differenti contesti sperimentali di indagine, è stato sviluppato un modello numerico del sistema utilizzato che simulasse la risposta del sistema GPR per le diverse caratteristiche elettromagnetiche del mezzo indagato. In particolare, è stata analizzata la correlazione fra i parametri elettromagnetici superficiali del suolo e le caratteristiche della prima finestra temporale del segnale GPR, simulando quest'ultimo attraverso un modello che tenga conto degli effetti di accoppiamento antenna-suolo (Slob et al., 2002a). Nel modello il suolo è considerato come un semispazio con proprietà elettriche diverse da quelle del vuoto e le antenne, trasmittente e ricevente, sono considerate poste all'interfaccia aria-suolo; è prevista, inoltre, la possibilità di implementare una struttura multi-stratificata per il suolo. Attraverso tale simulazione numerica è possibile:

i) Simulare le forme d'onda GPR in differenti condizioni di permittività dielettrica del suolo. Lo scopo principale è quello di vedere la dipendenza delle caratteristiche, temporali e di ampiezza, della forma d'onda dalla permittività e verificare le condizioni, in funzione anche della lunghezza d'onda e della distanza reciproca fra le antenne, per cui si possa osservare un disaccoppiamento fra l'onda diretta in aria e la "ground wave". Ulteriore scopo è quello di vedere come tale disaccoppiamento possa influenzare la risposta, in termini di correlazione con la permittività del suolo, dell'analisi della prima finestra temporale del segnale;

- ii) Simulare le forme d'onda GPR per i valori di permittività e conducibilità elettrica misurati tramite TDR nelle indagini effettuate nel Test site. Lo scopo principale è quello di indagare quale sia, in assenza di fattori secondari che influenzino l'accoppiamento antenna-suolo, il valore di correlazione massimo teoricamente ottenibile;
- iii) Simulare le forme d'onda GPR per investigare l'influenza della conducibilità elettrica del suolo sugli attributi del segnale e verificare come questa, nelle condizioni sperimentali considerate, ne influenzi il grado di correlazione con la permittività dielettrica;
- iv) Simulare le forme d'onda GPR per un modello di suolo costituito da due strati distinti e, incrementando progressivamente lo spessore dello strato superiore, determinare l'influenza sul segnale delle riflessioni dovute a tale interfaccia e la profondità di indagine della metodologia di analisi sviluppata.

6.1 Equazione integrale per antenne accoppiate

Il modello utilizzato è un modello a conduttori perfetti con carico resistivo al fine di eliminare le riflessioni ai capi d'antenna. Il mezzo consiste in un semi-spazio superiore costituito da aria e in un semi-spazio inferiore rappresentante il suolo. L'interazione fra le due antenne (trasmittente e ricevente) è modellizzata tramite espansione in serie di Neumann dell'equazione integrale accoppiata mentre l'interazione con il suolo è tenuta in conto utilizzando un'opportuna struttura delle funzioni di Green. Le antenne sono poste all'interfaccia aria suolo, sono assunte parallele e sono caratterizzate da una distanza fissa d fra i loro punti centrali. Ogni antenna può considerarsi un'antenna lineare ("straight wire", cavo lineare), diretta lungo la direzione $\hat{x}$, di lunghezza L e sezione circolare a . L'antenna trasmittente è eccitata da un campo elettrico incidente, modellizzabile come una tensione ΔV applicata nel suo punto centrale ("feed-point"). Il campo elettrico risulta essere non nullo all'interno dell'antenna, non essendo questa un conduttore perfetto, e risulta dato dal prodotto tra la resistenza e la corrente elettrica fluente nel cavo. Il raggio dell'antenna considerato è molto minore della sua lunghezza al fine di giustificare l'assunzione che solo la componente di campo allineata alla direzione d'antenna contribuisca a generare corrente, con stessa direzione, nel cavo.

L'equazione integrale per la corrente nell'antenna trasmittente è data da:

$$\int_{x'=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I_n^T(x') G(x-x', a) dx - I_n^T(x) R^L(x) = -E_n^{i;R}(x, d) \quad 6.1.1$$

dove I_n^T indica la corrente elettrica incognita nell'antenna trasmittente, R_L indica il profilo di resistenza, G indica la funzione di Green contenente tutte le informazioni sugli strati del suolo e $E_n^{i;R}$ indica il campo elettrico incidente, campo schematizzabile come meccanismo di eccitazione diretto verso il “feed-point” dell'antenna (assunto come origine degli assi), della forma:

$$E_0^{i;R}(x, d) = -\Delta V \delta(x) \quad 6.1.2$$

L'Eq.6.1.1 è l'equazione integrale per un singolo cavo d'antenna. Il campo elettrico che deriva da questa eccitazione diretta è incidente sull'antenna ricevente ed agisce come un meccanismo di eccitazione secondario

$$\int_{x'=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I_n^R(x') G(x-x', a) dx - I_n^R(x) R^L(x) = -E_n^{i;T}(x, d) \quad 6.1.3$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

dove il campo incidente è, questa volta, il campo elettrico emesso dalla trasmittente

$$E_n^{i;T}(x, d) = \int_{x'=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} G(x-x', d, a) I_{n-1}^T(x') dx'. \quad 6.1.4$$

La corrente elettrica generata nell'antenna ricevente fa sì che venga re-irradiato un campo elettrico incidente sull'antenna trasmittente. Si può osservare che ad ogni iterazione n , viene calcolata la riflessione multipla di ordine n -esimo dovuta al campo emesso dalla corrente $(n-1)$ -esima nell'altra antenna. Nel presente lavoro solamente il primo ordine di riflessione nell'antenna ricevente è preso in considerazione, ovvero il solo campo generato dalla corrente fluente nell'antenna trasmittente è considerato.

La resistenza di carico utilizzata è del tipo (Wu & King, 1965):

$$R^L(x) = \frac{120\Psi}{L - |2x|} \quad \text{per} \quad -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \quad 6.1.5$$

con

$$\Psi = 2 \left[\arcsin h[L/(2a)] - \sin c(2\pi L/\lambda) - \int_{u=0}^{2\pi L/\lambda} \frac{1 - \cos\left(\sqrt{(4\pi a/\lambda)^2 + u^2}\right)}{\sqrt{(4\pi a/\lambda)^2 + u^2}} du \right] \quad 6.1.6$$

dove λ è la lunghezza d'onda. Dal momento che, per semplicità, tale espressione è stata utilizzata per tutte le frequenze e come parametro costante, un'opportuna scelta di λ è stata fatta, in modo che risulti sempre maggiore della lunghezza e molto maggiore del raggio d'antenna. In Fig.6.1.1 è mostrato l'andamento tipico del modello di antenna, con carico resistivo, utilizzato.

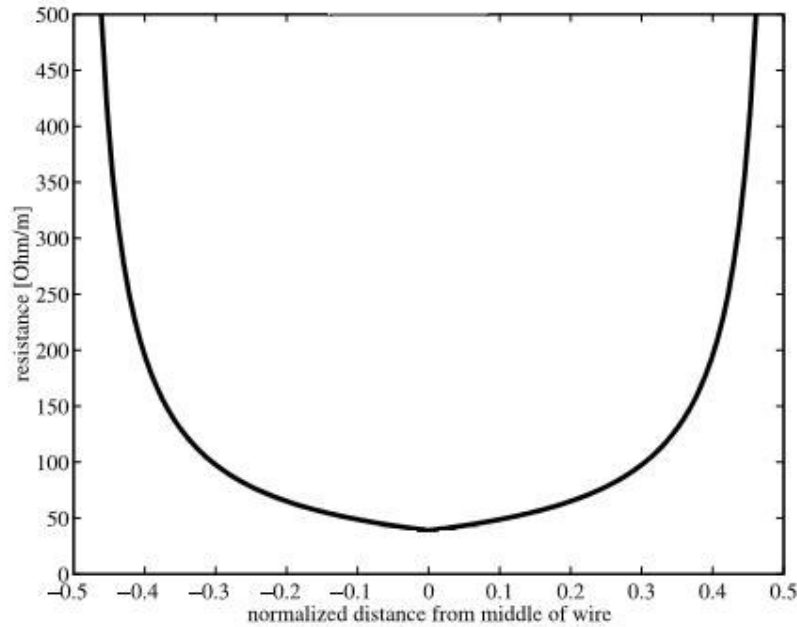


Fig. 6.1.1

6.2 La funzione di Green

Nella formulazione decritta non è stata ancora definita la funzione di Green. La funzione di Green, nella sua formulazione, tiene conto di tutti gli effetti di accoppiamento con la superficie ed il suolo. La funzione di Green utilizzata in questo lavoro è sviluppata per un mezzo omogeneo ed, eventualmente, stratificato orizzontalmente, al fine di simulare le variazioni delle proprietà elettromagnetiche con la profondità. Nel sistema considerato, il semispazio superiore è costituito da aria, con proprietà elettromagnetiche del vuoto, il semispazio inferiore è costituito da un mezzo non omogeneo lungo la direzione verticale e l'interfaccia di separazione fra i due mezzi

è posta a $z = 0$. Per la formulazione dell'equazione integrale è necessaria una funzione di Green che metta in relazione i punti di un'antenna con tutti i punti della stessa antenna. Consideriamo l'Eq.3.2.1, precedentemente descritta ed esprimente il campo elettrico in aria nelle normali configurazioni GPR, (cfr. Cap.3)

$$E_1(ik_\alpha, x_3, s) = (G_{11}^{TMEJ} + G_{11}^{TEEJ})J_1 \quad 6.2.1$$

che, utilizzando le Eq.3.1.56 e 3.1.58 e la relazione $\kappa = (k_1^2 + k_2^2)^{1/2}$, può essere scritta nella forma

$$\begin{aligned} E_1(ik_\alpha, x_3, s) = & -s\mu_0 \left[\frac{\exp(-\Gamma_0 |x_3 - x_3^s|)}{2\Gamma_0} \right] J_1 + \\ & + \frac{k_1^2}{\eta_0} \left[\frac{\exp(-\Gamma_0 |x_3 - x_3^s|)}{2\Gamma_0} \right] J_1 + \\ & + \left[\left(\frac{\Gamma_0 k_1^2}{2\eta_0 \kappa^2} r_0^{TM} + \frac{s\mu_0 k_1^2}{2\Gamma_0 \kappa^2} r_0^{TE} \right) \exp(-\Gamma_0 |x_3 + x_3^s|) \right] J_1 + \\ & - \left[\frac{s\mu_0}{2\Gamma_0} r_0^{TE} \exp(-\Gamma_0 |x_3 + x_3^s|) \right] J_1 \end{aligned} \quad 6.2.2$$

Effettuando una trasformazione inversa nel dominio dello spazio, ed effettuando opportune manipolazioni matematiche (analoghe a quelle effettuate in Cap.3, Par.2), la funzione di Green può essere scritta nella forma

$$G = G_1 + \partial_1 \partial_1 G_2 = (G_{1e} + G_{1i}) + \partial_1 \partial_1 (G_{2e} + G_{2i}) \quad 6.2.3$$

dove:

il termine G_{1e} di Eq.6.2.3 deriva dal I° termine di Eq.6.2.2;

il termine G_{1i} di Eq.6.2.3 deriva dal IV° termine di Eq.6.2.2;

il termine G_{2e} di Eq.6.2.3 deriva dal II° termine di Eq.6.2.2;

il termine G_{2i} di Eq.6.2.3 deriva dal III° termine di Eq.6.2.2.

Più specificatamente, la funzione di Green utilizzata può essere scritta come somma di una parte lineare e di una parte doppiamente differenziata rispetto alla coordinata lungo la quale di estendono le antenne antenna, nella forma

$$G(x - x', y = 0, z = a) = G_1(x - x', y = 0, z = a) + \partial_x \partial_x G_2(x - x', y = 0, z = a) \quad 6.2.4$$

dove i due termini costituenti risultano essere dati da

$$G_1(x-x', y=0, z=a) = -\frac{i\omega\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\exp(-i\omega R_a/c_0)}{R_a} + \int_{k=0}^{\infty} \tilde{G}_1^r(k, a) J_0(k\rho) dk \right] \quad 6.2.5$$

$$G_2(x-x', y=0, z=a) = \frac{1}{4\pi\eta_0} \left[\frac{\exp(-i\omega R_a/c_0)}{R_a} + \int_{k=0}^{\infty} \tilde{G}_2^r(k, a) J_0(k\rho) dk \right] \quad 6.2.6$$

dove $\eta_0 = i\omega\epsilon_0$ e J_0 è la funzione di Bessel di primo tipo ed ordine zero. Le funzioni di distanza sono date da

$$\rho = |x-x'| \quad R_a = \sqrt{\rho^2 + a^2} . \quad 6.2.7$$

Le parti della funzione di Green tenenti conto dei fenomeni di riflessione sono date, nel dominio del numero d'onda, da

$$\tilde{G}_1^r(k, a) = \frac{k}{\gamma_0} R_0^{TE} \exp(-2\gamma_0 a) \quad 6.2.8$$

$$\tilde{G}_2^r(k, a) = \left(\frac{(\omega/c_0)^2 R_0^{TE} - \gamma_0^2 R_0^{TM}}{k\gamma_0} \right) \exp(-2\gamma_0 a) \quad 6.2.9$$

dove i coefficienti di riflessione globali per i modi TM e TE , tenenti conto di tutte le riflessioni date dalle differenti superfici di discontinuità, sono dati da

$$R_n^{TM} = \frac{r_n^{TM} + R_{n+1}^{TM} e^{-2\gamma_{n+1}d_{n+1}}}{1 + r_n^{TM} R_{n+1}^{TM} e^{-2\gamma_{n+1}d_{n+1}}} \quad 6.2.10$$

$$r_n^{TM} = \frac{\eta_{n+1}\gamma_n - \eta_n\gamma_{n+1}}{\eta_{n+1}\gamma_n + \eta_n\gamma_{n+1}} \quad 6.2.11$$

$$R_n^{TE} = \frac{r_n^{TE} + R_{n+1}^{TE} e^{-2\gamma_{n+1}d_{n+1}}}{1 + r_n^{TE} R_{n+1}^{TE} e^{-2\gamma_{n+1}d_{n+1}}} \quad 6.2.12$$

$$r_n^{TE} = \frac{\mu_{n+1}\gamma_n - \mu_n\gamma_{n+1}}{\mu_{n+1}\gamma_n + \mu_n\gamma_{n+1}} \quad 6.2.13$$

come descritto in Cap.3 (Eq.3.1.62-3.1.65) e dove il numero d'onda verticale

$$\gamma_n = \sqrt{k^2 - i\omega\mu_n\eta_n} \text{ ha parte reale non negativa.}$$

Per determinare il campo elettrico incidente che agisce come sorgente di eccitazione per l'antenna ricevente, è necessario determinare una funzione di Green che metta in relazione i differenti punti dell'antenna trasmittente con quelli dell'antenna ricevente, come specificato nell'Eq.6.1.4; questo è possibile utilizzando una funzione distanza della forma

$$\rho = \sqrt{(x - x')^2 + d^2} . \quad 6.2.14$$

6.3 Discretizzazione e soluzione numerica

Per la soluzione del problema dell'antenna accoppiata utilizzando il metodo dell'espansione di Neumann di Eq.6.1.1 e 6.1.3, è, essenzialmente, necessario risolvere un'equazione integrale. La soluzione iterativa di un'equazione integrale può essere trovata ponendo tale equazione in uno spazio di Hilbert e scrivendola nella forma astratta

$$\hat{L}\hat{u} = \hat{f} \quad 6.3.1$$

dove $\hat{u}$ indica la quantità di campo incognita, $\hat{f}$ il campo sorgente incidente mentre $\hat{L}$ indica un operatore non-autoaggiunto operante su $\hat{u}$. Lo spazio considerato è fornito di prodotto interno $\langle \dots \rangle$ e norma $\|\cdot\|$ così definiti

$$\langle \hat{u}, \hat{v} \rangle = \int_{x \in D} \hat{u}(x) \hat{v}^*(x) dV \quad 6.3.2$$

$$\|\hat{u}\| = \langle \hat{u}, \hat{u} \rangle^{\frac{1}{2}} \quad 6.3.3$$

dove l'asterisco, $*$, indica la coniugazione complessa. L'operatore aggiunto, $\hat{L}^*$, associato ad $\hat{L}$ è definito come l'operatore che soddisfa l'uguaglianza

$$\langle \hat{L}\hat{u}, \hat{v} \rangle = \langle \hat{u}, \hat{L}^*\hat{v} \rangle \quad 6.3.4$$

Con queste definizioni è possibile sviluppare una soluzione iterativa dell'Eq.6.3.1 nella forma:

$$\hat{u}_0 \quad \text{arbitrario} \quad 6.3.5$$

$$\hat{u}_n = \hat{u}_{n-1} + \alpha_n \hat{v}_n \quad n \geq 1 \quad 6.3.6$$

con i residui associati

$$\hat{r}_n = \hat{f} - \hat{L}\hat{u}_n \quad n \geq 0 \quad 6.3.7$$

dove la funzione $\hat{v}_n$ è definita in seguito. I residui forniscono un errore quantitativo, dal quale è possibile definire l'errore quadratico medio globale

$$ERR_n = \|\hat{r}_n\| \quad 6.3.8$$

come quantità da minimizzare. La sostituzione dell'Eq.6.3.6 nell'Eq.6.3.7, fornisce le seguenti espressioni iterative per i residui;

$$\hat{r}_0 = \hat{f} - \hat{L}\hat{u}_0 \quad 6.3.9$$

$$\hat{r}_n = \hat{r}_{n-1} - \alpha_n \hat{L}\hat{v}_n \quad n \geq 1. \quad 6.3.10$$

La minimizzazione di $\|r_n\|$ porta, nel metodo del gradiente coniugato, alle equazioni

$$\alpha_n = \frac{\|\hat{L}^* \hat{r}_{n-1}\|^2}{\|\hat{L}\hat{v}_n\|^2} \quad 6.3.11$$

$$\hat{v}_n = \hat{L}^* \hat{r}_{n-1} + \frac{\|\hat{L}^* \hat{r}_{n-1}\|}{\|\hat{L}^* \hat{r}_{n-2}\|} \hat{v}_{n-1}. \quad 6.3.12$$

Lo schema di risoluzione è noto con il nome di “schema del gradiente coniugato per l'operatore non autoaggiunto $\hat{L}$ ”, (Van Den Berg, 1984). Questo algoritmo di risoluzione può essere ulteriormente semplificato tramite la sostituzione

$$v_n = \|\hat{L}^* \hat{r}_{n-1}\|^2 w_n \quad 6.3.13$$

che, posta nelle Eq.6.3.11 e 6.3.12, permette di ottenere

$$\alpha_n = \|\hat{L}^* \hat{r}_{n-1}\|^{-2} \|\hat{L}\hat{w}_n\|^2 \quad 6.3.14$$

$$\hat{w}_n = \hat{w}_{n-1} + \frac{\hat{L}^* \hat{r}_{n-1}}{\|\hat{L}^* \hat{r}_{n-1}\|^2}. \quad 6.3.15$$

Utilizzando le Eq.6.3.13, 6.3.14 e 6.3.15 nella formule di iterazione di Eq.6.3.6 e Eq.6.3.10, è possibile ottenere lo schema iterativo cercato

$$\hat{u}_0 \quad \text{arbitrario} \quad 6.3.16$$

$$\hat{w}_0 = 0 \quad 6.3.17$$

$$\hat{r}_0 = \hat{f} - \hat{L}\hat{u}_0 \quad 6.3.18$$

$$\hat{w}_n = \hat{w}_{n-1} + \frac{\hat{L}^* \hat{r}_{n-1}}{\|\hat{L}^* \hat{r}_{n-1}\|^2} \quad n \geq 1 \quad 6.3.19$$

$$\hat{r}_n = \hat{r}_{n-1} - \frac{\hat{L}\hat{w}_n}{\|\hat{L}\hat{w}_n\|^2} \quad n \geq 1 \quad 6.3.20$$

$$\hat{u}_n = \hat{u}_{n-1} + \frac{\hat{w}_n}{\|\hat{L}\hat{w}_n\|^2} \quad n \geq 1 \quad 6.3.21$$

Una completa derivazione di questo, e correlati, schemi iterativi è presente in Kleinman & Van Den Berg (1991) ed è equivalente al metodo dato in Le Foll (1971).

Al fine di poter arrivare a soluzioni nel dominio del tempo del problema elettromagnetico analizzato, è necessario risolvere il sistema di equazioni integrali per differenti valori di s , ovvero per differenti valori di frequenze. Ciò comporta la necessità di dover ripetere lo schema iterativo per ciascun valore di s . Dal momento che il calcolo computazionale dello schema iterativo risulta molto lungo, sarebbe auspicabile tentare di minimizzare il numero di iterazioni necessarie per giungere alla soluzione per ogni valore di s . Il metodo più semplice risulta quello di utilizzare, per ogni s , come stima iniziale della soluzione la soluzione ottenuta per il precedente valore di s (Tijhuis & Peng, 1991). Per mostrare il procedimento in frequenza, è stato indicato con il pedice m , nello schema iterativo, l' m -esimo valore di s utilizzato, con $m = 1, \dots, M$ dove M indica il numero totale di valori di s . Inoltre, con $\hat{u}_N^{(m)}$ è stato indicato il campo ottenuto dopo la N^{ma} iterazione, con il residuo associato che soddisfa il criterio di errore scelto, per la m^{ma} frequenza. Per $m = 1$ si ha:

$$\hat{u}_0^{(1)} = 0 \quad 6.3.22$$

$$\hat{w}_0^{(1)} = 0 \quad 6.3.23$$

$$\hat{r}_0^{(1)} = \hat{f}^{(1)} \quad 6.3.24$$

$$\hat{w}_n^{(1)} = \hat{w}_{n-1}^{(1)} + \frac{\hat{L}^{(1)*} \hat{r}_{n-1}^{(1)}}{\|\hat{L}^{(1)*} \hat{r}_{n-1}^{(1)}\|^2} \quad n \geq 1 \quad 6.3.25$$

$$\hat{r}_n^{(1)} = \hat{r}_{n-1}^{(1)} - \frac{\hat{L}^{(1)} \hat{w}_n^{(1)}}{\|\hat{L}^{(1)} \hat{w}_n^{(1)}\|^2} \quad n \geq 1 \quad 6.3.26$$

$$\hat{u}_n^{(1)} = \hat{u}_{n-1}^{(1)} + \frac{\hat{w}_n^{(1)}}{\|\hat{L}^{(1)} \hat{w}_n^{(1)}\|^2} \quad n \geq 1 \quad 6.3.27$$

e, per $m = 2, \dots, M$

$$\hat{u}_0^{(m)} = \hat{u}_N^{(m-1)} \quad 6.3.28$$

$$\hat{w}_0^{(m)} = 0 \quad 6.3.29$$

$$\hat{r}_0^{(m)} = \hat{f}^{(m)} - \hat{L}^{(m)} \hat{u}_0^{(m)} \quad 6.3.30$$

$$\hat{w}_n^{(m)} = \hat{w}_{n-1}^{(m)} + \frac{\hat{L}^{(m)*} \hat{r}_{n-1}^{(m)}}{\|\hat{L}^{(m)*} \hat{r}_{n-1}^{(m)}\|^2} \quad n \geq 1 \quad 6.3.31$$

$$\hat{r}_n^{(m)} = \hat{r}_{n-1}^{(m)} - \frac{\hat{L}^{(m)} \hat{w}_n^{(m)}}{\|\hat{L}^{(m)} \hat{w}_n^{(m)}\|^2} \quad n \geq 1 \quad 6.3.32$$

$$\hat{u}_n^{(m)} = \hat{u}_{n-1}^{(m)} + \frac{\hat{w}_n^{(m)}}{\|\hat{L}^{(m)} \hat{w}_n^{(m)}\|^2} \quad n \geq 1 \quad 6.3.33$$

Per ottenere computazionalmente una soluzione del problema, è necessario passare da una struttura continua delle equazioni ad una discreta. In particolare, discretizzando l'antenna in $2M+1$ punti equidistanti, le Eq.6.1.1 e 6.1.3 possono essere scritte nella forma

$$(R_0 - R_m)I_m + \sum_{n=-M+1}^{M-1} L_{m-n} I_n = -E_m^i \quad 6.3.34$$

e

$$L_{m-n} = -R_0 \delta_{nm} + G_{1;m-n} \Delta x + \frac{G_{2;m-1-n} - 2G_{2;m-n} - G_{2;m+1-n}}{\Delta x} \quad 6.3.35$$

dove ciascuna funzione è calcolata per ogni punto d'antenna $x = x_p \Delta x$, con $\Delta x = L/2M$. Considerando l'Eq.6.3.34, è possibile osservare come l'operatore $\hat{L}$ agisca come un operatore di convoluzione. Questa struttura di convoluzione può essere sfruttata per determinare un efficiente schema per risolvere la risultante equazione lineare matriciale. Come indicato in Slob & Fokkema (2002b), lo schema algoritmico "Coniugate Gradient Fast Fourier Transform" (CGFFT), con un particolare tipo di operatore preconditionante, può essere validamente utilizzato per ottimizzare l'efficienza di calcolo. Senza pretesa di rigore, di seguito, sono riportate alcune equazioni alla base di tale metodo. L' Eq.6.3.1 può essere scritta nella forma

$$\hat{P} \hat{L} \hat{u} = \hat{P} \hat{f} \quad 6.3.36$$

Supponendo per $\hat{P}$ una struttura del tipo $\hat{P} = \hat{L}^{-1}$, l'Eq.6.3.36 può essere scritta come

$$\hat{L}^{-1} \hat{L} \hat{u} = \hat{L}^{-1} \hat{f} \quad 6.3.37$$

che porterebbe alla soluzione esatta

$$\hat{u} = \hat{L}^{-1} \hat{f} . \quad 6.3.38$$

L'operatore L^{-1} può essere efficacemente sostituito, per l'ottimizzazione computazionale, con un operatore preconditionante della forma

$$\hat{P} = IFFT\left(\frac{1}{FFT(\hat{L})}\right) \approx \hat{L}^{-1} \quad 6.3.39$$

dove FFT è la “Fast Fourier Transform” effettuata sul dominio discreto dei punti dell'antenna.

L'introduzione di tale operatore preconditionante porta, essenzialmente, ad una modifica delle formule iterative risolutive dell'equazione integrale, agendo sulla struttura di $\hat{w}_n$ nella forma

$$\hat{w}_n = \hat{w}_{n-1} + \frac{\hat{P}\hat{P}^*L\hat{r}_{n-1}}{\|\hat{P}\hat{P}^*L\hat{r}_{n-1}\|} \quad 6.3.40$$

Ulteriori dettagli sul metodo CGFFT sono presenti in Kleinman & Van Den Berg (1991).

6.4 Risultati numerici

Modelli numerici sono stati implementati per simulare la risposta del sistema GPR in differenti contesti di indagine. In particolare si è voluta simulare la risposta del sistema GPR Noggin^{plus}, operante in modalità bistatica e con antenne da 250 MHz, utilizzato per effettuare le misure sperimentali. A tal fine, i parametri d'antenna in ingresso al modello sono stati assunti coincidere con quelli dell'apparato strumentale utilizzato (Tabella 1).

	Antenna da 250 MHz
Lunghezza antenne (m)	0.5
Sezione antenne (m)	1 e-3
Distanza Tx-Rx (m)	0.25

Tabella 7

La risoluzione dell'equazione integrale per il problema delle antenne accoppiate, permette di determinare, nel dominio della frequenza, la corrente nel punto centrale della trasmittente e della ricevente; come esempio sono mostrate in Fig.6.4.1 e Fig.6.4.2 le correnti ottenute utilizzando i suddetti parametri di antenna e diversi valori di permittività dielettrica caratterizzanti un suolo omogeneo.

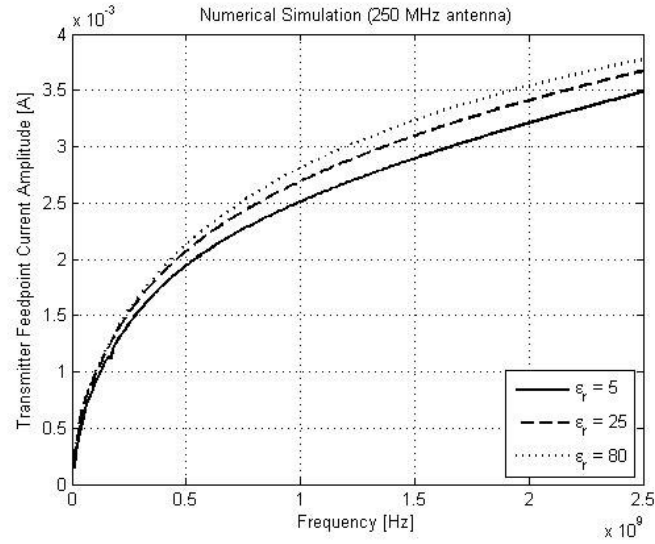


Fig. 6.4.1

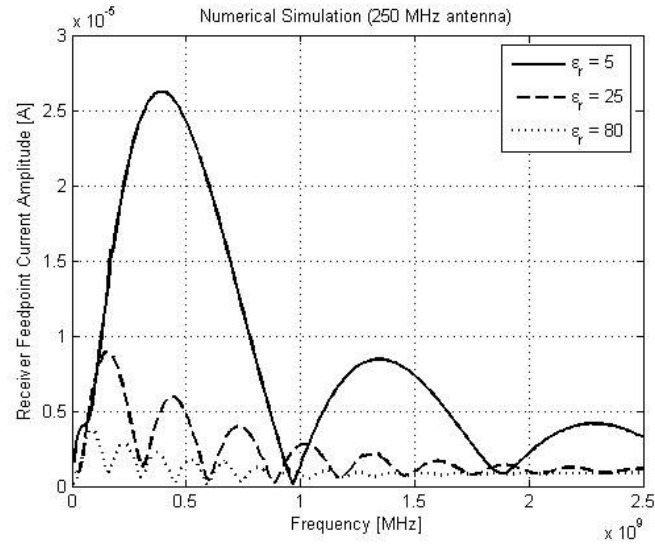


Fig. 6.4.2

La risposta del sistema nel dominio del tempo, simulante la forma d'onda GPR, è stata ricavata effettuando la trasformata di Fourier inversa del prodotto diretto fra la corrente della ricevente e un opportuna funzione modulante.

6.4.1 Simulazione delle forme d'onda GPR in un ampio intervallo di valori di permittività dielettrica

Il suolo è stato modellizzato come un mezzo omogeneo caratterizzato da conducibilità elettrica statica nulla e permittività dielettrica relativa compresa nell'intervallo $\epsilon_r = 5$ e $\epsilon_r = 80$. I valori di permittività considerati e le lunghezze d'onda λ , associate alla frequenza dominante $f_c = 250$ MHz del segnale e definite come $\lambda = (c/\sqrt{\epsilon_r}) \cdot (1/f_c)$, sono riportati in Tabella 2.

ϵ	λ
5	0.54
10	0.38
15	0.31
20	0.27
25	0.24
30	0.22
35	0.20
40	0.19
45	0.18
50	0.17
55	0.16
60	0.15
65	0.15
70	0.14
75	0.14
80	0.13

Tabella 8

La funzione modulante utilizzata è del tipo

$$F(f) = 2i\sqrt{\pi} \frac{f}{(f_c \sqrt{2})^2} \exp \left(- \left(\frac{f}{f_c \sqrt{2}} \right)^2 - i2\pi \cdot f \cdot T_0 \right) \quad 6.4.1$$

ovvero la derivata prima di una forma d'onda Gaussiana, con frequenza centrale $f_c = 250$ MHz e primo zero-crossing a $T_0 = 2$ ns (Fig.6.4.3).

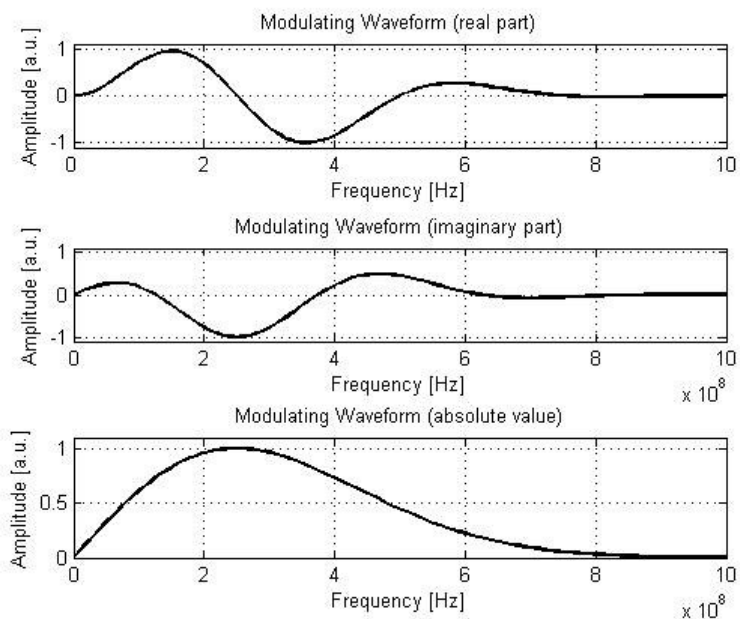


Fig. 6.4.3

Le forme d'onda simulate sono riportate in Fig.6.1.4.

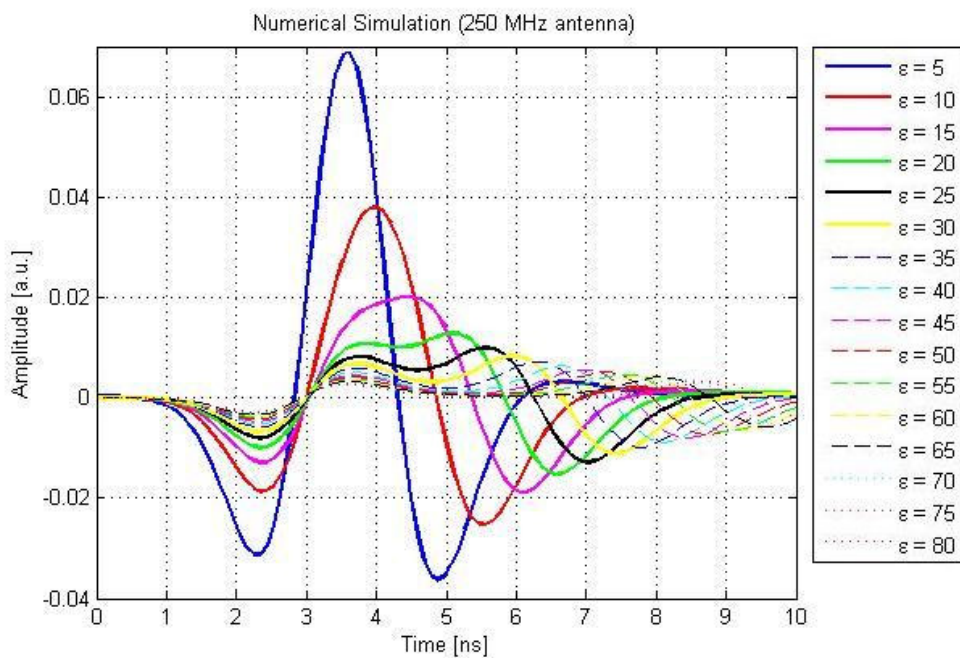


Fig. 6.4.4

Come si può osservare in corrispondenza di bassi valori di permittività ($\epsilon_r = 5, \epsilon_r = 10, \epsilon_r = 15$) non risulta esserci un disaccoppiamento fra l'onda diretta in

aria e la “ground-wave”. In corrispondenza di tali valori di permittività, infatti, la lunghezza d’onda dominante del segnale ($\lambda = 0.54m$, $\lambda = 0.38m$, $\lambda = 0.31m$) risulta essere maggiore della distanza di offset fra le antenne ($0.25m$); in tale condizione i vari modi d’onda interferiscono fra loro e una loro individuazione e modellizzazione teorica risulta complessa. Il disaccoppiamento fra l’onda diretta in aria e la “ground-wave” inizia ad aver luogo per lunghezze d’onda del segnale minori della distanza di offset fra le antenne ($\epsilon_r = 20$, $\epsilon_r = 25$, $\epsilon_r = 30$). Per valori di permittività maggiori, e quindi λ minori, risulta esserci una separazione completa fra i due modi d’onda; in questo caso i contributi al segnale dati dalla “ground-wave” e dall’onda diretta in aria sono facilmente individuabili e il tempo di arrivo di quest’ultima risulta essere indipendente dal valore di ϵ_r .

Le metodologie di analisi precedentemente introdotte (cfr. Cap.4 e Cap.5) sono state applicate alle forme d’onda simulate. In particolare, il coefficiente di correlazione lineare, fra i valori di permittività dielettrica considerati e i valori medi di ampiezza dell’involuppo delle tracce simulate, è stato calcolato (Fig.6.4.5). Una finestra temporale di durata 0-2 ns è stata scelta per il processo di media; il coefficiente di correlazione è stato anche calcolato, ottenendo risultati analoghi, sia utilizzando altre durate per la finestra temporale fissa, sia utilizzando una finestra temporale di durata variabile.

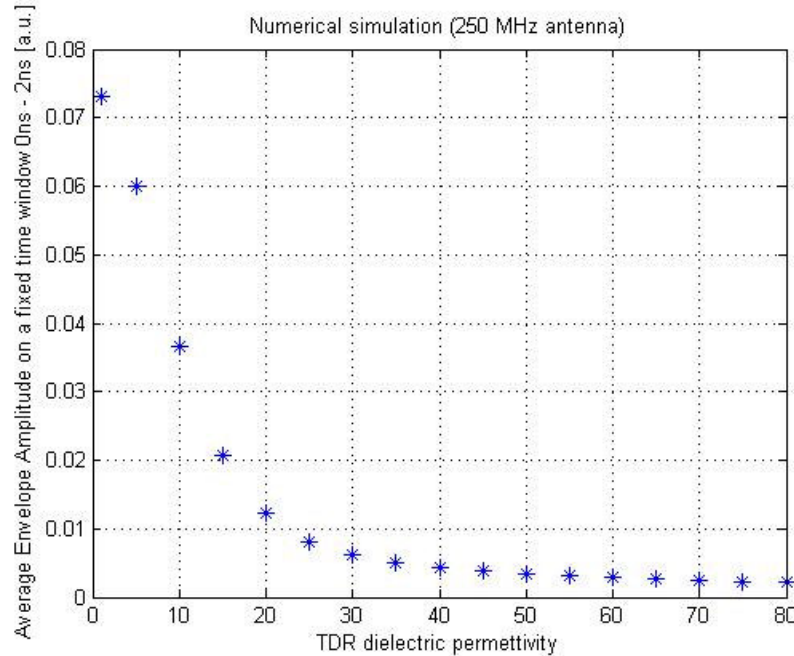


Fig. 6.4.5

I risultati ottenuti mostrano come le due grandezze considerate non siano caratterizzate da una dipendenza lineare, come sottolineato dal non elevato valore del coefficiente di correlazione ($r \cong 0.78$). Tuttavia, è possibile osservare come, nel caso in cui si considerino solamente i valori di permittività per i quali non si ha un disaccoppiamento fra l'onda diretta in aria e la "ground-wave" (Fig.6.4.6), la relazione funzionale risulti chiaramente lineare ($r \cong 0.99$). Questa condizione è la condizione caratteristica dei processi di misura in modalità single-offset effettuati su siti naturali; la tecnica di analisi proposta, basata sulla dipendenza lineare fra il valore medio dell'ampiezza della traccia complessa e la permittività dielettrica del suolo, può essere, quindi, efficacemente utilizzata in tali contesti.

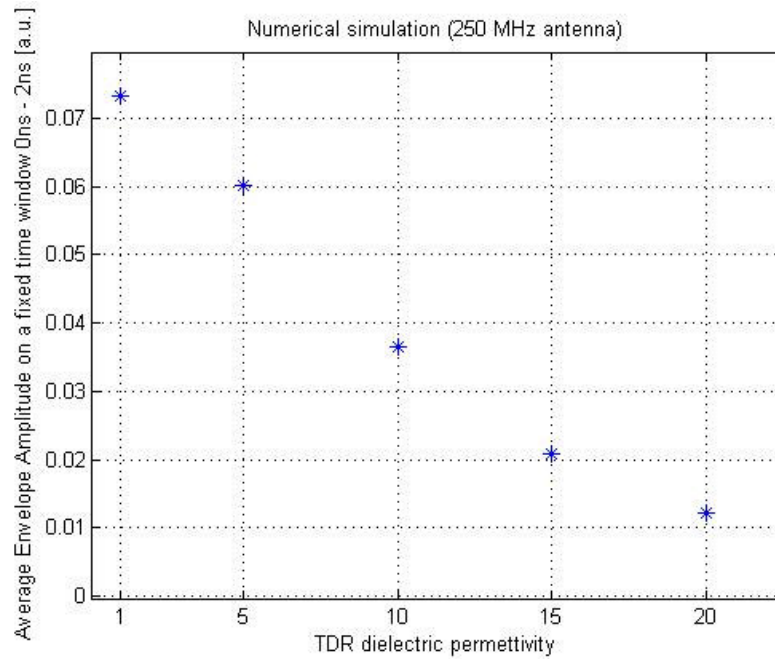


Fig. 6.4.6

Per valori di permittività dielettrica maggiori ($\epsilon_r = 25, \epsilon_r = 30$) i fenomeni di disaccoppiamento che interessano i due modi d'onda risultano essere significativi; si è in presenza di una zona di transizione in cui non è possibile identificare una relazione lineare. Considerando valori di permittività ancora maggiori, per cui si abbia un completo disaccoppiamento fra le onde, è possibile, invece, identificare nuovamente una relazione lineare fra le grandezze considerate (Fig.6.4.7), caratterizzata da una diversa relazione funzionale ma sempre da un elevato valore di correlazione ($r \cong 0.94$).

Questa condizione, sperimentalmente, dati i valori di permittività riscontrabili in siti naturali, non è ottenibile con configurazioni di misura single-offset; è invece ottenibile con distanze fra le antenne tipiche dei processi di misura multi-offset e in tale contesto la tecnica proposta potrebbe essere utilizzata come strumento di comparazione per i valori di velocità ottenuti dall'analisi dei tempi di arrivo della "ground-wave" (cfr. Cap.2)

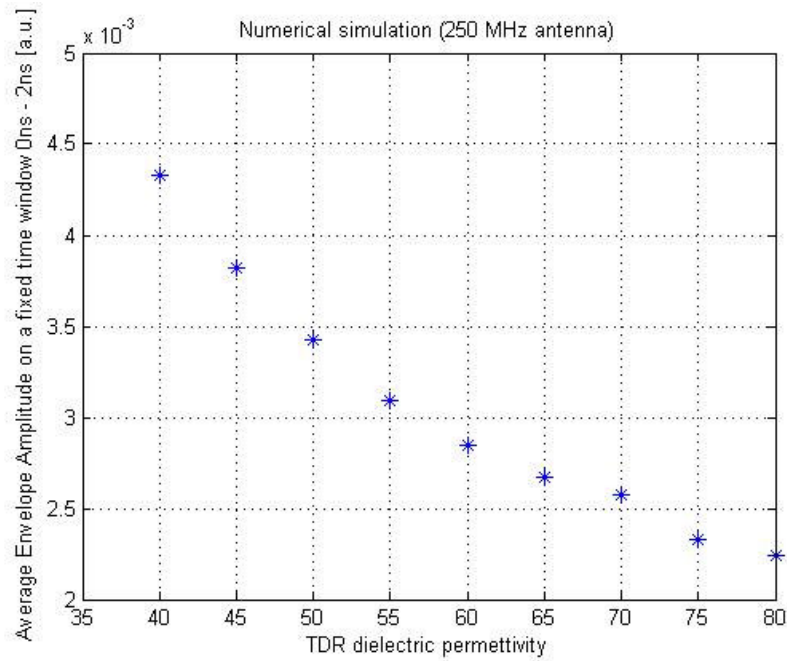


Fig. 6.4.7

6.4.2 Simulazione delle forme d'onda GPR per i valori dei parametri elettrici misurati tramite TDR nelle indagini effettuate nel Test site

Il suolo è stato modellizzato come un mezzo omogeneo con valori di conducibilità elettrica statica e permittività dielettrica relativa (Tabella 3) corrispondenti a quelli ottenuti, tramite misure TDR, nell'attività sperimentale effettuata su di un sito artificiale (cfr Cap.5).

TDR Measurements		TDR Measurements		TDR Measurements		TDR Measurements		TDR Measurements	
ϵ_r	σ_{dc}	ϵ_r	σ_{dc}	ϵ_r	σ_{dc}	ϵ_r	σ_{dc}	ϵ_r	σ_{dc}
4.60	0.0021	5.72	0.0037	7.40	0.0044	8.59	0.0056	9.39	0.0061
4.73	0.0023	5.79	0.0032	7.65	0.0057	8.67	0.0069	9.58	0.0075
4.83	0.0024	5.87	0.0035	7.82	0.0052	8.76	0.0061	9.58	0.0071
4.90	0.0028	5.94	0.0037	7.90	0.0056	8.76	0.0075	9.86	0.0081
4.93	0.0024	6.01	0.0031	7.90	0.0053	8.85	0.0061	10.33	0.0060
5.03	0.0023	6.08	0.0034	7.98	0.0051	8.85	0.0055	10.33	0.0076
5.03	0.0027	6.16	0.0034	7.98	0.0079	9.12	0.0070	10.52	0.0098
5.06	0.0029	6.23	0.0045	8.07	0.0056	9.12	0.0076	10.52	0.0087
5.16	0.0027	6.31	0.0032	8.07	0.0072	9.21	0.0058	10.52	0.0083
5.16	0.0025	6.31	0.0035	8.15	0.0086	9.21	0.0066	10.92	0.0093
5.30	0.0026	6.38	0.0054	8.15	0.0053	9.30	0.0089	11.62	0.0096
5.37	0.0031	6.61	0.0035	8.15	0.0061	9.30	0.0069		
5.51	0.0030	6.84	0.0045	8.33	0.0060	9.30	0.0060		
5.58	0.0031	6.92	0.0036	8.33	0.0055	9.39	0.0065		
5.65	0.0028	7.24	0.0043	8.50	0.0052	9.39	0.0075		

Tabella 9

Volendo indagare quale sia la massima correlazione teoricamente ottenibile, nelle nostre condizioni sperimentali e utilizzando il nostro apparato strumentale, è stata utilizzata, per ottenere la risposta del modello nel dominio del tempo, la funzione modulante caratteristica del sistema di misura impiegato (GPR Noggin^{plus} con antenne da 250 MHz). Tale funzione modulante è stata ricavata supponendo la risposta del sistema lineare e, quindi, esprimibile nella forma:

$$\tilde{R}(f) = \tilde{S}(f) \cdot \tilde{I}(f) \quad 6.4.2$$

dove $\tilde{R}(f)$ rappresenta la funzione di risposta del sistema, data dal prodotto diretto della funzione di ingresso $\tilde{I}(f)$ e della funzione di trasferimento $\tilde{S}(f)$ del sistema. Nel nostro caso la funzione di risposta è stata determinata effettuando delle misure in aria con il sistema GPR considerato, la funzione di trasferimento è stata determinata attraverso un modello per uno spazio costituito da sola aria e la funzione di ingresso, ovvero la forma d'onda modulante cercata, è stata ricavata tramite la relazione

$$F(f) = \tilde{I}(f) = \frac{\tilde{R}(f)}{\tilde{S}(f)} \quad 6.4.3$$

In Fig.6.4.8 sono riportate le forme d'onda ottenute assumendo come parametro di ingresso al modello, rispettivamente, il massimo e il minimo valore di permittività dielettrica misurato.

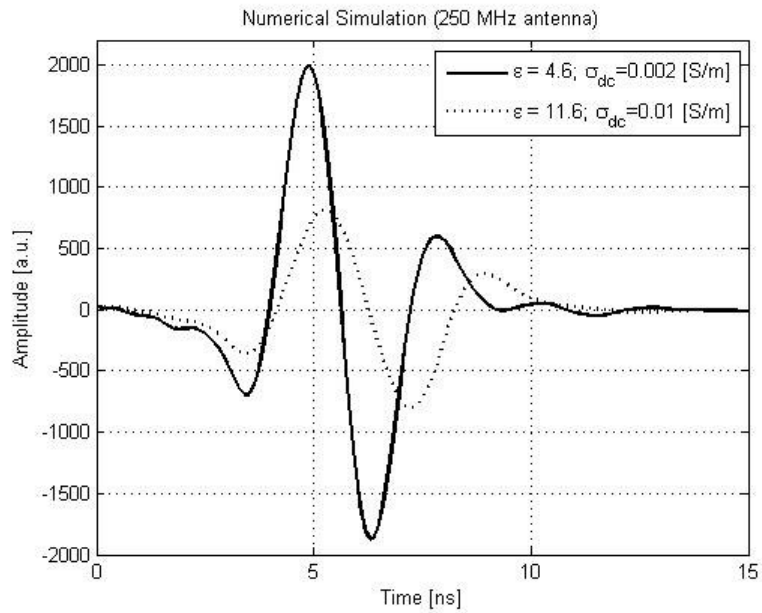


Fig. 6.4.8

L'andamento del valore medio dell'ampiezza della traccia complessa, per le forme d'onda GPR simulate considerando un modello in cui i parametri elettromagnetici del suolo coincidano con quelli misurati tramite TDR, in funzione dei valori di permittività è riportato in Fig.6.4.9.

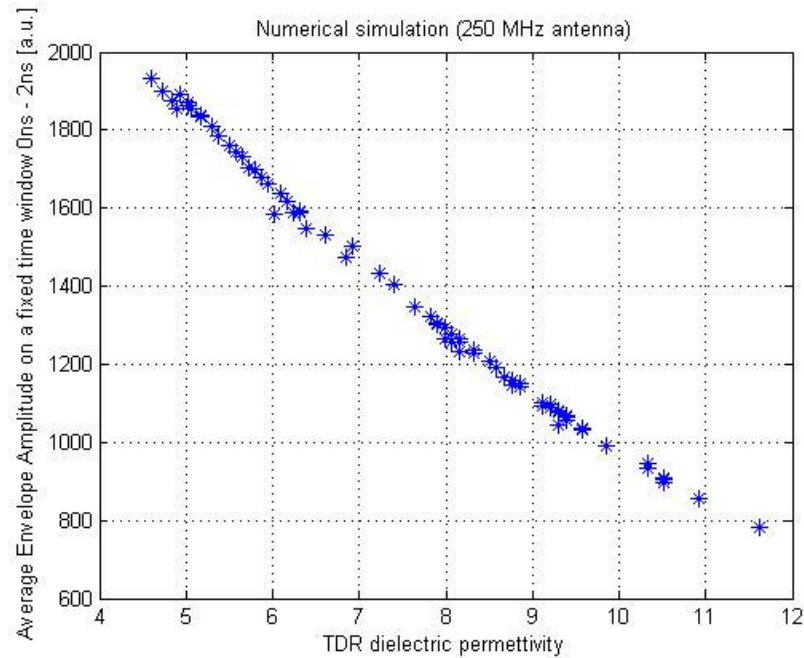


Fig. 6.4.9

La correlazione lineare fra le grandezze risulta essere particolarmente elevata ($r = 0.99$). La dipendenza lineare ipotizzata, ed applicata nell'analisi dei dati sperimentali, risulta, quindi, teoricamente validata e il valore medio dell'involuppo della traccia, nelle condizioni sperimentali da noi considerate, può essere convenientemente utilizzato come indicatore della permittività dielettrica relativa del suolo.

6.4.3 Simulazione delle forme d'onda GPR per investigare l'influenza della conducibilità elettrica del suolo sugli attributi del segnale

In questo caso, le forme d'onda ottenute nel Par.6.1.2 sono state confrontate con quelle ottenute considerando nulla la conducibilità elettrica statica del suolo. I valori di permittività dielettrica considerati sono quelli misurati tramite TDR e riportati in Tabella 3. In Fig.6.4.10 sono riportate le curve GPR, simulate per il minimo valore di ϵ_r , ottenute considerando $\sigma_{dc} = 0$ e $\sigma_{dc} = \sigma_{TDR}$.

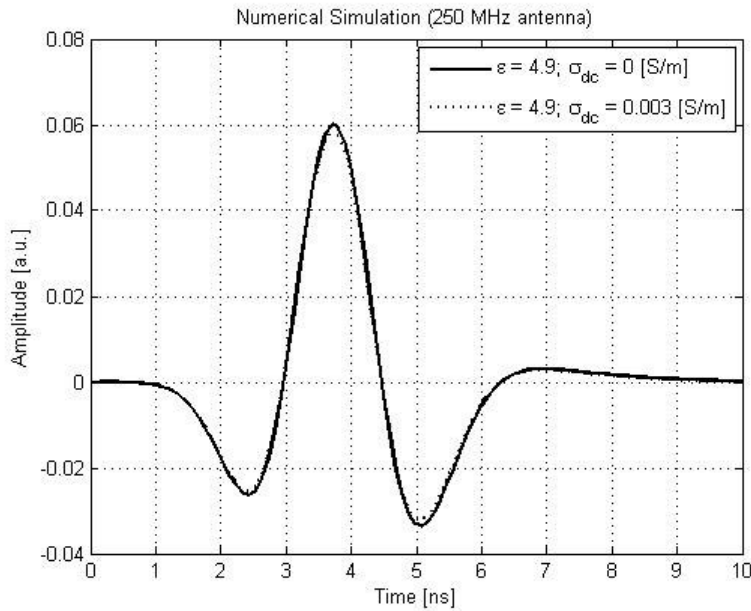


Fig. 6.4.10

Come osservabile, la presenza di una conducibilità elettrica non nulla porta ad una leggera diminuzione dell'ampiezza massima del segnale; tale variazione risulta più marcata per elevati valori di permittività dielettrica (Fig.6.4.11), a cui però risultano associati anche valori maggiori di σ_{TDR} .

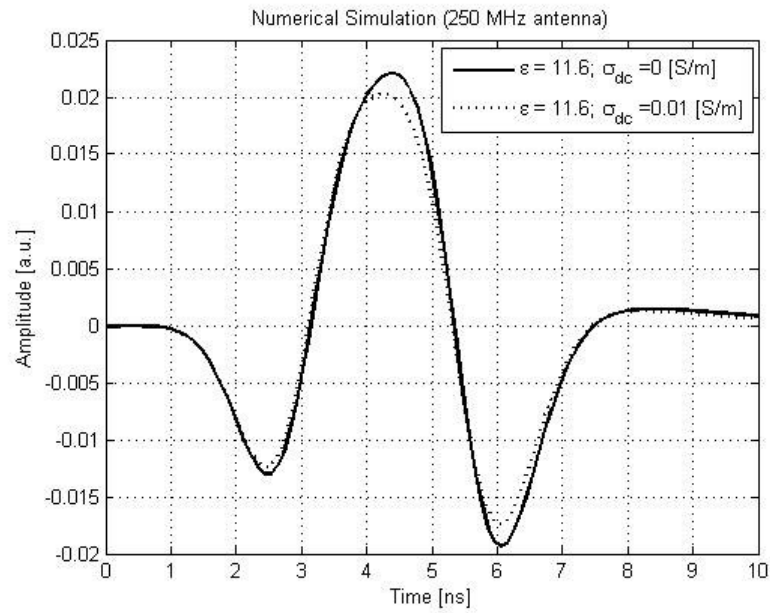


Fig. 6.4.11

La correlazione fra i valori medi dell'involuppo di ampiezza delle tracce GPR simulate e i valori di permittività dielettrica, è mostrata in Fig.6.4.12

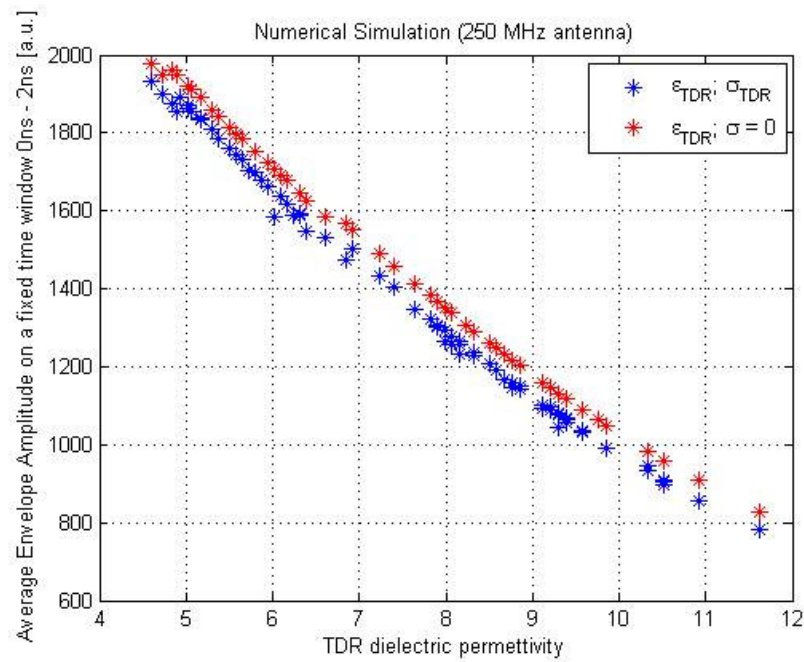


Fig. 6.4.12

Il coefficiente di correlazione lineare, caratterizzante le simulazioni effettuate sia ponendo $\sigma_{dc} = 0$ che $\sigma_{dc} = \sigma_{TDR}$, risulta essere $r = 0.99$. La presenza di una conducibilità elettrica statica non nulla, almeno nell'intervallo di valori dei parametri elettromagnetici da noi considerato, porta quindi ad un generale abbassamento del valore di ampiezza massima del segnale, testimoniato da una traslazione verso il basso della retta di regressione, ma non risulta influenzare significativamente e negativamente le informazioni sulla permittività dielettrica del suolo, ottenibili attraverso la metodologia di analisi del segnale GPR proposta.

6.4.4 Simulazione delle forme d'onda GPR per un modello di suolo costituito da due strati distinti

Un modello di suolo non omogeneo è stato assunto; in particolare il suolo è stato considerato stratificato orizzontalmente e costituito da due strati omogenei caratterizzati da conducibilità elettrica nulla e permittività dielettrica relativa, rispettivamente, di 5 e 25 (Fig.6.4.13).

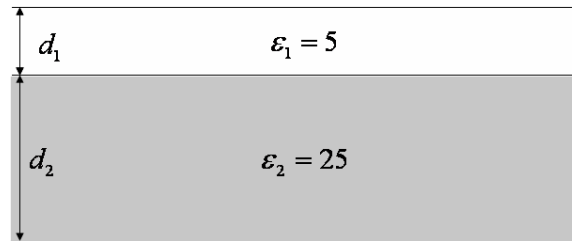


Fig. 6.4.13

Diverse simulazioni sono state effettuate incrementando progressivamente lo spessore d_1 dello strato superiore ($\epsilon_r = 5$). Lo strato inferiore ($\epsilon_r = 25$) è invece assunto avere uno spessore infinito, $d_2 = \infty$; le sole riflessioni presenti sono, quindi, quelle che hanno luogo per la presenza dell'interfaccia di discontinuità dielettrica fra questi due mezzi. Le forme d'onda ottenute, utilizzando come funzione modulante quella di Eq.6.4.1, per valori di d_1 nell'intervallo 5,10...50 cm, sono riportate in Fig.6.4.14.

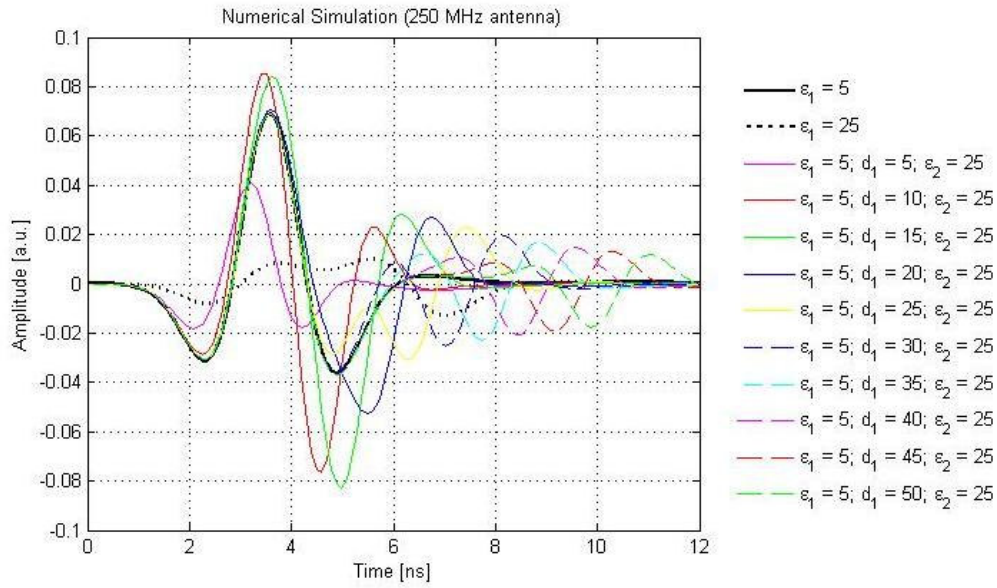


Fig. 6.4.14

Come si può notare, per valori dello spessore dello strato superiore maggiori o uguali a 20 cm, non vi è alcuna influenza dello strato inferiore su gli attributi associati al primo tempo di arrivo del segnale GPR. Le riflessioni sono osservabili per tempi maggiori della durata del primo semiciclo della forma d'onda e non influiscono sulla grandezza considerata nella metodologia di analisi proposta; i valori ottenuti in questi casi coincidono con quelli ottenuti considerando un solo mezzo, omogeneo e con permittività dielettrica uguale a 5. Per gli spessori $d_1 = 15$ e $d_1 = 10$ si può osservare, invece, come l'ampiezza del primo semiciclo del segnale simulato sia maggiore di quella caratterizzante il mezzo omogeneo ($\epsilon_1 = 5$). In questi casi l'interfaccia di discontinuità genera una riflessione in fase, essendo $\epsilon_2 > \epsilon_1$, che interferisce costruttivamente con l'onda diretta che si trasmette dall'antenna trasmittente a quella ricevente (Widess 1973, Lamobot et al. 2006); tale condizione si verifica ogni volta che la differenza fra il tempo di arrivo dell'onda riflessa e dell'onda diretta risulta essere inferiore alla durata del semiciclo del primo segnale rilevato. L'analisi del valore medio dell'ampiezza della traccia complessa porterà, quindi, ad errori; il valore ottenuto sarà simile a quello associabile ad un mezzo omogeneo, non stratificato e caratterizzato da permittività dielettrica inferiore. Per lo spessore $d_1 = 5$ la situazione tende ulteriormente a complicarsi; in aggiunta alla riflessione principale, si sommano i termini

di interferenza, costruttiva e distruttiva, che caratterizzano il sistema di riflessioni multiple che si instaura fra i due strati. L'ampiezza del primo semiciclo risulterà influenzata dal valore di permittività dello strato inferiore, come mostrato dal tendere dell'ampiezza del segnale alla condizione di mezzo omogeneo con $\varepsilon_1 = 25$, ma i fenomeni di riflessione, non associati all'accoppiamento antenna-suolo, porteranno rumore ed un conseguenziale errore nella stima della permittività del suolo. Le simulazioni hanno mostrato, pertanto, come possano esserci dei limiti di utilizzo della metodologia di analisi proposta nel caso di suoli non omogenei. Tuttavia, se si escludono terreni caratterizzati da una netta stratificazione orizzontale, difficilmente riscontrabili in siti naturali, i problemi potrebbero essere imputabili alla sola presenza di locali ed isolate discontinuità dielettriche sottosuperficiali; in questo caso la stima puntuale potrebbe risultare falsata ma la mappatura, su media scala, della permittività dielettrica, e quindi del contenuto d'acqua superficiale, del sito analizzato risulterebbe ugualmente attendibile. Attraverso la simulazione condotta non è stato possibile determinare la profondità di indagine della tecnica sviluppata; per spessori del primo strato per cui risultasse non trascurabile l'influenza dello strato inferiore sono risultati, infatti, non trascurabili anche i fenomeni di interferenza associati ai modi di riflessione.

CONCLUSIONI

Il presente lavoro di dottorato è stato incentrato sullo studio e sull'applicazione di tecniche elettromagnetiche di indagine per la stima del contenuto idrico superficiale dei suoli. La tecnica principalmente utilizzata è stata la tecnica GPR, che permette di ricavare informazioni sulle proprietà dielettriche e sulle strutture morfologiche di un suolo. Altra tecnica utilizzata è stata la tecnica TDR, ampiamente affermata in campo ambientale per la stima, attraverso misure di permittività dielettrica, del contenuto d'acqua dei terreni. In particolare, gli aspetti analizzati riguardano lo sviluppo di una nuova metodologia di acquisizione ed analisi delle misure GPR, attraverso la quale sia possibile effettuare una caratterizzazione dielettrica di un sito in maniera rapida ed efficace; a tal fine un confronto con i risultati ottenuti attraverso l'utilizzo della tecnica TDR è stato effettuato e modelli teorici, che simulassero numericamente la risposta GPR, sono stati implementati.

La prima parte dell'attività di ricerca è stata focalizzata su misure sperimentali su di un sito naturale. Il sito scelto, localizzato a circa 20 km N da Viterbo, entro il complesso Vulcanico di Latera, consiste in un largo gas-vent (zona in cui è presente una continua risalita e fuoriuscita di gas) ed è caratterizzato da forti variazioni laterali di contenuto d'acqua del sottosuolo, che producono un forte gradiente laterale nelle proprietà elettromagnetiche del suolo. La configurazione del sito è risultata ottimale per poter indagare ed ottenere evidenze sperimentali su di una possibile dipendenza fra le caratteristiche del segnale GPR, ed in particolare le caratteristiche di ampiezza della traccia, e la distribuzione spaziale dei parametri elettrici. Tale relazione è stata indagata correlando le misure di permittività dielettrica, effettuate tramite TDR, con i valori medi di ampiezza dell'involuppo della tracce acquisite. In particolare i valori TDR sono stati assunti coincidere con i veri valori di permittività dielettrica caratterizzanti il suolo e la risposta GPR, dovuta all'accoppiamento antenna-suolo, è stata determinata effettuando l'analisi dell'ampiezza della traccia complessa (con parte reale coincidente con la traccia acquisita e con parte immaginaria coincidente con la sua trasformata di Hilbert). L'ampiezza di tale traccia può essere considerata come l'involuppo della traccia reale e il valore medio (Average Envelope Amplitude) è stato calcolato per

diverse finestre temporali con durata determinata dall'inverso della frequenza centrale caratterizzante il sistema GPR utilizzato. La prima finestra temporale, coincidente con la parte iniziale del segnale radar, ha mostrato contenere le informazioni ottimali sull'accoppiamento antenna-suolo. In tale intervallo temporale, infatti, è presente l'onda diretta che si propaga linearmente fra l'antenna trasmittente e l'antenna ricevente ed è proprio il contenuto energetico di tale onda che risulta essere funzione dei fenomeni di accoppiamento antenna-suolo e che risulta, quindi, funzione delle caratteristiche elettromagnetiche del suolo. I valori medi dell'involuppo delle tracce GPR acquisite e i valori di permittività dielettrica misurati tramite TDR sono stati fra loro correlati; l'elevato valore del coefficiente di correlazione lineare, la piccola probabilità che i dati osservati appartengano a popolazioni non correlate e l'andamento Normale dei residui standardizzati, hanno mostrato la correttezza della relazione lineare ipotizzata e indicato come la metodologia GPR proposta possa essere convenientemente utilizzata per caratterizzare le variazioni di permittività dielettrica superficiale dei suoli e, quindi, per determinarne la distribuzione di contenuto idrico.

Le misure effettuate su di un sito sperimentale hanno fornito risultati interessanti ed innovativi, lasciando, tuttavia, questioni irrisolte che hanno portato alla necessità di effettuare ulteriori studi, sia di natura teorica che sperimentale. Allo scopo di affrontare in maniera sistematica e sperimentale tali questioni, è stato progettato e realizzato, presso l'Azienda Agraria dell'Università degli Studi della Tuscia (VT), un sito artificiale (Test site). La seconda parte dell'attività di ricerca è stata incentrata sulle indagini sperimentali effettuate sul tale sito che, date le sue caratteristiche costitutive, ha permesso di effettuare misure GPR e TDR in condizioni idriche e morfologiche controllate. Anche in questo caso la correlazione lineare fra i dati TDR e GPR è stata analizzata; i valori ottenuti sono risultati essere migliori rispetto a quelli ottenuti per le misure in un sito naturale. Tale fenomeno è probabilmente dovuto alla particolare struttura del sito sperimentale che ha permesso di minimizzare la presenza di fattori secondari, eliminando gli effetti dovuti alla presenza di vegetazione e alla rugosità del terreno e ottimizzando l'accoppiamento antenna-suolo. Uno studio è stato anche effettuato per determinare la dipendenza della bontà della correlazione dalla durata della finestra temporale utilizzata per il processo di Average Envelope Amplitude. Si è osservata una chiara dipendenza del valore del coefficiente di correlazione

dall'intervallo temporale scelto, e, confrontando i risultati con quelli ottenuti con misure su di un sito naturale, si è osservato come la durata ottimale della finestra temporale, su cui effettuare il valor medio dell'ampiezza della traccia complessa per massimizzare il valore del coefficiente di correlazione, risulti altamente dipendente dalle caratteristiche costitutive del sito analizzato. Tale durata, determinata dal tempo necessario affinché ci sia un giusto compromesso tra l'informazione e il rumore contenuti nella porzione di segnale considerato, risulta dipendere fortemente dalle caratteristiche morfologiche del sito analizzato. Questo comporta notevoli problemi nel momento in cui si desideri analizzare siti con forti eterogeneità di suolo. Per ovviare a tale problema, un metodo alternativo per la determinazione della durata della finestra temporale è stato introdotto; l'intervallo temporale è stato scelto, traccia per traccia, basandosi sulla durata del primo semiciclo del segnale acquisito. In questo modo si è cercato di considerare, per il calcolo dell'ampiezza media dell'involuppo, la sola parte del segnale contenente l'onda diretta che si propaga tra l'antenna trasmittente e quella ricevente e la correlazione, così indagata, è stata quella fra l'energia contenuta nel primo semiciclo della forma d'onda e la permittività dielettrica del suolo. I valori dei coefficienti di correlazione ottenuti, sebbene inferiori a quelli ottenibili con la scelta di una finestra temporale fissa di durata ottimale, hanno mostrato, in tutti i casi analizzati, una chiara dipendenza lineare delle grandezze considerate; una finestra temporale di durata variabile può, quindi, essere convenientemente utilizzata come alternativa ad una finestra temporale di durata fissa nel caso in cui non sia possibile determinare a priori la durata ottimale dell'intervallo temporale o, nel caso in cui, il sito analizzato mostri grande eterogeneità di suolo.

La terza parte di attività è stata dedicata all'implementazione computazionale di modelli teorici e all'analisi delle informazioni da essi ottenibili. Un modello numerico del sistema di misura utilizzato, che simulasse la risposta del sistema GPR per le diverse caratteristiche elettromagnetiche del suolo indagato, è stato sviluppato al fine di rendere teoricamente consistente la metodologia sperimentale di analisi del segnale proposta e di verificarne l'applicabilità in differenti contesti di indagine. In particolare, è stata analizzata la correlazione fra i parametri elettromagnetici superficiali del suolo e le caratteristiche della prima finestra temporale del segnale GPR ottenuto attraverso un modello numerico che tenga conto degli effetti di accoppiamento antenna-suolo. Nel modello utilizzato, le antenne (trasmittente e ricevente) sono state considerate cavi

lineari costituiti da conduttori perfetti con carico resistivo, poste all'interfaccia di un mezzo costituito da un semi-spazio superiore (aria) e da un semi-spazio inferiore rappresentante il suolo. L'interazione fra le due antenne è stata modellizzata tramite espansione in serie dell'equazione integrale accoppiata mentre l'interazione con il suolo è stata tenuta in conto utilizzando un'opportuna struttura delle funzioni di Green. La soluzione numerica del problema è stata ottenuta passando ad una struttura discreta delle equazioni e ottimizzando l'efficienza di calcolo con lo schema algoritmico "Coniugate Gradient Fast Fourier Transform" (CGFFT). I risultati nel dominio del tempo, necessari per poter effettuare un'analisi delle informazioni contenute nella prima finestra temporale del segnale radar, sono stati ottenuti moltiplicando la risposta della simulazione per una opportuna funzione sorgente ed effettuando la trasformata di Fourier inversa del prodotto. In particolare (con un opportuna scelta dei parametri d'antenna del modello che fosse compatibile con l'apparato strumentale utilizzato nella fase sperimentale):

i) Sono state effettuate simulazioni delle forme d'onda GPR in differenti condizioni di permittività dielettrica del suolo. Lo scopo è stato quello di vedere la dipendenza delle caratteristiche, temporali e di ampiezza, della forma d'onda dalla permittività e verificare le condizioni, in funzione anche della lunghezza d'onda e della distanza reciproca fra le antenne, per cui si possa utilizzare la metodologia di analisi proposta. Le simulazioni hanno mostrato come l'onda diretta che si propaga linearmente fra l'antenna trasmittente e l'antenna ricevente risulti essere composta, per lunghezze d'onda maggiori o uguali alla distanza di separazione fra le antenne, dai modi d'onda associati all'onda in aria e alla "ground-wave". Per valori di permittività maggiori, e quindi lunghezze d'onda minori, risulta esserci, invece, una separazione completa fra i due modi d'onda; in questo caso i contributi al segnale dati dalla "ground-wave" e dall'onda diretta in aria sono facilmente individuabili e il tempo di arrivo di quest'ultima risulta essere indipendente dal valore di permittività. Sebbene la correlazione lineare, fra tutti valori di permittività dielettrica considerati e i valori medi di ampiezza dell'involuppo delle tracce simulate, non è risultata essere significativa, si è osservato comunque come, considerando le sole condizioni in cui la lunghezza d'onda sia tale da non generare un disaccoppiamento fra l'onda diretta in aria e la "ground-wave", la relazione funzionale risulti chiaramente lineare. Tale condizione di misura è la

condizione caratteristica dei processi di indagine in modalità single-offset effettuati su siti naturali; la tecnica di analisi proposta, basata sulla dipendenza lineare fra il valore medio dell'ampiezza della traccia complessa e la permittività dielettrica del suolo, può essere, quindi, efficacemente utilizzata in tali contesti.

ii) Sono state effettuate delle simulazioni delle forme d'onda GPR, per i valori dei parametri elettromagnetici del suolo misurati tramite TDR nelle indagini effettuate nel Test site, con lo scopo di indagare quale sia, in assenza di fattori secondari che influenzino l'accoppiamento antenna-suolo, il valore di correlazione massimo teoricamente ottenibile. La correlazione lineare, fra i valori medi di ampiezza della traccia complessa simulata e quelli di permittività dielettrica considerati, è risultata essere particolarmente elevata. La dipendenza lineare ipotizzata, e precedentemente applicata nell'analisi dei dati sperimentali, è risultata, quindi, teoricamente corretta, e le simulazioni hanno, così, dimostrato come il valore medio dell'involuppo della traccia, nelle condizioni di misura da noi considerate, possa essere convenientemente utilizzato come indicatore della permittività dielettrica relativa del suolo.

iii) Sono state effettuate delle simulazioni delle forme d'onda GPR per investigare l'influenza della conducibilità elettrica del suolo sugli attributi del segnale e verificare come questa, nelle condizioni sperimentali considerate, influenzi il grado di correlazione con la permittività dielettrica. I risultati ottenuti hanno mostrato come la presenza di un suolo conduttivo, nell'intervallo di valori dei parametri elettromagnetici da noi considerato, porti ad un generale abbassamento del valore di ampiezza massima del segnale ma non risulti influenzare significativamente e negativamente le informazioni sulla permittività dielettrica ottenibili attraverso la metodologia di analisi del segnale GPR proposta.

iv) Sono state effettuate simulazioni delle forme d'onda GPR considerando un modello di suolo costituito da due strati distinti e, incrementando progressivamente lo spessore dello strato superiore, si è determinata l'influenza sulle forme d'onda delle riflessioni dovute all'interfaccia dielettrica. Le simulazioni hanno mostrato come, in funzione della lunghezza d'onda del segnale e della distanza fra le antenne, esista uno spessore limite per lo strato superiore al di sopra del quale l'influenza dello strato inferiore, sull'onda diretta che si propaga fra l'antenna trasmittente e quella ricevente, risulti nulla. Diminuendo lo spessore al di sotto di tale limite, invece, è stato osservato come i

fenomeni di interferenza, dovuti alle riflessioni generate dal contrasto dielettrico fra i due mezzi, possano influenzare l'ampiezza, associata ai primi tempi di arrivo, del segnale GPR; tali fenomeni di riflessione, non associati all'accoppiamento antenna-suolo, porteranno rumore ed un conseguenziale errore nella stima della permittività del suolo. Le simulazioni hanno mostrato, pertanto, come possano esserci dei limiti di utilizzo della metodologia di analisi proposta nel caso di suoli non omogenei. In condizioni di misura tipiche dei siti naturali, tuttavia, risultano difficilmente riscontrabili nette stratificazione orizzontali; potrebbero esserci degli errori sulla stima puntuale del valore di permittività, dovuti alla presenza di locali ed isolate discontinuità dielettriche sottosuperficiali, ma la mappatura, su media scala, del contenuto d'acqua superficiale risulterebbe ugualmente attendibile.

La consistenza teorica dimostrata tramite le simulazioni numeriche e i risultati sperimentali ottenuti hanno mostrato l'effettiva possibilità di utilizzare la metodologia di analisi sviluppata per la stima della variabilità del contenuto idrico superficiale dei suoli. Tale tecnica, basata sull'analisi del contenuto energetico della forma d'onda associata alla prima finestra temporale del segnale GPR, è risultata particolarmente efficace per effettuare indagini rapide e con una buona risoluzione spaziale ed è risultata non soggetta alle limitazioni che contraddistinguono altre tecniche GPR di acquisizione e analisi (necessità di riflettori posti a profondità nota o di discontinuità dielettriche localizzate o di misure geofisiche integrate, lunghi tempi di acquisizione e bassa risoluzione spaziale orizzontale).

L'attività sperimentale svolta e i modelli numerici implementati non hanno permesso di ottenere informazioni sulla profondità di indagine della tecnica sviluppata e sull'influenza della rugosità del terreno, e dell'eventuale distanza dell'antenna dall'interfaccia aria-suolo, sulla porzione del segnale GPR considerata; studi futuri, come ulteriori campagne di misure sperimentali, sono previsti in tal senso.

APPENDICE A:

Nell'analisi della traccia complessa la traccia acquisita $f(t)$ può essere considerata come la parte reale di un segnale analitico della forma $F(t) = f(t) + jf^*(t)$, con j unità immaginaria e con $f^*(t)$ componente in quadratura (o componente coniugata) della traccia reale $f(t)$. $F(t)$ e $f^*(t)$ possono essere definite, equivalentemente, sia in termini di integrali di Fourier, sia attraverso la trasformata di Hilbert.

Assumendo $f(t)$ reale, definita per $-\infty < t < \infty$, e esprimibile attraverso la formula integrale di Fourier nella forma

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

A. 1

$$f(t) = \int_0^{\infty} C(\omega) \cos[\omega t + \phi(\omega)] d\omega$$

dove $C(\omega) = 2|B(\omega)|$ e $\phi(\omega) = \arg B(\omega)$, $\omega > 0$, è possibile considerare una componente coniugata $f^*(t)$ del tipo

$$f^*(t) = \int_0^{\infty} C(\omega) \sin[\omega t + \phi(\omega)] d\omega$$

A. 2

e, quindi, una traccia complessa rappresentabile come

$$F(t) = \int_0^{\infty} C(\omega) e^{j(\omega t + \phi(\omega))} d\omega.$$

A. 3

Lo spettro di ampiezza della traccia complessa, $C(\omega)$, è nullo per $\omega < 0$ ed è doppio per $\omega > 0$. La traccia complessa può quindi essere determinata: i) effettuando la trasformata di Fourier della traccia reale; ii) annullando l'ampiezza per frequenze negative e raddoppiandola per frequenze positive; iii) effettuando una trasformata di Fourier inversa.

Una formulazione equivalente per $f^*(t)$ può essere ottenuta facendo uso della trasformata di Hilbert (Rabiner e Gold, 1975)

$$f * (\tau) = \frac{1}{\pi} P.V. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t)}{\tau - t} dt \quad \text{A. 4}$$

dove P.V. indica la parte principale di Cauchy

$$P.V. \int_{-\infty}^{\infty} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-\infty}^{t-\varepsilon} + \int_{t+\varepsilon}^{\infty} \right]. \quad \text{A. 5}$$

La trasformata di Hilbert, che nel dominio del tempo agisce come prodotto di convoluzione del tipo

$$f * (\tau) = f(t) * \frac{1}{\pi} \quad \text{A. 6}$$

può essere rappresentata, nel dominio della frequenza, come un filtro con funzione di trasferimento

$$H_H(f) = \begin{cases} j & f < 0 \\ 0 & f = 0 \\ -j & f > 0 \end{cases} \quad \text{A. 7}$$

e può, quindi, essere utilizzata per determinare la componente in quadratura a partire dalla traccia reale, o viceversa. Una volta determinata la componente in quadratura, la traccia complessa è facilmente ottenibile come

$$F(t) = f(t) + j f * (t) \quad \text{A. 8}$$

e l' ampiezza istantanea $A(t)$ ("reflection strength") e la fase istantanea $\theta(t)$ ("instantaneous phase") come

$$A(t) = [f^2(t) + f^{*2}(t)]^{1/2} \quad \text{A. 9}$$

$$\theta(t) = \tan^{-1}[f * (t)/f(t)]. \quad \text{A. 10}$$

In Fig.A1 è riportato un esempio di una traccia reale (a), della componente in quadratura associata (b), e dell'involuppo della traccia reale (curva tratteggiata in (a) e (b)) dato dall'ampiezza della traccia complessa (Eq.A.7). È, inoltre, riportata la fase istantanea (c), la frequenza istantanea (d), definita come $\omega(t) = d\theta(t)/dt$, e la frequenza media pesata (linea tratteggiata in (d)), definita come:

$$\bar{\omega}(t) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} A(t-\tau) \omega(t-\tau) L(\tau) d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} A(t-\tau) L(\tau) d\tau}. \quad \text{A. 11}$$

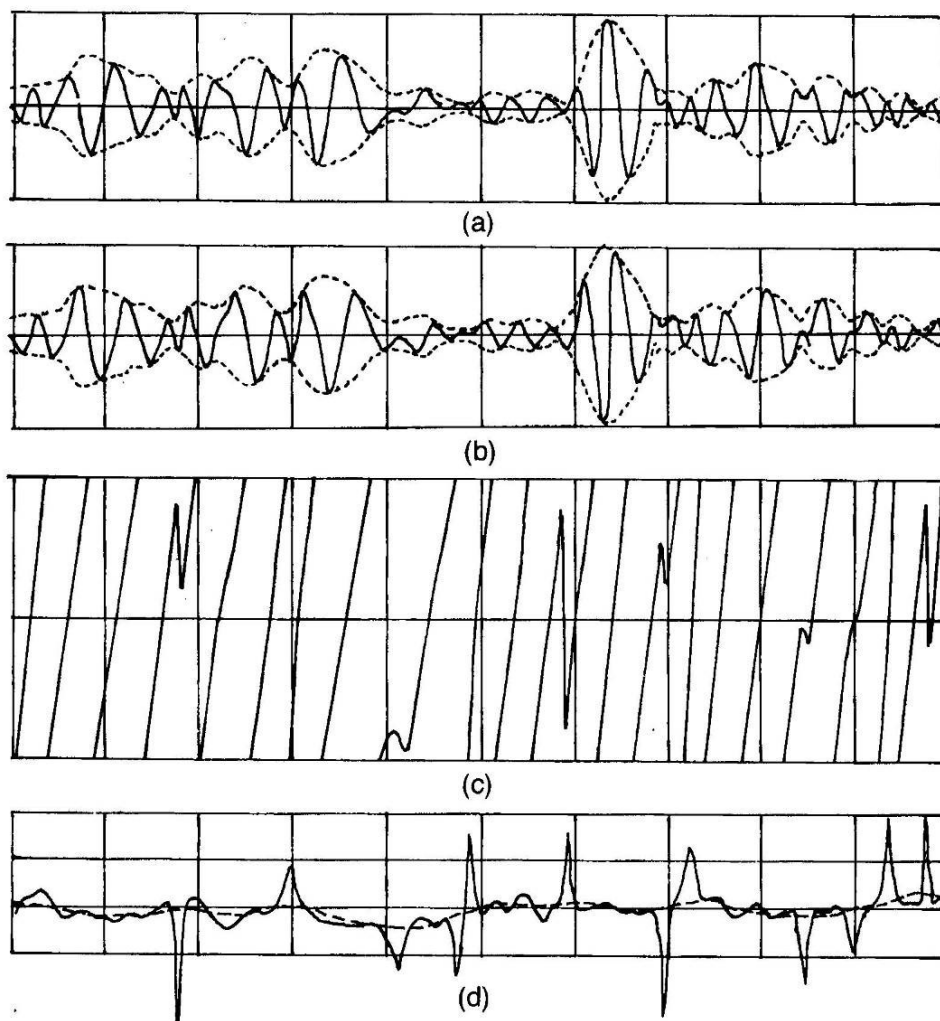


Fig.A. 1

In Fig.A2 è mostrata la traccia complessa, rappresentata come un'elica di ampiezza variabile in funzione del tempo. Le sue proiezioni sul piano reale e su quello immaginario forniscono, rispettivamente, la traccia reale (ovvero la traccia acquisita) e la componente in quadratura associata.

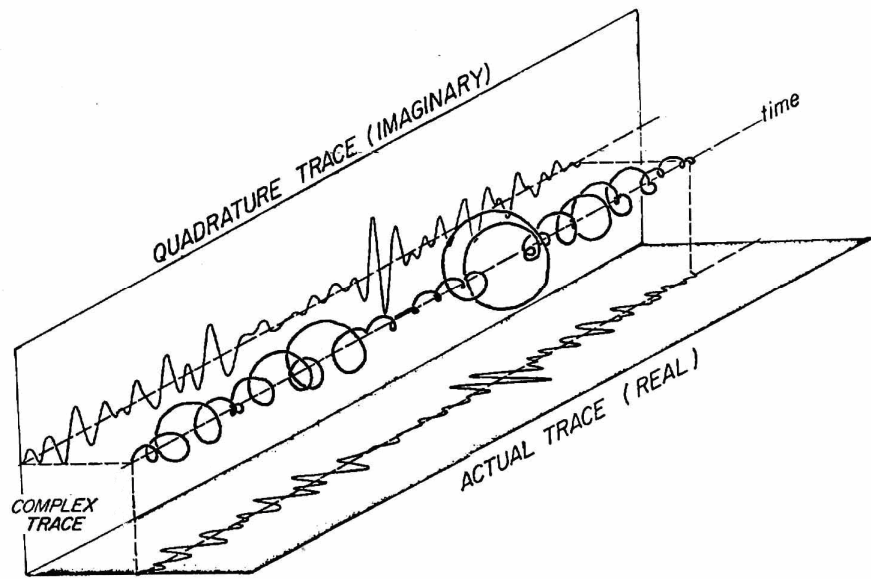


Fig.A. 2

BIBLIOGRAFIA

- Amaldi, E., R. Bizzarri, and G. Pizzella. 1986. *Fisica Generale (elettromagnetismo, relatività, ottica)*. Zanichelli editore.
- Annan, A.P. 1973. Radio interferometry depth sounding: Part I -Theoretical discussion: *Geophysics* 38:557-580.
- Annan, A.P. 2004. *Ground Penetrating Radar Principles, Procedures & applications*. Sensors & Software Inc.
- Annan, A.P., and J.L. Davis. 1997. Ground penetrating radar-Coming of age at last! p. 515-522. In: A.G. Gubins (ed.) *Proc. of the Fourth Decennial International Conf. on Mineral Exploration*. Toronto, ON, Canada.
- Annan, A.P., J.D. Redman, J.A. Pilon, E.W. Gilson, and G.B. Johnston. 1997. Cross hole GPR for engineering and environmental applications. *Proc. of the High Resolution Geophysics Workshop [CD-ROM]*. Univ. of Arizona, Tuscon, AZ. 6-9 Jan 1997.
- Annan, A.P. 1996. Transmission dispersion and GPR. *J. Eng. Environ. Geophys.* 0:125-136.
- Annan, A.P., and J.L. Davis. 1977. Radar range analysis for geological material. *Report of Activities. Part B, Geo-logical Survey of Canada* 77-1B:117-124.
- Baker, J.M., and R.R. Allmaras. 1990. System for automating and multiplexing soil moisture measurements by Time Domain Reflectometry. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 54, 1-6.
- Balanis, C.A. 1986. *Advanced engineering electromagnetics*. John Wiley & Sons.
- Barnes, A.E. 2007. A tutorial on complex seismic trace analysis. *Geophysics* 72:W33-W43.
- Basson, U., I. Gev, and Z. Ben-Avrahsm. 1993. Ground penetrating radar as a tool for mapping of moisture content and stratigraphy of sand dunes. *Water Technol.* 19:11-13.
- BerktoId, A., K.G. Wollny, and H. Alstetter. 1998. Subsurface moisture determination with the ground wave of GPR. p.675–680. In: *Proc. Int. Conf. on Ground-Penetrating Radar*, 7th. Lawrence, KS. May1998. Univ. of Kansas, Lawrence.
- Bevington, P.R.. 1969. *Data reduction and error analysis for the physical sciences*. McGraw-Hill Book Co.

- Caffey, T.W.H. 1996. A range algorithm for ground penetrating radar. p. 2023-2026. In: Proc. of the 1996 Internat. Conf. on Geoscience and Remote Sensing. Lincoln, NE. 26-30 May 1996.
- Callies, U., A. Rhodin, and D.P. Eppel. 1998. A case study on variational soil moisture analysis from atmospheric observations. *J. Hydrol. (Amsterdam)* 212-213:95-108.
- Cametti, C., A. Di Biasio. 1994. Introduzione all'elaborazione dei dati sperimentali. CISU.
- Chanzy, A., A. Judge, F. Bonn, and A. Tarussov. 1996. Soil water content determination using a digital ground penetrating radar. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 60:1318-1326.
- Clarkson, T.S., L. Glasser, R.W. Tuxworth, and G. Williams. 1977. An appreciation of experimental factors in time-domain spectroscopy. *Adv. Mol. Relaxation Interact. Processes* 10:173-202.
- Dalton, F.N., W.N. Herkelrath, D.S. Rawlins, and J.D. Rohades. 1984. Time-domain reflectometry: Simultaneous measurement of soil water content and electrical conductivity with a single probe. *Science* 224:989-990.
- Dane, J.H., and G.C. Topp. 2002. *Methods of Soil Analysis. Part 4: Physical Methods.* Soil Science Society of America, Inc. Madison, Wisconsin, USA.
- Daniels, J.J., R.R. Roberts, and M. Vendl. 1995. Ground penetrating radar for detection of liquid contaminants. *Applied Geophysics* 33:195-207.
- Davis, J.L., J.R. Rossiter, D.E. Mesher, and C.B. Dawley. 1994. Quantitative measurements of pavement structures using radar. p. 314-319. In: *Proc. Fifth International Conference on GPR.* Waterloo, Ontario, Canada. May 1994.
- Davis, J.L., and A.P. Annan. 1989. Ground-penetrating radar for high resolution mapping of soil and rock stratigraphy. *Geophys. Prospect.* 37:531-551.
- Davis, J.L., and W.J. Chubodiak. 1975. In situ meter for measuring relative permittivity of soils. *Geol. Surv. Can. Pap.* 75-1A:75-79.
- De Coulon, F. 1986. *Signal Theory and Processing.* Artech House, London, United Kingdom.
- Di Pasquo, B., E. Pettinelli, G. Vannaroni, A. Di Matteo, E. Mattei, A. De Santis, A.P. Annan, and D.J. Redman. 2007. Design and construction of a large test site to characterize the GPR response in the vadose zone. 4th International Workshop on Advanced Ground Penetrating Radar. 27-29 June 2007 Naples, Italy.

- Dobson, M.C., F.T. Ulaby, M.T. Hallikainen, and M.A. El-Rayes. 1985. Microwave dielectric behaviour of wet soil. II. Dielectric mixing models. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* GE-23:35-46.
- Du, S. 1996. Determination of water content in the subsurface with the ground wave of ground penetrating radar . Ph.D. thesis. Ludwig-Maximilians-Universität, Munich, Germany.
- Du, S., P. Rummel. 1994. Reconnaissance studies of moisture in the subsurface with GPR. In: Fifth international conference on ground penetrating radar. Waterloo Center for Groundwater Research, Waterloo, Kitchener, Ontario, Canada. 1241-1248.
- Entekhabi, D., G.D. Asrar, A.K. Betts, K.J. Beven, R.L. Bras, C.J. Duffy, T. Dunne, R.D. Dunne, R.D. Koster, D.P. Lettenmaier, D.B. McLaughlin, W.J. Shuttleworth, M.Th. van Genuchten, M.Y. Wei, and E.F. Wood. 1999. An agenda for land surface hydrology research and a call for the second international hydrological decade. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 80:2043-2058.
- Famiglietti, J.S., J.A. Deveraux, C.A. Laymon, T. Tsegaye, P.R. Houser, T.J. Jackson, S.T. Graham, M. Rodell, and P.J. van Oevelen. 1999. Ground-based investigation of soil moisture variability within remote sensing footprints during the Southern Great Plains 1997 (SGP97) hydrology experiment. *Wat. Resour. Res.* 35:1839-1851.
- Fellner-Feldegg, H. 1972. A thin-sample method for measurements of permeability, permittivity, and conductivity in the frequency and time domain. *J. Phys. Chem.* 76:2116-2122.
- Fellner-Feldegg, H. 1969. The measurement of dielectrics in time domain. *J. Phys. Chem.* 73:616-623.
- Ferré, P.A., D.L. Rudolph, and R.G. Kachanoski. 1996. Spatial averaging of water content by time domain reflectometry: Implications for twin rod probes with and without dielectric coatings. *Wat. Resour. Res.* 32:271-279.
- Fisher, E., G.A. McMechan, and A.P. Annan. 1992. Acquisition and processing of wide-aperture ground penetrating radar data. *Geophysics* 57:495-504.
- Galagedara, L.W., G.W. Parkin, J.D. Redman, P. vonBertoldi, and A.L. Endres. 2005a. Field studies of the GPR ground wave method for estimating soil water content during irrigation and drainage. *J. Hydrol* 301:182-197.

- Galagedara, L.W., J.D. Redman, G.W. Parkin, A.P. Annan, and A.L. Endres. 2005b. Numerical modelling of GPR to determine the direct ground wave sampling depth. *Vadose Zone J.*, 4:1096-1106.
- Giese K., R. Tiemann. 1975. Determination of the complex permittivity from a thin sample time-domain reflectometry, improved analysis of the step response waveform. *Adv. Molec. Relax. Processes* 7:45-59.
- Hallikainen, M.T., F.T. Ulaby, M.C. Dobson, M.A. El-Rayes, and L. Wu. 1985. Microwave dielectric behaviour of wet soil. I. Empirical models and experimental observations. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* GE-23:25-34.
- Heimovaara, T.J., and W. Bouten. 1990. A computer-controlled 36-channel time domain reflectometry system for monitoring soil water contents. *Water Resour. Res.* 26:2311-2316.
- Herkelrath, W.N., S.P. Hamburg, and F. Murphy. 1991. Automatic, real-time monitoring of soil moisture in a remote field area with time domain reflectometry. *Water Resour. Res.* 27:857-864.
- Hook, W.R., and N.J. Livingstone. 1996. Errors in converting time domain reflectometry measurements of propagation velocity to estimates of soil water content. *Soil Soc. Am. J.* 60:35-41.
- Huisman, J.A., S.S. Hubbard, J.D. Redman, and A.P. Annan. 2003. Measuring Soil Water Content with Ground Penetrating Radar: A Review. *Vadose Zone J.* 2:476-491.
- Hubbard, S.S., J.E. Peterson, E.L. Majer, P.T. Zawislansky, K.H. Williams, J. Roberts, and F. Wobber. 1997. Estimation of permeable pathways and water content using tomographic radar data. *The Leading Edge*. November 1997. 16:1623-1628.
- Huisman, J.A., and W. Bouten. 2003. Accuracy and reproducibility of measuring soil water content with the ground wave of ground penetrating radar. *J. Environ. Geophys.* 8:65-73.
- Huisman, J.A., C. Sperl, W. Bouten, and J.M. Verstraten. 2001. Soil water content measurements at different scales: Accuracy of time domain reflectometry and ground-penetrating radar. *J. Hydrol. (Amsterdam)* 245:48-58.
- Jackson, T.J., J. Schmugge, and E.T. Engman. 1996. Remote sensing applications to hydrology: Soil moisture. *Hydrol. Sci. J.* 41:517-530.

- Kleinman R.E, and P.M. van den Berg. 1991. Iterative methods for solving integral equations. *Radio Science* 26:175-181.
- Kraus J.D. 1984. *Electromagnetics*. 3rd ed. McGraw Hill, London.
- Lambot, S., L. Weihermüller, J.A. Huisman, H. Vereecken, M. Vanclooster, and E.C. Slob. 2006. Analysis of air-lunched ground-penetrating radar techniques to measure the soil surface water content. *Water Resour. Res.* 42, W11403, doi:10.1029/2006WR005097.
- Lampe, B., and K. Holliger. 2003. Effects of fractal fluctuations in topographic relief, permittivity and conductivity on ground-penetrating radar antenna radiation. *Geophysics* 68:1934-1944.
- Landau L., and E. Lifchitz. 1969. *Electrodynamique des milieux continus*, Tome 8. Editions MIR.
- Le Foll, J. 1971. An iterative procedure for the solution of linear and non-linear equations. In: *Conference on Applications of Numerical Analysis*, (Lecture notes in mathematics), New York, Springer-Verlag.
- Ledieu, J., P. De Clerck, P. De Ridder, and A. Dautrebande. 1986. A method for measuring soil moisture by time-domain reflectometry. *J. Hydrol.* 88:319-328.
- Malicki, M.A., R. Plagge, and C.H. Roth. 1996. Improving the calibration of dielectric TDR soil moisture determination taking into account the solid state. *Eur. J. Soil Sci.* 47:357-366.
- Maser, K. 1992. Highway speed radar for pavement and bridge deck evaluation. Fourth International Conference on Ground Penetrating Radar. Rovaniemi, Finland. 8-13 June 1992. Special Paper 16:267-276.
- Mattei E., A. De Santis, E. Pettinelli, and G. Vannaroni. 2007. The Attenuation Measurements Of Glass Beads/Magnetite Mixtures By Time Domain Reflectometry. *Near Surface Geophysics* 5, 77-82.
- Mattei E., A. Di Matteo, A. De Santis, G. Vannaroni, and E. Pettinelli. 2006. The role of dispersive effects in determining probe and electromagnetic parameters by Time Domain Reflectometry. *Water Resour. Res.* 42, W08408, doi: 10.1029/2005WR004728.
- Mattei E., A. Di Matteo, A. De Santis, G. Vannaroni, and E. Pettinelli. 2005a. Time Domain Reflectometry of Glass Beads/Magnetite Mixtures: a Time and Frequency Domain Study”, *Appl. Phys. Lett.*, 86, 224102, doi: 10.1063/1.1935029.

- Mattei E., A. Di Matteo, A. De Santis, E. Pettinelli, and G. Vannaroni. 2005b. Attenuation, bandwidth and scatter function measurements of glass beads/magnetite mixtures by Time Domain Reflectometry. Matter, material and device meeting, INFM. Genova 22th-25th June 2005.
- Mencuccini C., and V. Silvestrini. 1998. Fisica II: Elettromagnetismo-Ottica. Liguori Editore.
- Mojid, M.A., Wyseure, G.C.L., and Rose, D.A. 2003. Electrical conductivity problems associated with time-domain reflectometry (TDR) measurement in geotechnical engineering. Geotech. Geol. Eng. 21:243-258.
- Nabighian, M.N. 1998. Electromagnetic Methods in Applied Geophysics (investigation in geophysics no.3). Society of Exploration Geophysicists.
- Pettinelli, E., G. Vannaroni, B. Di Pasquo, E. Mattei, A. Di Matteo, A. De Santis, and P.A. Annan. 2007. Correlation between dielectric soil properties, water content and early time GPR signal average amplitude. Geophysics 72:A25-A28.
- Pettinelli E., G. Vannaroni, E. Mattei, A. Di Matteo, F. Paolucci, A.R. Pisani, D. Del Vento, P. Burghignoli, A. Galli, A. De Santis, and F. Bella. 2006. Electromagnetic Propagation Features of Ground Penetrating Radars for the Exploration of Martian Subsurface. Near Surface Geophysics, 4, 5-11.
- Pettinelli E., A.R. Pisani, A. Di Matteo, F. Paolucci, F. Bella, G. Vannaroni, A. Cereti, D. Del Vento, A. Galli, E. Mattei, and A. De Santis. 2004. Tenth International Conference on Ground Penetrating Radar, 21-24 June, 2004, Delft, The Netherlands.
- Pettinelli, E., A. Passeretta, A. Cereti, A. Menghini, A. Annunziatellis, S.E. Beaubien, G. Ciottoli, and S. Lombardi. 2004. GPR and EM31 investigations on an active CO₂ gas vent: 10th International Conference on Ground Penetrating Radar:563-566.
- Pettinelli E., A. Cereti, A. Galli, and F. Bella. 2002. Time domain reflectometry: Calibration techniques for accurate measurement of the dielectric properties of various materials. Rev. Sci. Instrum. 73, 3553-3562.
- Rabiner, L.R., and B. Gold. 1975. Theory and application of digital signal processing. Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall.
- Redman, J.D., D.W. Tomlinson, N. Thomson, and B.J. Gill. 1998. Monitoring air spacing in the CFB Borden aquifer using gpr reflection surveys, borehole GPR and geophysical

- well logging. Proc. of Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems '98. Chicago, IL, 21-26 Mar. 1998.
- Robinson D.A., S.B. Jones, J.M. Wraith, D. Or, S.P. Friedman. 2003. A review of advances in dielectric and electrical conductivity measurement in soils using Time Domain Reflectometry. *Vadose Journal* 2:444-475.
- Roth, K., M.A. Malicki, and R. Plagge. 1992. Empirical evaluation of the relationship between soil dielectric constant and volumetric water content as a basis for calibrating soil moisture measurements. *J. Soil Sci.* 43:1-13.
- Rubin, Y., and S.S. Hubbard. 2005. *Hydrogeophysics*. Springer.
- Rubin, Y. 2003. *Applied stochastic hydrogeology*. Oxford University Press, Oxford, UK.
- Schmalz, B., B. Lennartz, and D. Wachsmuth. 2002. Analyses of soil water content variations and GPR attribute distributions. *J. of Hydrol.* 267:217-226.
- Sheriff, R.E., and L.P. Geldart. 1995. *Exploration Seismology*. Cambridge University Press.
- Slob, E.C. 2003. *Ground Penetrating Radar for Shallow Geophysical Surveys –lecture notes*. Department of Applied Earth Science, Delft University of Technology. Delft, The Netherlands.
- Slob, E.C, and J. Fokkema. 2002a. Coupling effects of two electric dipoles on an interface. *Radio Sci.* 37(5), 1073, doi:10.1029/2001RS002529.
- Slob, E.C, and J. Fokkema. 2002b. Interfacial Dipoles and Radiated Energy. *Subsurface Sens. Techno. Appl.* 3(4):347-367.
- Slob, E.C. 2000. *Electromagnetic Exploration Methods for Shallow Geophysical Surveys – lecture notes*. Department of Applied Earth Science, Delft University of Technology. Delft, The Netherlands.
- Slob, E.C. 1994. *Scattering of Transient Diffusive Electromagnetic Fields*. Ph.D. thesis. Delft University of Technology. Delft, The Netherlands.
- Sperl, C. 1999. *Determination of spatial and temporal variation of the soil water content in an agro-ecosystem with ground-penetrating radar*. Ph.D. thesis. Technische Universitat Munchen. Munich, Germany.
- Taner, M.T., F. Koehler, and R.E. Sheriff. 1979. Complex seismic trace analysis. *Geophysics* 44:1041-1063.

- Tektronix, 1990. 1502C metallic time domain reflectometer. Operator manual. Tektronix, Inc., OR, USA.
- Tijhuis, A.G., and Z.Q. Peng, 1991. Marching-on-in-frequency method for solving integral equations in transient electromagnetic scattering. *IEE Proc.-H* 138:347-355.
- Todoroff, P., Lan Sun Luk, J.-D. 2001. Calculation of “in situ” soil water content profiles from TDR signal traces. *Meas. Sci. Technol.* 12:27-36.
- Topp G.C., S. Zegelin, I. White. 2000. Impacts of the real and imaginary components of relative permittivity on time domain reflectometry. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 64:1244-1252.
- Topp, G.C., M. Yanuka, W.D. Zebchuck, and S.J. Zegelin. 1988. Determination of electrical conductivity using time domain reflectometry: Soil and water experiments in coaxial lines. *Water Resour. Res.* 24:945-952.
- Topp, G.C., J.L. Davis, and A.P. Annan. 1980. Electromagnetic determination of soil water content: Measurements in coaxial transmission lines. *Water Resour. Res.* 16:574-582.
- Ulaby, F.T., P.C. Dubois, and J. van Zyl. 1996. Radar mapping of surface soil moisture. *J. Hydrol. (Amsterdam)* 184:57-84.
- van den Berg, P.M. 1984. Iterative computational techniques in scattering based upon the integrated square error criterion. *IEEE Trans. Antennas. Propagat.* AP-32:1063-1071.
- van Oevelen, P.J. 2000. Estimation of areal soil water content through microwave remote sensing. Ph.D. thesis. Wageningen University, The Netherlands.
- Vom Hippel, A.R. 1954. *Dielectrics and Waves*. New York, John Wiley & sons Inc., London, Chapman & Hall Limited.
- van Overmeeren, R.A., S.V. Sariowan, and J.C. Gehrels. 1997. Ground penetrating radar for determining volumetric soil water content; results of comparative measurements at two sites. *J. Hydrol. (Amsterdam)* 197:316-338.
- Von Hippel A.R.. 1954. *Dielectrics and Waves*. New York, John Wiley & sons Inc., London, Chapman & Hall Limited.
- Whalley, W.R. 1993. Considerations on the use of time-domain reflectometry (TDR) for measuring soil water content. *J. Soil Sci.* 44:1-9.
- Weiler, K.W., T.S. Steenhuis, J. Boll, and K.-J.S. Kung. 1998. Comparison of ground penetrating radar and time domain reflectometry as soil water sensors. *Soil Soc. of Am. J.* 62:1237-1239.

- White, I., J.H. Knight, S.J. Zegelin, and G.C. Topp. 1994. Comments on “Consideration of the use of time-domain reflectometry (TDR) for measuring soil water content” by W.R. Whalley. *Eur. J. Soil Sci.* 45:503-508.
- Widess, M.B. 1973. How thin is a Bed?. *Geophysics* 38:1176-1180.
- Wu, T.T., and R.W.P. King. 1965. The cylindrical antenna with non-reflecting resistive loading. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 13(5):369-373.
- Zegelin, S.J., White, I., Kenkins, D.J. 1989. Improved field probes for soil water content and electrical conductivity measurement using time domain reflectometry. *Water Resour. Res.* 25:2367-2376.
- Zwamborn, A.P.M. 1991. Scattering by Objects with Electric Contrast. Ph.D. thesis. Delft University of Technology. Delft, The Netherlands.